

文章编号: 1001-1455 (2000)03-0193-07

单向 KFRP 的应变率相关的本构方程

汪 洋, 夏源明

(中国科学技术大学力学与机械工程系, 安徽 合肥 230027)

摘要: 在旋转盘式杆杆型冲击拉伸试验装置上, 对单向 Kevlar 49 纤维增强酚醛树脂复合材料 (KFRP) 进行了冲击拉伸试验, 得到了应变率为 150, 400 和 1500s⁻¹ 下的单向 KFRP 的完整拉伸应力应变曲线; 结果表明, 单向 KFRP 的力学性能是应变率相关的。通过改进复合丝束模型, 建立了计及应变率效应的单向 KFRP 的一维损伤宏观本构方程。

关键词: 单向 KFRP; 应变率相关性; 本构方程

中图分类号: TB33 文献标识码: A

1 引言

Kevlar 纤维增强聚合物基复合材料是一种新型复合材料, 已在航空、航天工业等众多领域得到广泛应用^[1], 特别是作为防弹材料, 在民用及军用防弹制品中得到大量使用。因此, 研究 Kevlar 纤维及其增强复合材料在冲击载荷下的动态力学行为具有重要的理论和实用意义。夏源明等^[2] 针对单向玻璃纤维/环氧复合材料 (GFRP) 曾提出了完整的复合丝束模型来描述单向 GFRP 应变率相关的宏观拉伸力学性能。但该模型仍有不足之处: (1) 无法描述 $\epsilon \geq \epsilon_m$ (ϵ_m 是与单向复合材料所能承受的最大应力相对应的失稳应变) 段的完整应力应变关系; (2) 单向复合材料的破坏应力 σ_{\max} (即最大应力) 和失稳应变 ϵ_m 无法从本构方程中自动确定。我们的工作就是在较大的应变率范围内对单向 Kevlar 49 纤维增强酚醛树脂复合材料 (KFRP) 的动态拉伸力学性能进行实验研究, 探讨其应变率相关性, 并在此基础上, 改进复合丝束模型, 建立计及应变率效应的单向 KFRP 的一维损伤宏观本构方程。

2 单向 KFRP 的冲击拉伸力学性能

2.1 旋转盘式杆杆型冲击拉伸试验装置及其试验原理

旋转盘式杆杆型冲击拉伸试验装置及其试验原理^[3, 4] 见图 1。通过安装在高速旋转盘上的双片锤头 1 打击撞块 2, 使得连接撞块与入射杆 4 的接近理想弹塑性的前置金属短杆 3 发生塑性变形并断裂, 从而在入射杆中产生弹性拉应力方波脉冲。该拉应力脉冲作用于试件 5 后, 一部分反射回入射杆, 一部分透射到透射杆 6 中, 用固定在入射、透射杆上的半导体应变片 7 即可分别测得入射、透射杆上的入射波 $\epsilon_i(t)$ 、反射波 $\epsilon_r(t)$ 和透射波 $\epsilon_t(t)$ 应变信号。选用不

* 收稿日期: 1999-04-28; 修回日期: 1999-07-26

基金项目: 国家自然科学基金项目 (19572062)

作者简介: 汪 洋 (1968—), 男, 博士, 讲师。

同直径和长度的前置金属短杆以及不同的打击速度就可获得不同幅值、宽度和上升沿的平稳的拉伸方波脉冲,从而可实施材料在不同应变率下的冲击拉伸实验。

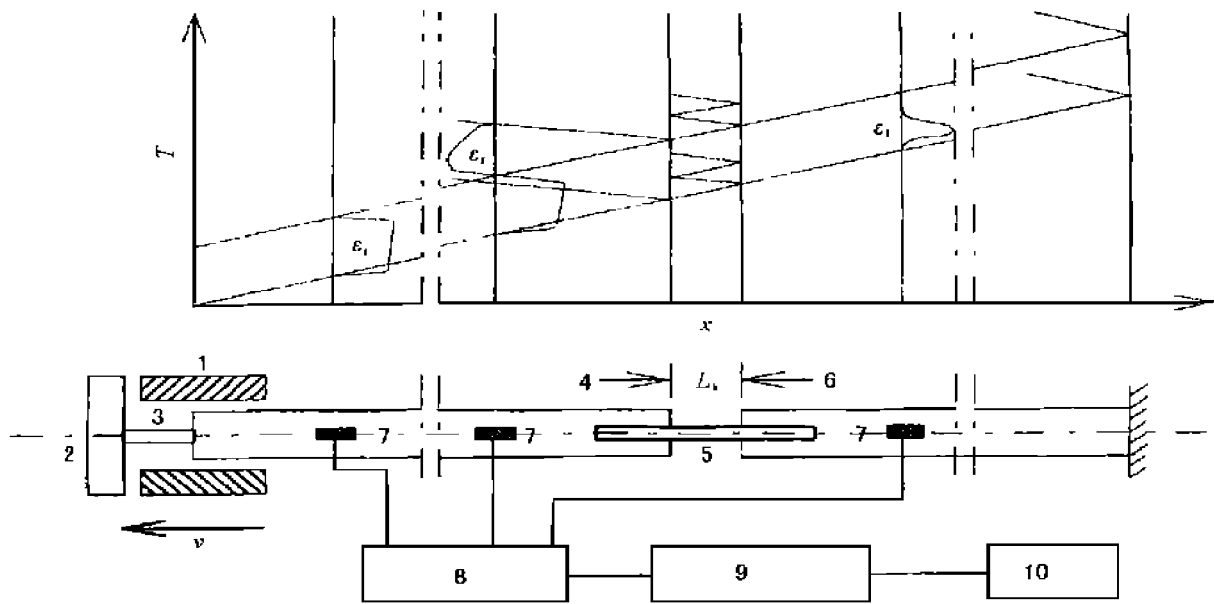
依据一维应力波理论及试件中应力、应变均匀性假设,试件试验段中的平均应力、应变和应变率可以分别表示为

$$\sigma_s(t) = EA[\epsilon_i(t) + \epsilon_r(t) + \epsilon_t(t)] / 2A_s = EA\epsilon_i(t) / A_s \quad (1)$$

$$\epsilon_s(t) = \frac{c_0}{L_s} \int_0^t [\epsilon_i(\tau) - \epsilon_r(\tau) - \epsilon_t(\tau)] d\tau = \frac{2c_0}{L_s} \int_0^t [\epsilon_i(\tau) - \epsilon_t(\tau)] d\tau \quad (2)$$

$$\dot{\epsilon}_s(t) = c_0[\epsilon_i(t) - \epsilon_r(t) - \epsilon_t(t)] / L_s = 2c_0[\epsilon_i(t) - \epsilon_t(t)] / L_s \quad (3)$$

式中: A_s 和 L_s 为试件试验段的横截面积和长度, c_0 、 A 和 E 分别为入射杆和透射杆的弹性纵波波速、横截面积和弹性模量。入射杆和透射杆由同种材料制成并具有相同的横截面尺寸。



1. Hamber; 2. Impact block; 3. Prefixed bar; 4. Input bar; 5. Specimen; 6. Output bar; 7. Strain gauge; 8. Ultradynamic strain gage; 9. Transient waveform memory; 10. Computer

图 1 冲击拉伸试验装置及其原理示意图

Fig.1 Schematic diagram of tensile impact set-up and principle of measurement

2.2 单向 KFRP 试件

单向 KFRP 的冲击拉伸实验在旋转盘式杆杆型冲击拉伸试验机上进行。试件的几何形状和尺寸如图 2 所示。试件是用 Kevlar 49/酚醛树脂预浸无纬带,通过固体模压而成。试件的试验段为单向纤维铺层,纤维方向平行于载荷作用方向,两端连接段部分加有横向纤维铺

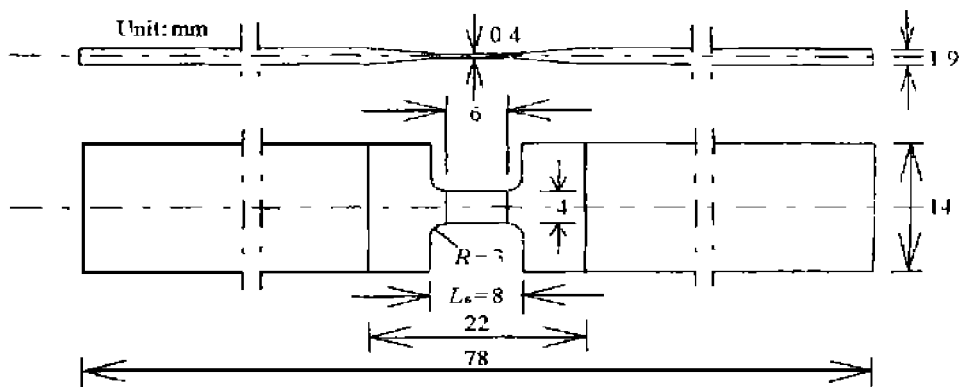
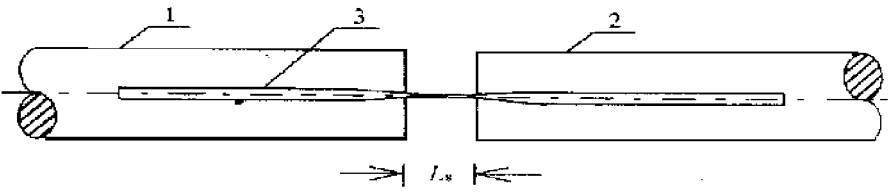


图 2 试件几何形状和尺寸

Fig.2 Geometric shape of the specimen

层。因此，与金属材料的试件形状相比，单向 KFRP 试件的连接段和试验段不是等厚的，其沿厚度方向呈哑铃形^[5]。试件与冲击拉伸装置的连接如图 3 所示。在装置的入射杆、透射杆两端各预制有一带有倒锥度的叉口，与试件的形状相匹配，试件与杆用高强抗冲击粘接剂相连接。叉口的倒锥度以及高剪切强度的粘接剂可以避免在冲击拉伸过程中试件从连接处拔出。



1. Input bar; 2. Output bar; 3. Specimen

图 3 试件与杆连接示意图

Fig.3 Connection of the specimen

2.3 试验结果

对单向 KFRP 进行了 3 种应变率的冲击拉伸试验，应变率分别为 $150, 400$ 和 1500s^{-1} 。图 4 (a) ~ (c)所示为单向 KFRP 在不同应变率下的每三次试验的应力应变曲线，图 4(d)所示为各应变率下的平均结果。表 1 所列为单向 KFRP 的初始弹性模量 E 、破坏应力 σ_{\max} (单向 KFRP 所能承受的最大应力)和失稳应变 ϵ_m (与破坏应力相对应的应变)在各个应变率下实验结果的平均值。由图 4(d)及表 1 可见，单向 KFRP 具有一定的应变率相关性，随着应变率的增大，其初始弹性模量 E 、破坏应力 σ_{\max} 和失稳应变 ϵ_m 均有增大的趋势。

为进一步了解单向 KFRP 的力学性能与应变率的关系，图 5 给出了初始弹性模量 E 、破坏应力 σ_{\max} 和失稳应变 ϵ_m 与应变率对数 $\lg \dot{\epsilon}$ 的关系曲线。由图可见，在 $150 \sim 1500\text{s}^{-1}$ 的应变率范围内，单向 KFRP 的力学参数与应变率对数近似成线性关系，可用线性方程组(4)来描述。

$$\begin{cases} E = 7.096 \lg \dot{\epsilon} + 39.186 \\ \sigma_{\max} = 0.100 \lg \dot{\epsilon} + 1.257 \\ \epsilon_m = 0.003 \lg \dot{\epsilon} + 0.036 \end{cases} \quad 150\text{s}^{-1} \leq \dot{\epsilon} \leq 1500\text{s}^{-1} \quad (4)$$

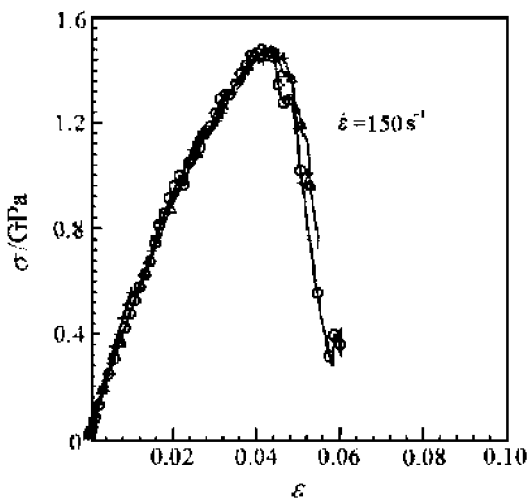


图 4(a) 单向 KFRP 在 150s^{-1} 时的冲击拉伸试验结果

Fig.4(a) The stress-strain curves of KFRP at strain rate 150s^{-1}

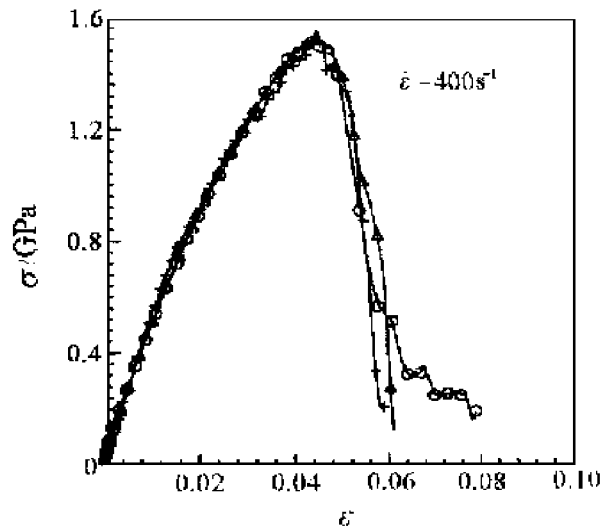


图 4(b) 单向 KFRP 在 400s^{-1} 时的冲击拉伸试验结果

Fig.4(b) The stress-strain curves of KFRP at strain rate 400s^{-1}

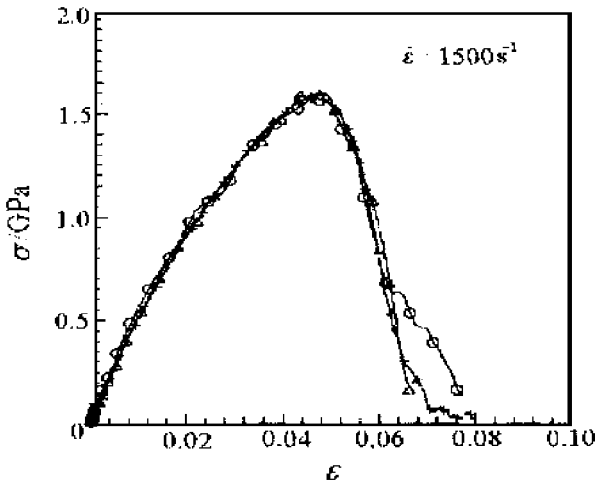


图 4(c) 单向 KFRP 在 1500s^{-1} 时的冲击拉伸试验结果

Fig.4(c) The stress-strain curves of KFRP at strain rate 1500s^{-1}

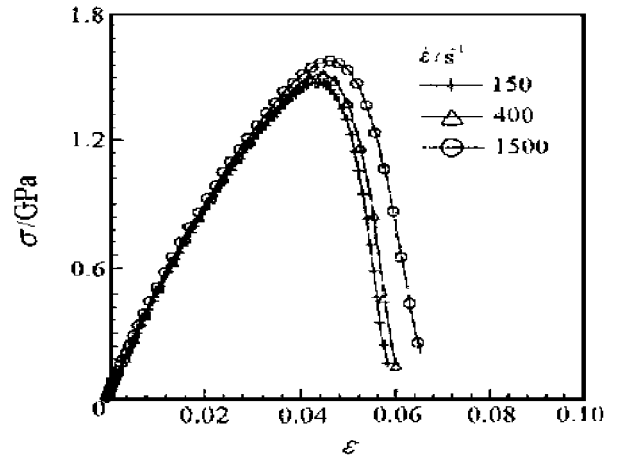


图 4(d) 单向 KFRP 在不同应变率下的平均应力应变曲线

Fig.4(d) The stress-strain curves of KFRP at eifferent strain rates

图 4 单向 KFRP 的冲击拉伸试验结果

Fig.4 Stress-strain curves of KFRP

表 1 单向 KFRP 的动态拉伸力学性能
Table 1 Dynamic tensile properties of unidirectional KFRP

$\dot{\epsilon}/\text{s}^{-1}$	E/GPa	σ_{\max}/GPa	ϵ_m
150	55	1.47	0.043
400	57	1.52	0.044
1500	62	1.57	0.046

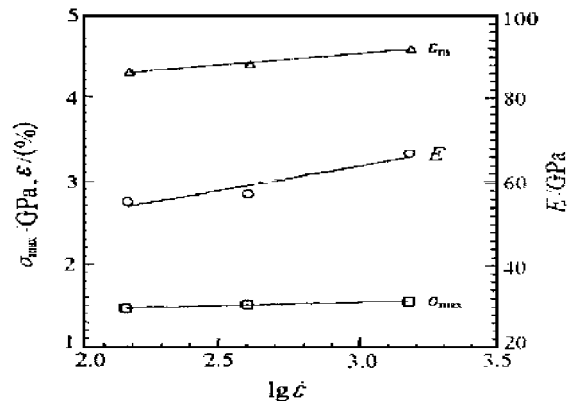


图 5 初始弹性模量、破坏应力、失稳应变与应变率对数关系

Fig.5 Initial elastic modulus, strength and unstable strain versus $\lg \dot{\epsilon}$

3 单向 KFRP 的宏观本构方程

3.1 复合丝束模型

夏源明等^[2,6]依据单向 E-glass 纤维增强环氧树脂复合材料 (GFRP) 的冲击拉伸加卸载试验和

瞬态温升测量试验结果,提出了复合丝束模型来表征单向 GFRP 在冲击拉伸加载下的宏观力学行为。该模型的基本假设是:(1)单向纤维增强复合材料可以看成由 N 根长度为 L 、横截面积为 A_f 的相同的复合丝组成的复合丝束,每根复合丝由一根纤维及包围它的基体所构成。(2)每根复合丝从变形直到断裂都是线弹性的。(3)忽略复合丝之间的相互作用,当有 n 根复合丝断裂时,载荷立即平均分配到未断的 $N-n$ 根复合丝上。(4)复合丝束的应力应变关系的非线性是由复合丝的累积断裂引起的,复合丝束的应变率相关性是由复合丝的应变率相关性决定的。(5)复合丝的动态拉伸强度服从单 Weibull 分布函数

$$F(\sigma) = 1 - \exp[-(\sigma/\sigma_0)^m] \tag{5}$$

式中: m 是单 Weibull 分布函数的形状参数; σ_0 是尺度参数; $F(\sigma)$ 是单根复合丝在应力不超过

σ 时的破坏概率。

由于作为单向 KFRP 中的载荷的主要承担者 Kevlar 49 纤维的强度统计分布满足双 Weibull 分布函数^[7]，所以将上述基本假设 (5) 中复合丝的动态拉伸强度统计分布函数修正为双 Weibull 分布的形式

$$F(\sigma) = 1 - \exp[-(\sigma/\sigma_{01})^{m_1} - (\sigma/\sigma_{02})^{m_2}] \quad (6)$$

式中： m_1 和 m_2 是双 Weibull 分布函数的形状参数； σ_{01} 和 σ_{02} 是尺度参数。

将复合丝束模型看成是连续体，按照损伤力学中用损伤变量 ω 表示应力应变关系的方法^[8] 可得

$$\sigma = E\epsilon(1 - \omega) = E\epsilon(1 - n/N) = E\epsilon \exp[-(E\epsilon/\sigma_{01})^{m_1} - (E\epsilon/\sigma_{02})^{m_2}] \quad (7)$$

式中： E 为复合丝束的初始弹性模量； σ 和 ϵ 分别为复合材料的表观应力和表观应变； n/N 是复合丝的累积破坏概率。

式 (7) 即是应变率相关的单向复合材料的一维损伤宏观本构方程。为确定式 (7) 中的双 Weibull 分布参数，对式 (7) 两边取双对数得

$$\ln[-\ln(\sigma/E\epsilon)] = \ln[(E\epsilon/\sigma_{01})^{m_1} + (E\epsilon/\sigma_{02})^{m_2}] \quad (8)$$

依据单向复合材料完整的拉伸应力应变曲线可以得到 $\ln[-\ln(\sigma/E\epsilon)] - \ln(E\epsilon)$ 坐标下的 Weibull 分布曲线，用最小二乘法拟合该 Weibull 分布试验结果，即可得到相应的双 Weibull 分布参数 m_1 、 m_2 、 σ_{01} 和 σ_{02} ^[9]。

3.2 单向 KFRP 的一维损伤宏观本构方程

图 6 为单向 KFRP 在应变率为 150、400 和 1500s⁻¹ 时的 Weibull 分布试验结果。由图 6 可见，Weibull 分布结果并非一条直线，而是呈明显的近似分段双线性特征，这与 Kevlar 49 纤维束的 Weibull 分布试验结果是一致的^[7]。表 2 所列为上述 3 个应变率下用最小二乘法拟合得到的 Weibull 分布参数值，将其代入方程 (7) 即得到拟合的单向复合材料的应力应变关系。图 7 所示为试验应力应变曲线与拟合结果的比较，两者十分吻合，这说明用双 Weibull 函数来表征 Kevlar 49 复合丝强度的统计分布特性是合理的。

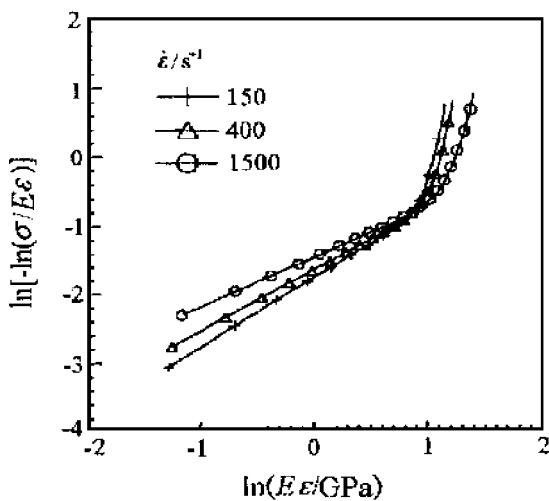


图 6 单向 KFRP 试验的 Weibull 曲线
Fig. 6 The Weibull plots of KFRP

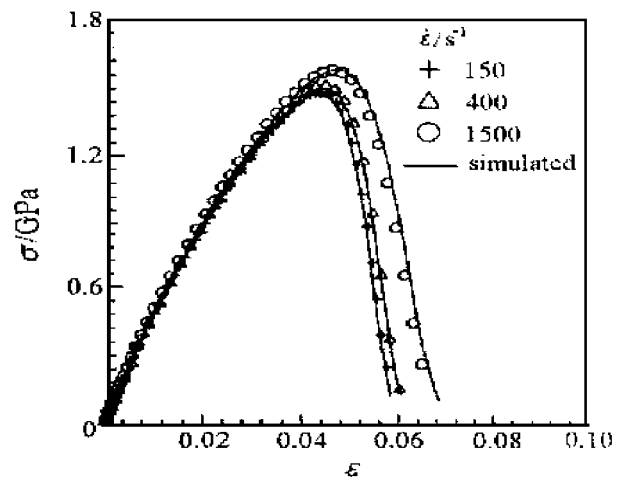


图 7 单向 KFRP 试验应力应变曲线与拟合值的比较
Fig. 7 Comparison of simulated stress-strain curves with test data

线性拟合 Kevlar 49 复合丝的 Weibull 形状参数和尺度参数与应变率对数的关系,进而可以得到单向 KFRP 在冲击拉伸载荷作用下的计及应变率效应的一维损伤宏观本构方程

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = E(\dot{\epsilon}) \epsilon \exp[-(E(\dot{\epsilon}) \epsilon / \sigma_{01}(\dot{\epsilon}))^{m_1(\dot{\epsilon})} - (E(\dot{\epsilon}) \epsilon / \sigma_{02}(\dot{\epsilon}))^{m_2(\dot{\epsilon})}] \\ E(\dot{\epsilon}) = 7.096 \lg \dot{\epsilon} + 39.186 \\ m_1(\dot{\epsilon}) = -0.281 \lg \dot{\epsilon} + 1.635 \\ \sigma_{01}(\dot{\epsilon}) = 1.530 \lg \dot{\epsilon} + 2.124 \\ m_2(\dot{\epsilon}) = -3.476 \lg \dot{\epsilon} + 20.899 \\ \sigma_{02}(\dot{\epsilon}) = 0.762 \lg \dot{\epsilon} + 1.257 \end{array} \right. \quad (9)$$

依据方程(9)不仅可以完整地刻划单向 KFRP 在不同应变率下的宏观应力应变关系,而且能预报单向复合材料的破坏应力 σ_{\max} 和失稳应变 ϵ_m 。

表2 Kevlar 复合丝的 Weibull 参数

Table 2 The Weibull parameters of Kevlar coated fibre bundles

$\dot{\epsilon}/s^{-1}$	m_1	σ_{01}	m_2	σ_{02}
150	1.02	5.53	13.08	2.96
400	0.91	5.97	12.30	3.16
1500	0.74	7.04	9.67	3.71

比较方程(9)和 Kevlar 49 纤维束的宏观本构方程(7)可见,修正的复合丝束模型与纤维束的损伤本构模型具有相同的函数表达形式,然而两者的 Weibull 分布参数的性质却有着本质的区别。首先,复合丝的 Weibull 尺度参数与复合丝的长度无关。其次,复合丝的 Weibull 形状参数具有应变率相关性。这是与纤维单丝的结论完全不同的。但复合丝 Weibull 参数的这些特点恰恰说明基体的存在改变了纤维的损伤演化过程,是应力集中、惯性效应和热力耦合效应对单向复合材料宏观应力应变关系影响的总体反映。然而由于问题的复杂性,如何定量地揭示 Kevlar 49 单丝的 Weibull 参数与复合丝 Weibull 参数的内在联系还有待进一步的研究。

4 结论

(1)单向 KFRP 的拉伸力学性能具有应变率相关性。随着应变率的增大,其初始弹性模量 E 、破坏应力 σ_{\max} 和失稳应变 ϵ_m 均有增大的趋势。在应变率 $150 \sim 1500s^{-1}$ 范围内,其初始弹性模量 E 、破坏应力 σ_{\max} 和失稳应变 ϵ_m 与应变率对数 $\lg \dot{\epsilon}$ 近似成线性关系。

(2)双 Weibull 分布函数可以准确地表征 Kevlar 49 复合丝束中复合丝强度的统计分布规律,修正的复合丝束模型是正确的、合理的。

(3)计及应变率效应的单向 KFRP 一维损伤宏观本构方程可以全面、完整地表征单向 KFRP 在冲击拉伸时的应力应变关系,并能确定单向 KFRP 的破坏应力值和失稳应变值。

(4)与 Kevlar 49 纤维单丝不同,Kevlar 49 复合丝的 Weibull 形状参数具有应变率相关性,且 Weibull 尺度参数与复合丝的长度无关。

参考文献:

- [1] 林春德.先进复合材料在航天领域应用的新进展[A].复合材料进展[M].北京:航空工业出版社,1994. 1-10.
- [2] Xia Y M, Wang X. Constitution Equation for Unidirectional Composites under Tensile Impact[J]. Comp Sci and Tech,

1996, 56: 155.

- [3] 姚亚平. 高速旋转盘冲击拉伸试验机的研制及复合材料冲击拉伸性能的研究[D]. 合肥: 中国科技大学, 1989.
- [4] 夏源明, 杨报昌, 贾德新, 等. 摆锤式杆杆型冲击拉伸实验装置和低温动态测试技术[J]. 实验力学, 1989, 14(1): 57.
- [5] 王 兴. 冲击拉伸条件下单向玻璃纤维增强环氧树脂的一维本构方程[D]. 合肥: 中国科技大学, 1992.
- [6] 夏源明, 饶世国, 杨报昌. 红外瞬态测温装置及其在冲击拉伸实验中的应用[J]. 实验力学, 1990, 15(2): 170.
- [7] Wang Yang, Xia Yuanming. The Effect of Strain Rate on the Mechanical Behaviour of Kevlar Fibre Bundled: an Experimental and Theoretical Study [J]. Composite Part A, 1998, 29: 1411.
- [8] Krajcinovic D, Silva M A G. Statistical Aspects of the Continuous Damage Theory[J]. Int J Solids Structures, 1982, 18(7): 551—562.
- [9] 刘德贵, 费景高, 于泳江. FORTRAN 算法汇编(第二分册)[M]. 北京: 国防工业出版社, 1990.

A Strain-Rate Dependent Constitution Equation for Unidirectional KFRP

WANG Yang, XIA Yuan-ming

(Department of Modern Mechanics, University of Science
and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China)

Abstract: Tensile impact test of a unidirectional Kevlar 49/phenolic composite (KFRP) were carried out in a Bar-Bar Tensile Impact Apparatus. Three high strain rates 150s^{-1} , 400s^{-1} and 1500s^{-1} were used in the experiments; complete stress-strain relations have been obtained respectively. The experimental results show that the mechanical behavior of the unidirectional KFRP relates to the strain rate. By modifying the model for the coated fiber bundle, a one-dimension, strain-rate dependent, macroscopic constitution equation incorporating damage is established for the unidirectional KFRP.

Key words: unidirectional KFRP; strain-rate dependence; constitutive equation