

文章编号: 1001-1455 (2000)02-0168-07

轴向冲击载荷下圆柱壳的弹塑性屈曲分析

刘 理, 刘土光, 李天匀

(华中理工大学船舶与海洋工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 研究时变轴向冲击载荷作用下的圆柱壳弹塑性动力屈曲问题。本构关系采用增量理论, 借助增量数值计算方法对 Kaman-Donnell 运动方程进行求解。计算表明: 基于 B-R 准则的屈曲判断方法和采用 Southwell 方法可以获得一致的临界屈曲载荷; 分别讨论了应力波对屈曲的影响以及材料参数、几何参数、载荷峰值与持续时间和动力屈曲的关系。

关键词: 圆柱壳; 轴向冲击; 弹塑性屈曲

中图分类号: O347.3 文献标识码: A

结构在冲击载荷作用下响应的研究在理论和工程实际上都有极其重要的意义。由于非线性性质, 这类问题通常只能用数值方法求解^[1~3]。Zimcik^[4]对径厚比(R/h)在 100~160 范围内承受轴向矩形脉冲的圆柱壳进行了研究, 理论分析采用 Kaman-Donnell 大变形方程, 假设屈曲函数, 利用 Galerkin 数值方法求解; 实验中发现完善壳和具有轴对称初始缺陷的圆柱壳, 动屈曲模态呈轴对称形式, 而具有非对称初始缺陷的圆柱壳, 动屈曲模态呈非对称形式。王仁等^[5]对圆柱壳的塑性动力屈曲问题进行了大量的理论和实验研究, 发现了产生非对称冲击屈曲的第二临界速度。顾王明等^[6]采用最小加速度理论, 分析了圆柱壳轴向冲击的弹塑性动屈曲响应, 并分析了影响动力屈曲的各种因素。

我们研究时变轴向冲击载荷作用下圆柱壳的弹塑性动力屈曲, 运动方程采用 Kaman-Donnell 运动方程, 本构关系采用基于 Mises 屈服条件的各向同性硬化增量理论。借助增量数值方法求解运动方程(对壳单元离散采用有限差分法, 对时间积分采用龙格-库塔法), 分别采用 B-R 方法和 Southwell 方法计算了圆柱壳的临界动力屈曲载荷, 并讨论了应力波对屈曲的影响以及材料参数、几何参数、载荷峰值与持续时间和动力屈曲的关系。

1 理论分析

1.1 Karman-Donnell 壳体运动方程

壳体非轴对称变形运动方程为

$$\begin{cases} \rho h u_{x,tt} = N_{xx,x} + N_{xy,y}/R \\ \rho h u_{y,tt} = N_{xy,x} + N_{yy,y}/R \\ \rho h u_{z,tt} = M_{xx,xx} + 2M_{xy,xy}/R + M_{yy,yy}/R^2 - N_{yy}/R + \\ (N_{xx}u_{z,x} + N_{xy}u_{z,y}/R),_x + (N_{xy}u_{z,x} + N_{yy}u_{z,y}/R),_y/R \end{cases} \quad (1)$$

* 收稿日期: 1999-03-23; 修订日期: 1999-11-11
基金项目: 国家自然科学基金项目(19772012)。
作者简介: 刘 理(1970—), 男, 博士研究生。

式中： x, y, z 分别表示轴向、周向、径向坐标， $u_x(x, y, t), u_y(x, y, t), u_z(x, y, t)$ 分别表示壳体中面沿 x, y, z 轴方向的位移， t 为时间， ρ 为圆柱壳的质量密度， h 为壳壁厚， R 为壳中面半径。

圆柱壳中面内力和内力矩为

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz, \quad M_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dz \quad i, j = x, y$$

式中 $\sigma_{ij}(x, y, z, t)$ 为应力分量，它与应变分量 $\epsilon_{ij}(x, y, z, t)$ 的关系可由增量流动理论加以描述。

壳体非线性变形的几何方程为

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = u_{xx} + (u_{z,x})^2/2 - zu_{z,xx} \\ \epsilon_{yy} = (u_{y,y} + u_z)/R + (u_{z,y})^2/(2R^2) - zu_{z,yy}/R^2 \\ 2\epsilon_{xy} = u_{x,y}/R + u_{y,x} + u_{z,x}u_{z,y}/R - 2zu_{z,xy}/R \end{cases}$$

当轴向冲击载荷 $N(t)$ 开始加载时，其初始条件为

$$u_i = u_{i,t} = 0 \quad i = x, y, z; t = 0; 0 \leq x < L$$

简支的边界条件为

$$\begin{cases} u_x = u_y = u_z = M_{xx} = 0 & t \geq 0 \quad x = 0 \\ u_y = u_z = M_{xx} = 0, \quad N_{xx} = -\bar{N}(t) & t \geq 0 \quad x = L \end{cases}$$

式中 $\bar{N}(t)$ 为轴向冲击加载函数。

1.2 增量数值解法

弹塑性变形中，应变率 $\dot{\epsilon}_{kl}$ 可以表示为弹性应变率 $\dot{\epsilon}_{kl}^e$ 和塑性应变率 $\dot{\epsilon}_{kl}^p$ ，其中弹性应变率 $\dot{\epsilon}_{kl}^e$ 表示为

$$\dot{\epsilon}_{kl}^e = [(1 + \nu)\dot{\sigma}_{kl} - \nu\hat{q}_{kl}\dot{\sigma}_{mm}]/E$$

式中 E, ν 和 \hat{q}_{kl} 分别为杨氏模量、泊松比和 Kroneker 符号。塑性应变率 $\dot{\epsilon}_{kl}^p$ 可以由 Drucker 公设 (塑性应变矢量总是垂直于加载面并指向其外法线矢量方向) 定义

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{kl}^p = G(\partial f/\partial\sigma_{kl})(\partial f/\partial\sigma_{mn})\dot{\sigma}_{mn} & f = 0 \text{ 且 } (\partial f/\partial\sigma_{mn})\dot{\sigma}_{mn} > 0 \\ \dot{\epsilon}_{kl}^p = 0 & f < 0 \text{ 或 } (\partial f/\partial\sigma_{mn})\dot{\sigma}_{mn} \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中：

$$\begin{cases} G = [3/(4J_2)](1/E_t - 1/E) & f = 0 \text{ 且 } (\partial f/\partial\sigma_{mn})\dot{\sigma}_{mn} > 0 \\ G = 0 & f < 0 \text{ 或 } (\partial f/\partial\sigma_{mn})\dot{\sigma}_{mn} \leq 0 \end{cases}$$

设材料为各向同性硬化体，加载函数 f 由 Mises 屈服条件确定，即

$$f = J_2 - k^2 = (\sigma_{xx}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}^2)/3 + \sigma_{xy}^2 - k^2 \quad (3)$$

式中 J_2 为第二类应力张量不变量。当结构材料进入塑性变形状态，塑性变形的切线模量 E_t 可由 Ramberg-Osgood 应力应变曲线求得，即

$$\epsilon = (\sigma/E_t)[1 + (3/7)(\sigma/F_s)^{\lambda-1}]$$

式中： $\lambda \geq 2$ 为形状材料硬化参数， F_s 是割线应力。

由式(2)和式(3)，圆柱壳的应力应变关系为

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{xx} = f_{11}\dot{\epsilon}_{xx} + f_{12}\dot{\epsilon}_{yy} + 2f_{13}\dot{\epsilon}_{xy} \\ \dot{\sigma}_{yy} = f_{12}\dot{\epsilon}_{xx} + f_{22}\dot{\epsilon}_{yy} + 2f_{23}\dot{\epsilon}_{xy} \\ \dot{\sigma}_{xy} = f_{13}\dot{\epsilon}_{xx} + f_{23}\dot{\epsilon}_{yy} + 2f_{33}\dot{\epsilon}_{xy} \end{cases}$$

式中对称的系数矩阵 $f_{ij} = c_{ij}^{-1} (i, j = 1, 2, 3)$ 。

$$\begin{cases} c_{11} = 1/E + G(2\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2/9 \\ c_{12} = -\nu/E + G(2\sigma_{xx} - \sigma_{yy})(2\sigma_{yy} - \sigma_{xx})/9 \\ c_{13} = G(2\sigma_{xx} - \sigma_{yy})2\sigma_{xy}/3 \end{cases} \quad \begin{cases} c_{22} = 1/E + G(2\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2/9 \\ c_{23} = G(2\sigma_{yy} - \sigma_{xx})2\sigma_{xy}/3 \\ c_{33} = 2(1 + \nu)/E + 4G\sigma_{xy}^2 \end{cases}$$

在以增量形式表示的初边值条件约束下,将内力和内力矩的增量形式代入方程(1)的增量表达式中,即可得到关于未知位移增量 Δu_x 、 Δu_y 、 Δu_z 的偏微分方程。在空间域,采用有限差分法对壳单元离散;在时间域,采用变步长龙格-库塔法对时间积分,从而求解关于 Δu_x 、 Δu_y 、 Δu_z 的运动控制方程。

根据上述理论,编制了 Fortran 计算程序,以流固冲击载荷为例,分析了圆柱壳弹塑性动屈曲性质。

2 算例与分析

通常,流固冲击载荷可以由下式表示

$$p(t) = \begin{cases} k_1 t^2 + k_2 t & 0 \leq t \leq t_d \\ 0 & t > t_d \end{cases}$$

式中: $k_1 = -4p_{\max}/t_d^2$, $k_2 = 4p_{\max}/t_d$, p_{\max} 是载荷峰值, t_d 是载荷持续时间。选取圆柱壳及流固载荷性能参数为: $h = 6.096\text{mm}$, $R = 100h$, $L = 3.0R$, $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $\nu = 0.3$, $t_d = 500\mu\text{s}$, $\lambda = 30$, $F_s = 602.7\text{MPa}$, $E = 205.8\text{GPa}$, $p_{\text{cr}} = 2.44\text{GPa}$ (结构的静屈曲压力)。为了便于分析问题,引入无因次载荷峰值参数 $\lambda_p = p_{\max}/p_{\text{cr}}$ 。另外,讨论的圆柱壳等效应力 $\sigma = [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]^{1/2}/\sqrt{2}$, 等效应变 $\epsilon = \sqrt{2}[(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2 + 6(\epsilon_{xy}^2 + \epsilon_{yz}^2 + \epsilon_{zx}^2)]^{1/2}/3$ 。

Gordienko^[7]对轴向冲击下的圆柱壳弹塑性屈曲进行了计算分析,其结果表明:当径厚比 (R/h)较大时,圆柱壳首先发生轴对称弹塑性动力屈曲,然后才逐渐转变为非轴对称动力屈曲,潘登^[8]用有限元程序分析轴向冲击下的圆柱壳动力屈曲时也得到了相同的结论。我们的算例结果也表明,当圆柱壳开始发生屈曲时,其周向位移非常小,其数值比轴向和径向位移小 2~3 个数量级,因此可以忽略不计。

2.1 保持载荷持续时间不变,载荷峰值不同

图 1、图 2 给出不同载荷峰值时,等效应力和等效应变在不同时刻沿轴向的响应曲线。图 1 表明:(1)在载荷峰值较小时,非冲击端附近的等效应变远远大于冲击端附近的等效应变,冲击端的等效应变在失去动力后逐渐减小,而非冲击端附近的等效应变的增长滞后于冲击端附近的等效应变的增长,直到 $t = 800\mu\text{s}$ 时才达到最大值;(2)当载荷峰值较小时,圆柱壳虽然在冲击端附近较小的区域形成塑性区,产生塑性变形,但其阻止屈曲传播的能力有限,需要考虑弹性波和塑性波的传播,并且以弹性波的传播为主,非冲击端反射的弹性波和后继弹性波相互作用,迭加增强后在非冲击端附近产生较大的局部塑性变形,形成一个等效应变迅速增长的区域,从而在圆柱壳的两端都形成了较大的局部径向位移;(3)随着冲击载荷的结束,圆柱壳的冲击端附近迅速卸载,然后进入弹性阶段,而非冲击端附近直到冲击结束才进入塑性区。

图 2 表明:(1)当载荷峰值较大时,冲击端附近的等效应变迅速增加,失去动力后仍然继续

增加,直到 $t=600\mu\text{s}$ 时才达到最大值,而非冲击端附近的等效应变的增长明显滞后于冲击端附近的等效应变的增长,直到 $t=800\mu\text{s}$ 时才达到最大值;(2)当载荷峰值较大时,能够在冲击端的附近迅速形成足够大的塑性区,塑性区域严重地阻止了屈曲沿整个壳长方向的发展,使屈曲时的等效应变沿壳长方向分布极不均匀,并且冲击端附近塑性区域的等效应变增长非常迅速,即使冲击结束,由于惯性力的影响,结构仍然发生屈曲,这时非冲击端的应力波反射效应是次要的;(3)圆柱壳的大部分区域的应力都超过了屈服应力,产生了较大的应变,进入塑性阶段,并最终发生弹塑性屈曲。

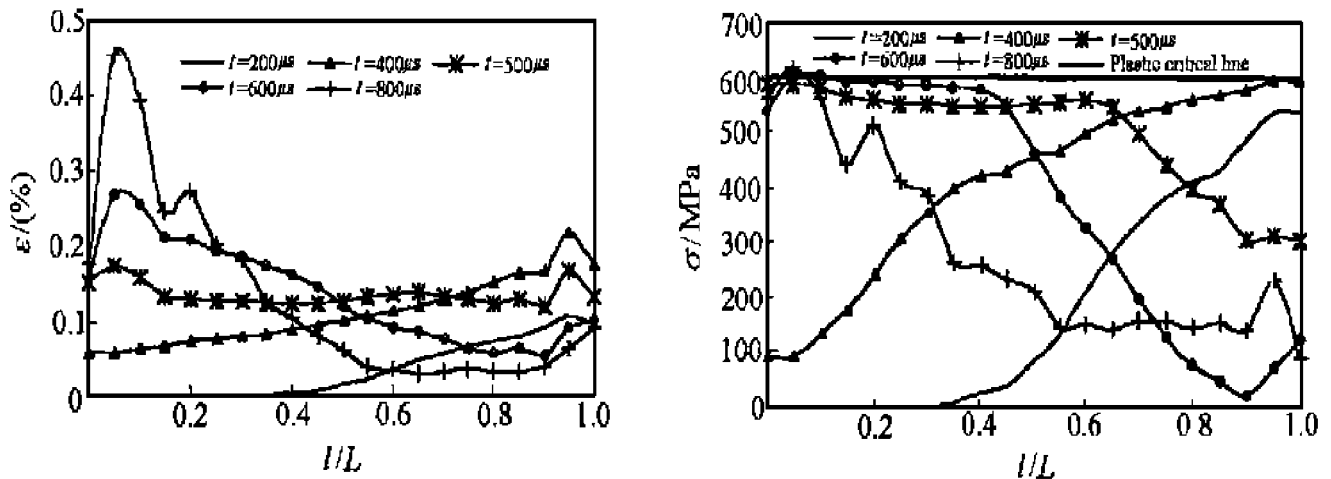


图 1 $\lambda_p=1.50$ 时不同时刻沿轴向的应变和应力响应曲线

Fig.1 Distribution of strain and stress along the x axis at various time points while $\lambda_p=1.50$

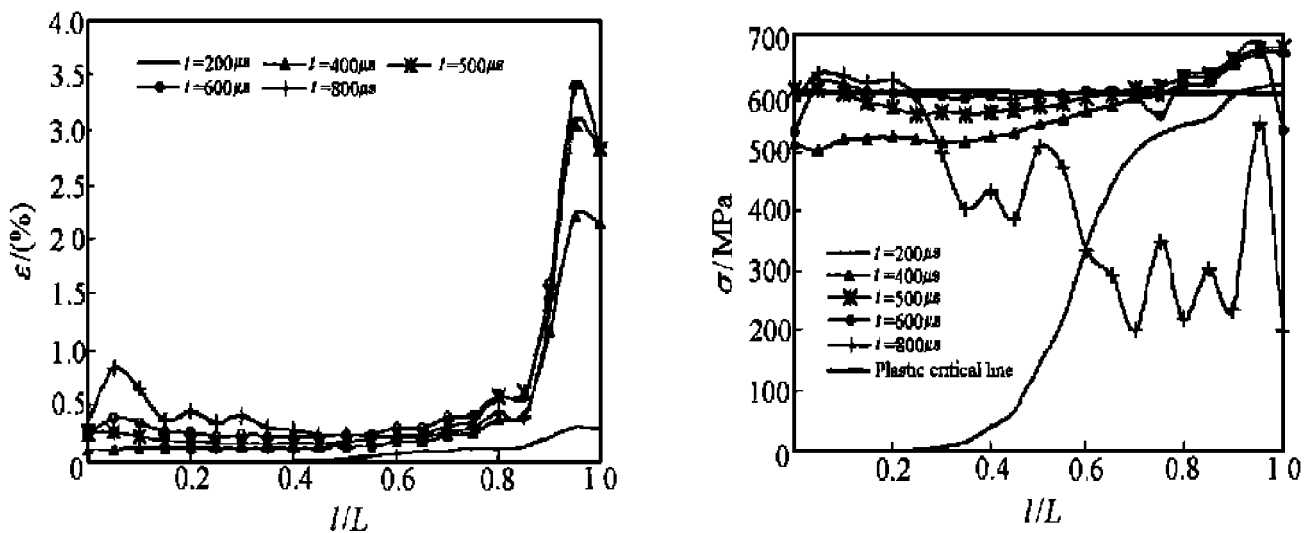


图 2 $\lambda_p=2.43$ 时不同时刻沿轴向的应变和应力响应曲线

Fig.2 Distribution of strain and stress along the x axis at various time points while $\lambda_p=2.43$

图 3 给出了圆柱壳最大径向位移随冲击载荷峰值的变化曲线。Budiansky 等^[3]认为:如果所加载荷的微小增量可以导致结构响应发生巨大变化,则所对应的载荷即为临界屈曲载荷。从图中可以看出:当冲击载荷峰值 $\lambda_p=2.43$ 时,圆柱壳径向位移增长显著,因此可以认为 $\lambda_p=2.43$ 是圆柱壳的临界屈曲载荷。

图 4 是将载荷峰值与相应的最大径向位移的关系采用 Southwell 方法处理得到的 Southwell 直线,其斜率的倒数即为所求的临界动力屈曲载荷, $\lambda_p=2.51$ 。

比较上述两种方法可以发现:采用 B-R 方法和 Southwell 方法获得的临界屈曲载荷是一致的,其误差仅为 3.3%。

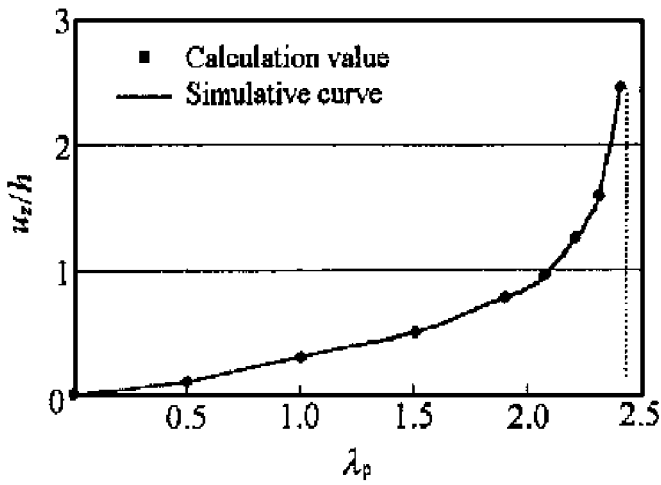


图 3 最大径向位移随载荷峰值的变化曲线
Fig.3 The maximum radial displacement vs peak value of axial impact

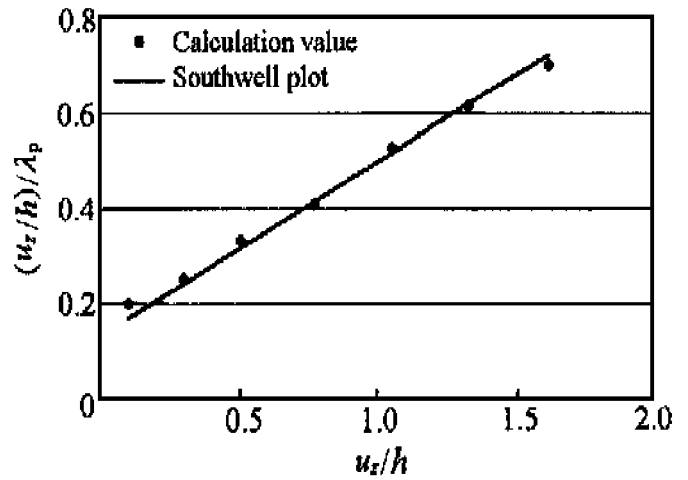


图 4 Southwell 直线
Fig.4 Typical Southwell plot of numerical results for Fig.5

2.2 载荷峰值保持不变, 载荷持续时间不同

当无因次载荷峰值参数 $\lambda_p=2.0$ 为一定时, 图 5 是载荷持续时间与相应无因次最大径向位移 (u_z/h) 的变化曲线, 从图中可以得到: 临界持续时间 $t_d=680\mu\text{s}$ 时, 结构将发生屈曲。图 6 是将载荷持续时间与相应最大径向位移的关系采用 Southwell 方法处理得到的 Southwell 直线, 其斜率的倒数即为所求的临界持续时间, $t_d=709\mu\text{s}$ 。两种方法计算得到的临界持续时间的误差为 4.3%, 因此可以认为两种方法计算得到的结果是吻合的。

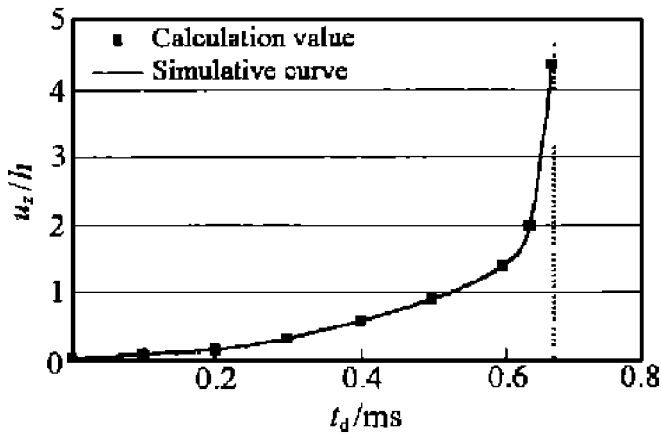


图 5 最大径向位移随载荷持续时间的变化曲线
Fig.5 The maximum radial displacement vs duration time of axial impact

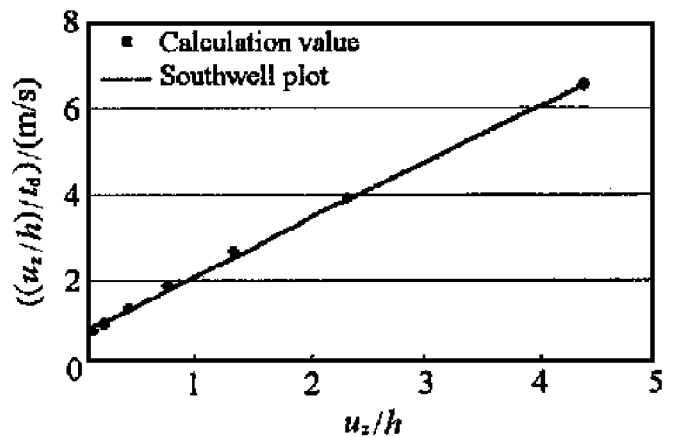


图 6 Southwell 直线
Fig.6 Typical Southwell plot of numerical results for Fig.7

比较以上两种不同的工况, 可以知道: 载荷持续时间对动力屈曲载荷的大小有明显的影 响, 持续时间越短, 屈曲载荷峰值越大。

2.3 几何参数、材料参数对屈曲的影响

图 7 是当冲击载荷的持续时间 $t_d=500\mu\text{s}$ 一定时, 几何参数 (R/h) 的变化对临界动力屈曲 载荷的影响。随着径厚比 R/h 的增大, 在冲击端附近迅速形成塑性区, 阻止塑性波沿着壳长 方向传播, 冲击端附近的屈曲位移增长迅速, 直至发生屈曲破坏, 因此临界动力屈曲载荷减小。

图8是当冲击载荷的持续时间 $t_d=500\mu\text{s}$ 一定时,材料硬化参数 λ 的变化对临界动力屈曲载荷的影响。随着参数 λ 增大,材料接近理想弹塑性材料,在冲击端附近的材料进入塑性区后迅速软化,屈曲位移增长迅速,失去继续承受载荷的能力,发生屈曲破坏,因此临界动力屈曲载荷减小。当材料硬化参数 $\lambda > 200$ 时,曲线的斜率相当平缓,表明材料硬化参数 λ 对临界动力屈曲载荷的影响较小;而当材料硬化参数 $\lambda < 200$ 时,临界屈曲载荷随材料硬化参数 λ 的减小迅速增加。

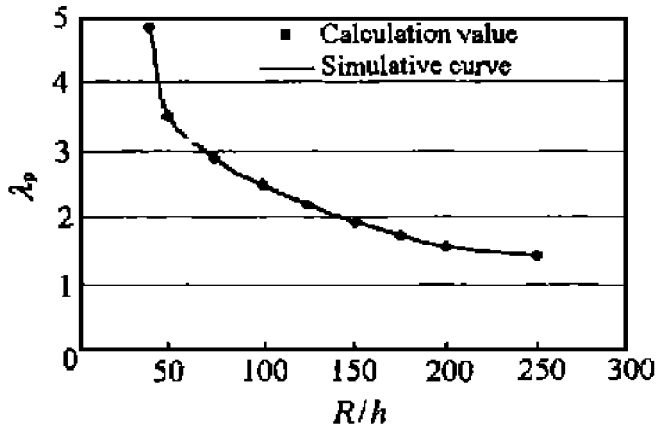


图7 无因次载荷峰值参数 λ_p 随 R/h 的变化曲线

Fig.7 Variation of non-dimension peak value of loading with shape parameter R/h

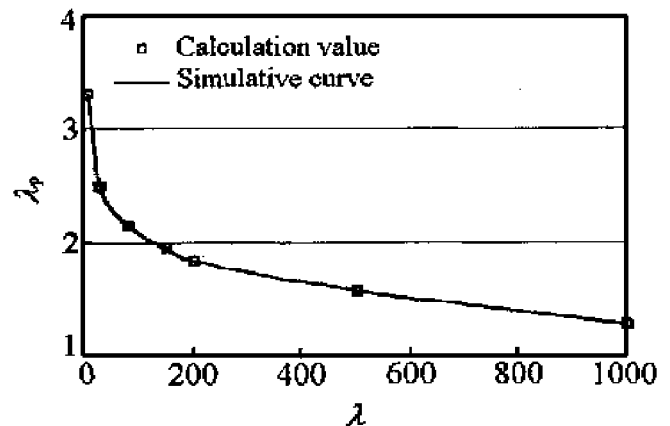


图8 无因次载荷峰值参数 λ_p 随 λ 的变化曲线

Fig.8 Variation of non-dimension peak value of loading with material parameter λ

3 结 论

根据前面的分析,可以得到以下几点结论。

(1)对于轴向冲击载荷作用下的两端简支圆柱壳,当载荷峰值较小时,弹性波的传播是主要的,屈曲主要发生在非冲击端;当载荷峰值较大时,冲击端附近迅速形成较大的塑性区域,阻止屈曲向整个壳长传播,故屈曲通常发生在冲击端。

(2)在载荷峰值较小的冲击响应过程中,圆柱壳的轴向位移响应是主要的,并且轴向位移增长比较稳定,沿壳长方向分布较为均匀,没有明显的发展期;当载荷峰值较大时,圆柱壳的径向位移在屈曲前有比较明显的增长,并且沿壳长方向分布极不均匀。

(3)基于 B-R 准则的屈曲判断方法和采用 Southwell 方法在分析时变轴向冲击载荷下圆柱壳的动力屈曲问题时,可以获得较为一致的临界屈曲载荷。

(4)在某些参数范围内,几何参数 (R/h) 和材料硬化参数 (λ) 对圆柱壳弹塑性屈曲的临界载荷都有较大的影响。

参考文献:

- [1] Norman J. Recent Studies on the Dynamic Plastic Behavior Structures [J] . Appl Mech Rev, 1989, 42 (4), 95 ~ 115.
- [2] Lee L H N. Inelastic Asymmetric Buckling of Ring-stiffened Cylindrical Shells [J] . AIAA Journal, 1974, 12 (12): 1051 ~ 1056.
- [3] Bushnell D. Computerized Buckling Analysis of Shells [M] . Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1985.
- [4] Zimicik D G, Tennyson R C. Stability of Circular Cylindrical Shells under Transient Axial Impulsive Loading [J] . AIAA Journal, 1980, 18 (6): 691 ~ 699.
- [5] 王 仁, 韩铭宝, 黄筑平, 等. 受轴向冲击的圆柱壳塑性动力屈曲实验研究[J] . 力学学报, 1983, 15 (5): 509 ~ 514.
- [6] 顾王明, 刘土光, 唐文勇, 等. 两参数轴向冲击载荷作用下圆柱壳弹塑性动力屈曲[J] . 力学学报, 1995, 27 (1): 48 ~ 57.
- [7] Gordienko B A. Buckling of Inelastic Cylindrical Shells under Axial Impact [J] . Archives of Mechanics, 1972, 24 (3): 383 ~ 394.
- [8] 潘 登. 轴向冲击下的圆柱壳弹塑性动力屈曲研究[D] . 北京: 清华大学, 1998.

Buckling of Cylindrical Shells under Axial Impact

LIU Li, LIU Tu-guang, LI Tian-yun

(*Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, HUST, Wuhan 430074, China*)

Abstract: The Kaman-Donnel equations were solved using incremental numerical method and incremental theory of constitution relations of materials. The numerical results show that the B-R rule predicts the same critical loading amplitude as the Southwell method. Also, material property, geometric parameter and peak loading amplitude and duration effects on buckling were discussed.

Key words: cylindrical shell; axial impact; buckling