

文章编号: 1001-1455(2000)04-0313-06

# 冲击作用下含孔洞纤维增强复合材料 平板的动力学实验与数值研究<sup>\*</sup>

刘海笑<sup>1</sup>, 张楚汉<sup>2</sup>, 周锡礽<sup>1</sup>

(1. 天津大学建工学院港口工程系, 天津 300072;

2. 清华大学水利水电工程系, 北京 100084)

**摘要:** 作为复合材料动力学实验与数值研究的应用实例, 实验研究采用正交异性动态光弹性方法, 数值分析运用各向异性介质的时域边界元方法。纤维增强光弹性复合材料平板被用来模拟含孔洞的正交异性半无限域, 用小口径步枪施加与纤维方向成 0° 及 90° 两个方向的冲击载荷, 在正交异性动态光弹性实验中记录了应力波在孔洞周围的传播、反射与绕射过程, 此过程被进一步转换成应力分量的变化时程, 并与相应的时域边界元方法的数值分析结果进行了比较。

**关键词:** 复合材料动力学; 纤维增强光弹性复合材料; 正交异性动态光弹性方法; 各向异性介质; 时域边界元方法

中图分类号: O348.1

文献标识码: A

## 1 引言

动态光弹性方法和时域边界元方法是研究动态问题特别是波传播问题的有力工具, 前者作为实验研究方法, 后者作为数值分析方法, 在动态问题的研究中具有各自独特的优势。时域边界元方法直接利用弹性动力学方程的基本解建立包含时间积分的边界积分方程, 它具有一般边界元方法的优点, 如可以降维、求解精度高等, 同时, 时域边界元能够直接给出系统的瞬态响应, 在研究爆炸与冲击载荷作用下结构的动力响应时, 用其求解结构的瞬态响应具有突出的优点。动态光弹性方法以模型实验为手段, 研究在动载荷作用下介质中随时间变化的应力状态, 据此, 可以得到内部应力状态的全貌及应力波传播的全过程。正交异性动态光弹性方法是动态光弹性方法的一个新兴的分支, 它采用正交异性光弹性材料对正交异性材料中的动态力学行为进行宏观研究, 除用于对波动问题的基础研究外, 在工程应用方面也有良好的应用前景。在我们以前的研究<sup>[1~3]</sup>中, 已经初步建立了正交异性动态光弹性方法的基本理论和实验技术, 并运用于纤维增强复合材料一维杆件和二维平板的冲击实验研究, 本文中将上述工作推广到更具工程背景的含孔洞复合材料半无限域问题。对含孔洞半无限域的动态光弹性实验研究在工程中具有广泛的应用背景, 它可以模拟隧洞、地下仓库、地下厂房等其它大型结构在爆炸与地震作用下的响应问题。对各向同性材料, Durelli 等<sup>[4~5]</sup>曾研究大平板中圆孔和椭圆孔

\* 收稿日期: 1999-12-15; 修回日期: 2000-03-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(19572035)

作者简介: 刘海笑(1966—), 男, 工学博士, 副教授。

边界上的应力分布情况,苏先基等<sup>[6]</sup>则研究了大平板中,当应力波经过马蹄形孔时孔边应力分布随时间的变化。Dally 等<sup>[7]</sup>在纤维增强光弹性复合材料模拟的全平面模型中,用小圆洞装添炸药,施以爆炸加载,利用激光光源记录到了动态双折射条纹图像,但并没有进行模型的光弹性应力分析。从严格意义上讲,以动态光弹性方法对各向异性介质的孔洞问题进行实验研究的例子至今尚无报道。作为初步研究,本文中针对地下结构在冲击作用下的应力响应,用单向纤维增强光弹性复合材料模拟含孔洞的正交异性材料半无限域,在介质表面施加冲击载荷,进行了正交异性动态光弹性实验,记录了应力波在孔洞周围的传播、反射与绕射过程,此过程被进一步转换成应力分量的变化过程,并与相应的各向异性介质时域边界方法的数值分析结果进行了比较。

## 2 正交异性动态光弹性实验

实验在 Cranz-Schardin 动态光弹性仪上进行,该仪器主要由高速摄影、加载以及控制同步、延迟及时间记录 3 个系统组成,可以一次连续获取 16 个时刻的照片。实验模型由纤维体积含量约 5% 的单向纤维增强光弹性复合材料制成,其轮廓如图 1 所示。材料的动力学参数与动态光弹性常数均由实测所得,分别为:  $E_1 = 7.66 \text{ GPa}$ ,  $E_2 = 4.27 \text{ GPa}$ ,  $G_{12} = 1.60 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{21} = 0.36$ ,  $\nu_{12} = 0.20$ ,  $f_1 = 49.18 \text{ kN/m}^\circ\text{fringe}$ ,  $f_2 = 36.71 \text{ kN/m}^\circ\text{fringe}$ ,  $f_{12} = 31.86 \text{ kN/m}^\circ\text{fringe}$ ; 其它材料参数为:  $d = 4.8 \text{ mm}$ ,  $\hat{\varphi}_R = 0^\circ$ , 对  $0^\circ$  方向,  $N_R = 0.4$ , 对  $90^\circ$  方向,  $N_R = 0.9$ 。关于这些参数的具体定义见公式(2)后的说明。由小口径步枪冲击加载,加载速率约  $50 \text{ MN/s}$ , 加载方向与材料纤维方向分别成  $0^\circ$  和  $90^\circ$  角度。图 2 为实测获得的冲击载荷曲线,通过专门设计的单轴冲击实验并由反推应变历程得到,此载荷历程只取实测曲线第一个峰值以前的部分。

作为比较研究,对与上述复合材料基体相近的环氧树脂各向同性模型,也进行了工况相同的冲击实验,该模型材料的动力学参数分别为:  $E = 4.7 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.36$ ,  $\rho = 1.215 \text{ t/m}^3$ ,  $d = 4.2 \text{ mm}$ ,  $f_\sigma = 17.3 \text{ kN/m}^\circ\text{fringe}$ 。

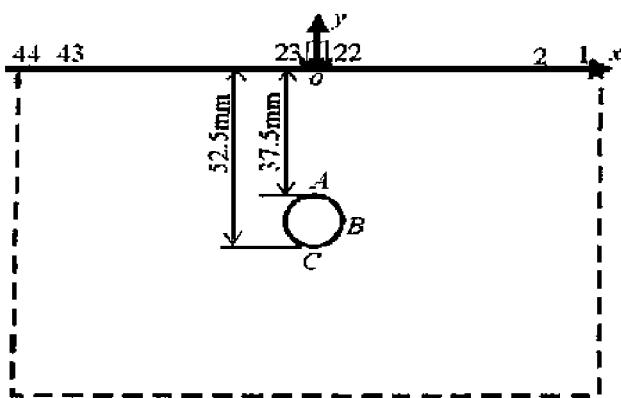


图 1 含孔洞正交异性半无限域受冲击载荷作用

Fig. 1 The semi-infinite orthotropic domain  
with cavity under impact loading

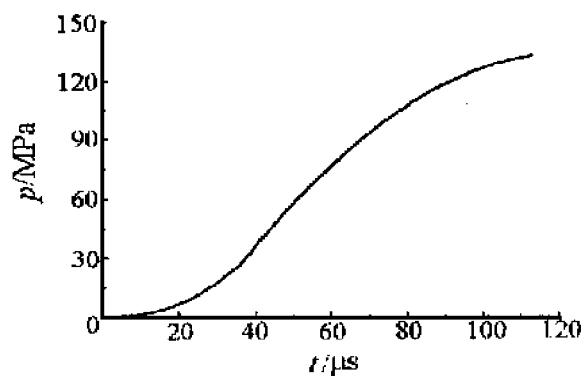


图 2 冲击载荷曲线

Fig. 2 The impact loading curve

### 3 时域边界元计算

如图1所示的由单向纤维增强光弹性复合材料模拟的含孔洞正交异性半无限域,在其表面  $x=0$  上一段区域受到垂直向下的冲击载荷,加载方向与材料纤维方向分别成  $0^\circ$  和  $90^\circ$  角度,求其孔边  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点的应力响应。

计算参数:外边界离散范围取原点左右各  $0.2\text{m}$ ,用两节点线性单元离散为 43 个单元,孔边用两节点线性单元均匀离散为 12 个单元,最大单元长度  $l_j=0.01\text{m}$ ,时间步长  $\Delta t=3\mu\text{s}$ ,  $c_1\Delta t/l_j$  取值范围在  $0.4 \sim 0.8$ ,其中  $c_1$  为纵波波速。计算点坐标为:  $A(0, -37.5\text{mm})$ ,  $B(7.5\text{mm}, -45\text{mm})$ ,  $C(0, -52.5\text{mm})$ 。计算中输入的载荷曲线为动态光弹性实验的冲击载荷过程(见图2)。

作为对照,对上述环氧树脂各向同性模型,在加载与离散完全相同的条件下也进行了计算。

### 4 数据分析与结果

在正交异性动态光弹性方法的研究中,关于任意点应力分离的问题尚没有得以解决。但是,对于图1所示孔边的三个特殊点  $A$ 、 $B$  和  $C$ ,由于只有切向应力  $\sigma_\theta$ ,可以容易地根据正交异性动态应力-光性定律将其求出。

在线弹性范围,在笛卡尔坐标系  $xy$  下正交异性动态应力-光性定律表示为<sup>[1~3]</sup>

$$N_T = \left\{ \left[ \frac{\sigma_x}{C_1} - \frac{\sigma_y}{C_2} + \frac{\tau_{xy}}{C_3} + N_R \cos(2\hat{\eta}_R) \right]^2 + \left[ 2 \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{C_4} + \frac{\tau_{xy}}{C_5} \right) + N_R \sin(2\hat{\eta}_R) \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (1)$$

$$1/C_1 = d \left| \frac{\cos^2 \theta}{f_1} - \frac{\sin^2 \theta}{f_2} \right|, \quad 1/C_2 = d \left| \frac{\cos^2 \theta}{f_2} - \frac{\sin^2 \theta}{f_1} \right|,$$

$$1/C_3 = d(1/f_1 + 1/f_2) \sin 2\theta, \quad 1/C_4 = -\frac{d \sin \theta \cos \theta}{f_{12}},$$

$$1/C_5 = \frac{d(\cos(2\theta) - \sin^2 \theta)}{f_{12}} \quad (2)$$

式中:  $N_T$  为观察到的由全部双折射产生的条纹级数,  $N_R$  为残余双折射导致的条纹级数,  $\hat{\eta}_R$  为主坐标系下的残余等倾角,  $f_1$ 、 $f_2$  及  $f_{12}$  分别为纤维方向、垂直于纤维方向及纯剪切应力状态下材料的动态应力条纹值,  $d$  为模型厚度,  $\theta$  为纤维方向与  $x$  轴的夹角。

因此,在知道全部双折射  $N_T$  及其它参数的前提下,  $\sigma_\theta$  的求解可以简单地归纳为求解下面一元二次方程

$$a\sigma_\theta^2 + b\sigma_\theta + c = 0 \quad (3)$$

式中:  $\sigma_\theta$  为孔边的切向应力。对  $A$ 、 $C$  两点

$$a = (1/C_1)^2 + (2/C_4)^2, \quad b = 2N_R/C_1, \quad c = N_R^2 - N_T^2 \quad (4)$$

对  $B$  点

$$a = (1/C_2)^2 + (2/C_4)^2, \quad b = -2N_R/C_2, \quad c = N_R^2 - N_T^2 \quad (5)$$

根据(3)式,由动态光弹性实验的结果可以计算出测点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的应力响应过程并与边界元计算的结果进行比较。图3为正交异性模型在  $0^\circ$  加载方向下的结果。

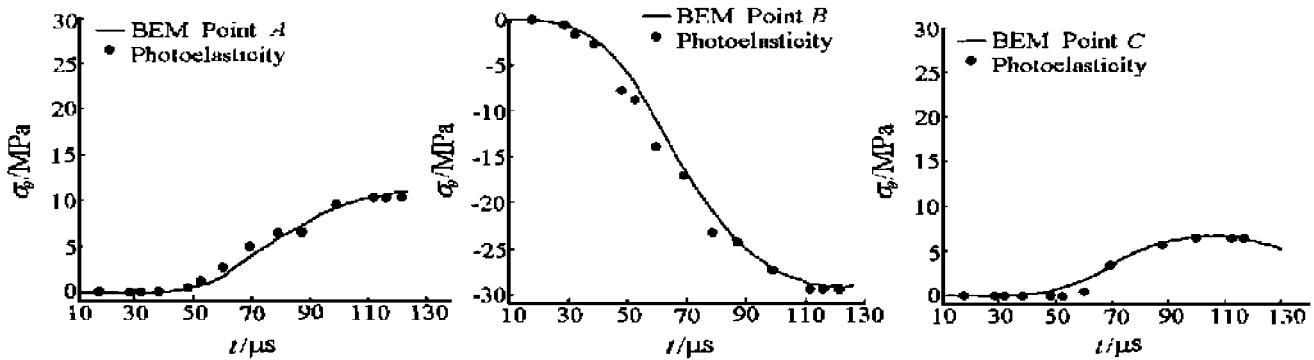
图 3 正交异性模型  $0^\circ$  加载方向下测点的应力响应Fig. 3 Time histories of stresses at specific points for the orthotropic model under  $0^\circ$  direction loading

图 4、图 5、图 6 为三种实验得到的系列双折射条纹照片。由图可以看出, 对于正交异性模型, 其动态双折射条纹的清晰度比各向同性模型的差, 这是因为光弹性复合材料在均质性、透明度以及光弹性灵敏度等方面性能不及各向同性材料。正交异性模型在  $0^\circ$  方向和  $90^\circ$  方向冲击下, 其动态双折射条纹图呈现出明显不同的形态, 并有别于各向同性模型的动态条纹图。在有限介质中, 光弹性条纹图往往是几种波的叠加, 要将几种波区别开来是很困难的, 特别是对于正交异性光弹性复合材料, 由于光弹性灵敏度及其方向性以及残余双折射条纹的影响, 使得在条纹图中鉴别波的类别更加困难。尽管如此, 正交异性模型的双折射条纹图具有明显的方向性, 其条纹发展沿传播方向不同而不同, 沿纤维方向, 即沿材料主轴 L 方向的波速超过沿另一个主轴 T 方向的波速, 体现出各向异性介质的波动特点。从双折射条纹系列图还可以看出, 不论是对正交异性模型还是对各向同性模型, 在冲击作用下, 孔洞周边发生复杂的波的反射与绕射现象。在冲击作用线上, 当冲击波抵达孔洞上沿后,

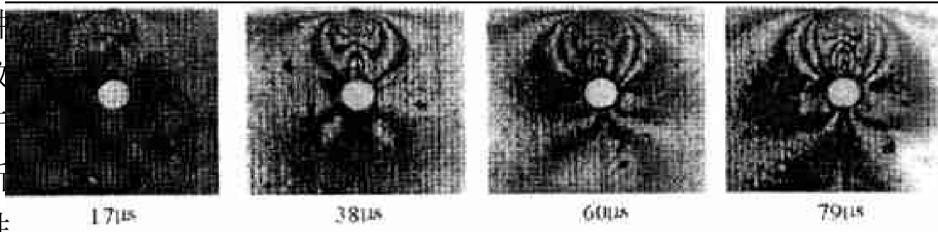
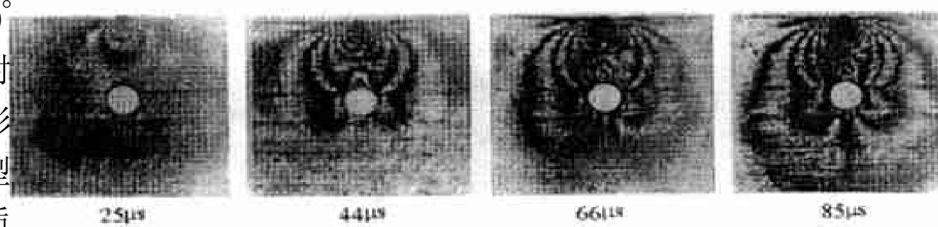
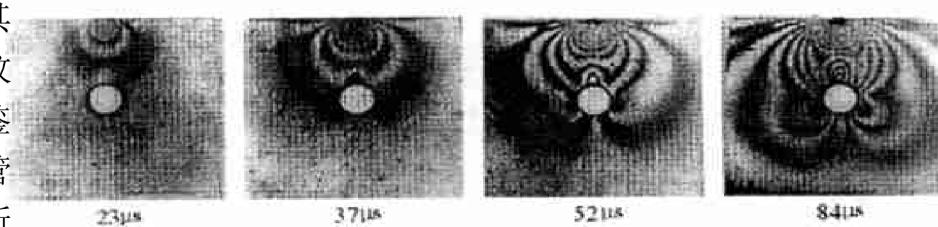
图 4 含孔洞正交异性模型  $0^\circ$  方向系列双折射条纹图Fig. 4 Series of birefringent fringe patterns for the orthotropic model under  $0^\circ$  direction loading图 5 含孔洞正交异性模型  $90^\circ$  方向系列双折射条纹图Fig. 5 Series of birefringent fringe patterns for the orthotropic model under  $90^\circ$  direction loading

图 6 含孔洞各向同性模型系列等差线条纹图

Fig. 6 Series of birefringent fringe patterns for the isotropic model

由压缩波反射为拉伸波,并与后续的压缩波作用,这个突变反映在双折射条件的凸凹变化上。从总体上看,对正交异性模型和各向同性模型,当冲击波抵达孔洞后,孔洞周边的条纹发展趋势无明显不同,这说明冲击作用下孔洞周边波的基本作用规律,即波的反射、绕射和叠加等,并不因介质的各向异性而明显变化,而不同模型孔洞周边条纹形态的差异反映出介质的各向异性特性对波传播的影响,此差异与介质的各向异性程度、材料参数以及冲击加载方向等多种因素有关。此外, $0^\circ$ 方向冲击下的正交异性模型在条纹传播前沿出现独有的零级条纹,这充分反映了材料的残余双折射效应对动态双折射条纹的影响。

从实验与计算的应力比较成果可以看出,时域边界元的计算结果与正交异性动态光弹性的实验结果具有较好的吻合;对于本节研究参数范围的各向同性模型和正交异性模型,其应力分布规律没有明显变化;孔洞上下边受拉应力,两侧受压应力,最大孔边应力发生在孔洞左右两侧;比较B点的压应力时程可以看出,在相同的冲击作用下,随着介质沿冲击作用线上的弹性模量的增大,沿该方向的压力分量也趋于增大。

## 5 结 论

运用正交异性动态光弹性方法和各向异性介质的时域边界方法,以地下孔洞在爆炸与地震作用下的应力响应为工程背景,对冲击作用下含孔洞纤维增强复合材料平板进行了实验和数值研究。主要结论如下:

(1) 正交异性模型的动态双折射条纹图具有明显的方向性,其条纹发展沿传播方向不同而不同,沿纤维方向,即沿材料主轴L方向的波速超过沿另一个主轴T方向的波速,体现出各向异性介质的波动特点。

(2) 无论对正交异性模型还是对各向同性模型,在冲击作用下,孔洞周边均发生复杂的波的反射与绕射现象,当冲击波抵达孔洞后,两种模型孔洞周边的条纹发展趋势无明显不同,这说明在冲击作用下,对于我们所研究的模型,孔洞周边波的基本作用规律并不因介质的各向异性而明显变化,孔洞周边条纹形态的差异则反映出介质的各向异性特性对波传播的影响。

(3) 实验和数值的比较研究表明,两种分析方法的结果具有良好的一致性。对于本文研究参数范围的各向同性模型和正交异性模型,其应力分布规律没有明显变化;孔洞上下边受拉应力,两侧受压应力,最大孔边应力发生在孔洞左右两侧;对孔洞两侧,在相同的冲击作用下,随着介质沿冲击作用线上的弹性模量的增大,沿该方向的压力分量也趋于增大。

实验工作在北京大学力学系进行,得到了励争副教授的帮助。天津大学力学系宋锦良教授和清华大学工程力学系戴福隆教授对本文研究工作提出了宝贵意见。在此一并致谢。

## 参考文献:

- [1] LIU Hai-xiao, ZHANG Chu-han, LI Zheng, et al. Photoelastic Studies for Composite Dynamics [J]. Journal of Materials Science, 1999, 34: 3479—3487.
- [2] 刘海笑,张楚汉,励争,等.正交异性动态光弹性方法几个基本问题的研究 [J].实验力学,1998,13(3): 334—342.
- [3] 刘海笑,张楚汉,励争,等.双轴应力状态下正交异性动态光弹性应力-光性定律研究 [J].实验力学,1998,13(4): 542—547.

- [4] Durelli A J, Riley W F. Stress distribution on the Boundary of a Circular Hole in a Large Plate during Passage of a Stress Pulse of Long Duration [J]. *J Appl Mech*, 1961, 28(2): 245—251.
- [5] Riley W F, Durelli A J. Stress Distribution on the Boundary of an Elliptical Hole in a Large Plate during Passage of a Stress Pulse of Long Duration (Major Axis Tangent to the Wave Front) [J]. *Intl J of Mech Sci*, 1961, 2(4): 213—223.
- [6] 苏先基, 马连芬. 多火花式动态光弹性仪及其初步应用 [J]. *爆炸与冲击*, 1984, 4(1): 56—66.
- [7] Dally J W, Link J A, Prabhakaran R. A Photoelastic Study of Stress Waves in Fiber Reinforced Composites [A]. *Developments in Mechanics (Vol. 6)* [M]. Indiana: University of Notre Dame, 1971. 937—949.

## Experimental and Numerical Study on Fiber Reinforced Composite Plate with Cavity under Impact Loading

LIU Hai-xiao<sup>1</sup>, ZHANG Chu-han<sup>2</sup>, ZHOU Xi-reng<sup>1</sup>

(1. Department of Port Engineering, School of Constructional Engineering,  
Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Department of Hydraulic Engineering and Hydropower, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The paper shows an application of experimental and numerical study on composite dynamics. Dynamic orthotropic photoelasticity is employed in the experimental research and time domain boundary element method for anisotropic media is adopted in the numerical analysis. Fibre-reinforced birefringent composite plate is used to model the semi-infinite orthotropic domain with cavity. The rifle exerts the impact loading with the loading direction parallel and perpendicular to the fiber direction. The propagation, reflection and diffraction of the stress wave around the cavity are recorded experimentally. Time histories of stress components are further obtained employing the above method and compared with the results from corresponding computations with time domain boundary element method.

**Key words:** composite dynamics; fibre-reinforced photoelastic composite; dynamic orthotropic photoelasticity; anisotropic media; time domain boundary element method