

文章编号: 1001-1455(2002)02-0137-07

穿破甲有限元的几何非线性及物理参数的确定

宋顺成¹, 谭多望², 蔡鸿年³

(1. 西南交通大学, 四川 成都 610031;

2. 中物院流体物理研究所, 四川 绵阳 621900;

3. 中国南方工业集团公司, 北京 100080)

摘要: 在现有计算程序的基础上, 引入有限变形几何框架及大变形条件下的 Bodner-Partom 本构模型。同时, 利用实验数据确定了材料的物理参数。计算与实验的对比说明, 所给出的非线性几何计算及物理参数的确定方法可用于穿破甲过程。

关键词: 穿破甲; 有限元法; 有限变形; 参数确定*

中图分类号: O385 文献标识码: A

1 引言

穿、破甲过程分析是冲击动力学研究的范畴。由于该问题的研究与军事、科技、国民经济发展密切相关, 因此很早就受到西方各国的重视。从十九世纪以来, 人们在大量实验的基础上总结了各类经验公式, 当时对预测弹体侵彻威力和靶体防护能力起到了重要作用。但是这些经验公式都有很大的局限性, 由于新材料、新结构的不断出现, 经验公式的应用范围越来越小。随着计算机的发展, 许多计算程序应运而生。但穿、破甲过程是一个极为复杂的物理过程, 物理描述和计算处理都遇到许多困难, 即使目前使用较普遍的 EPIC 及 DYNA 程序的实用化程度也较差, 同样存在不断研究和改进的问题。

我们在现有计算程序的基础上, 引入有限变形几何框架及大变形条件下的 B-P^[1] 本构模型。同时, 利用实验数据对材料的计算参数进行了标定。计算与实验的对比说明, 所给出的非线性几何计算及物理参数的确定方法可用于穿破甲过程。

2 有限变形几何非线性考虑

穿、破甲计算涉及物理非线性和几何非线性。由于采用了“Step by Step”、“Element by Element”积分方法, 对于 Lagrangian 冲击有限元来说, 考虑物理非线性并不存在很大困难。

考虑到几何非线性, 在构形中选取 Cartesian 坐标系, 积分步长

$$\Delta t = \left(\frac{1}{3} \sim \frac{1}{10}\right) \frac{h_{\min}}{\sqrt{g^2 + \sqrt{g^2 + c_s^2}}} \quad (1)$$

式中: $g^2 = Q/\rho$, Q 是人工粘性; c_s 是材料声速; h_{\min} 是网格的最小高度。

在 t 时刻的应变率张量和旋转张量分别为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i})/2 \quad (2)$$

$$\dot{\omega}_{ij} = (\dot{u}_{j,i} - \dot{u}_{i,j})/2 \quad (3)$$

式中: 下标 i, j 及下面的 k 表示坐标轴, u_i, u_j 分别表示 i 和 j 方向的位移。

对于 Kirchhoff 应力的率形式为

* 收稿日期: 2001-02-13; 修回日期: 2001-05-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(19972042); 中国工程物理研究院科技预研基金项目(98010102)

作者简介: 宋顺成(1946—), 男, 博士, 教授, 博导。

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + \sigma_{ik} \omega_j - \omega_k \sigma_{kj} \quad (4)$$

式中: $\dot{\sigma}_{ij}$ 为 Kirchhoff 应力的物质导数。

式(4)的偏量形式为

$$\dot{S}_{ij} = \dot{S}_{ij} + S_{ik} \omega_j - \omega_k S_{kj} \quad (5)$$

如果塑性应变率偏量 \dot{e}_{ij}^p 可由本构关系得到, 则

$$\dot{S}_{ij} = 2G(\dot{e}_{ij} - \dot{e}_{ij}^p) \quad (6)$$

式(5), (6)中: S_{ij} 为偏应力; e_{ij} 为偏应变; G 为材料的剪切模量。

于是, 对于 $t + \Delta t$ 时刻有

$$S_{ij}^{t+\Delta t} = S_{ij}^t + \dot{S}_{ij} \Delta t + (S_{ik} \omega_j - \omega_k S_{kj}) \Delta t \quad (7)$$

$$\sigma_{ij}^{t+\Delta t} = S_{ij}^{t+\Delta t} - (p + Q)^{t+\Delta t} \delta_{ij} \quad (8)$$

式中: p 、 Q 分别为静水压力和人工粘性; δ_{ij} 是 Kronecker delta 符号张量。

考虑有限变形, 在 $t + \Delta t$ 时刻有

$$\int_V \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV = - \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \delta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) dV \quad (9)$$

式中: x_i 为 Euler 坐标, 从该关系中可确定单元结点的位移加速度 \ddot{u}_i , 下标 i 表示结点, $i = 1, 2, 3, \dots$ 。

现给出射流冲击夹层板实际计算。该实例中夹层板由高强度钢、铝合金及低强度钢组合而成, 其厚度分别为 20、4 及 8mm。给定的一段射流是头部初始速度为 7.8km/s, 尾部初始速度为 4.0km/s, 初始长度为 350mm, 头部初始直径为 3mm, 尾部初始直径为 5mm, 冲击法线角为 68° 的情况。图 1 给出了射流出靶时的计算结果。从图 1 中看出此时残余射流长度仅为 320mm, 尽管在侵彻靶板过程中它已被拉长 1 倍。最重要的结果是此时射流已被干扰而发生弯曲, 大大失去了后效侵彻能力。图 2 给出了背板孔形的计算结果, 该结果与实验基本一致。

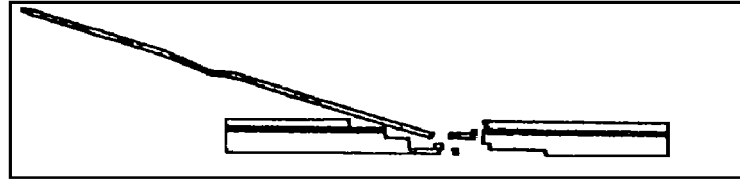


图 1 射流出靶时的计算结果

Fig.1 Calculated result of jet outflow from sandwich-plate

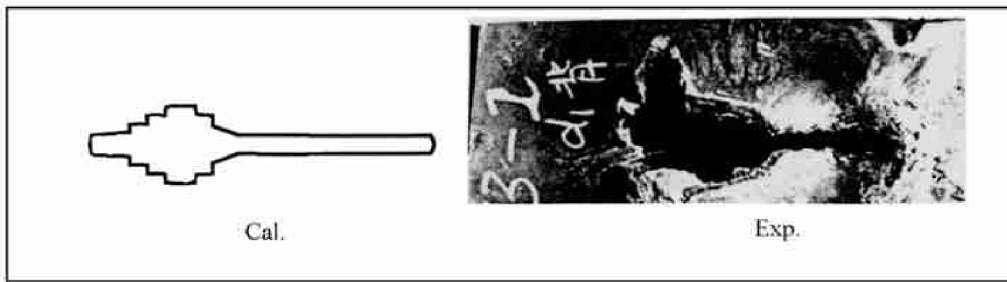


图 2 背板孔形的计算结果与实验对比

Fig.2 Comparison of the calculation of the hole outline on back plate surface with experiment result

3 Bodner-Partom 本构方程及引入程序

在 B-P 本构方程中^[1], 总应变率张量 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 分解为弹性部分 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 和非弹性(塑性)部分 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$, 即

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (10)$$

根据 Hook 定律, 应力张量有

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda \dot{\epsilon}_{kk}^e \delta_{ij} + 2G \dot{\epsilon}_{ij}^e \quad (11a)$$

偏量形式为

$$\dot{S}_{ij} = 2G(\dot{e}_{ij} - \dot{e}_{ij}^p) \quad (11b)$$

式中: λ 和 G 是 Lamé 系数。

如果上式为物质导数, 则对于 Kirchhoff 应力偏量的率形式为

$$\overset{\nabla}{S}_{ij} = \overset{\cdot}{S}_{ij} + S_{ik} \varpi_j - \varpi_k S_{ij} \quad (11c)$$

根据 B-P 本构模型^[1], 塑性应变率张量的第二不变量为

$$D_2^p = D_0^2 \exp\{-[Z^2/(3J_2)]^n\} \quad (12)$$

$$D_2^p = \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p / 2 \quad (13)$$

$$J_2 = S_{ij} S_{ij} / 2 \quad (14)$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk} \hat{\delta}_{ij} / 3 \quad (15)$$

$$Z = Z_1 + (Z_0 - Z_1) \exp(-mw^p/Z_0) \quad (16)$$

$$\dot{w}^p = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (17)$$

式中: Z_0, Z_1 和 m 是材料常数; 参数 D_0 与极限塑性应变率有关, 并在式(12)泛涵中是不变的; \dot{w}^p 是单元内各向应力所做的塑性功; 材料参数 n 控制着应变率敏感性和流动应力水平。

由塑性流动理论和式(12), 给出塑性应变率张量为

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = (D_2^p/J_2)^{1/2} S_{ij} \quad (18)$$

式(10)~(18)可以直接引入到高速冲击有限元程序中, 在该类程序中积分计算是一个单元一个单元、一个步长一个步长进行的。对于新的每一步, 应变率张量 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 可由几何关系求得, 不过塑性应变率部分 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 必须使用上一个步长的值以利用式(10)求得弹性应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 。接着利用式(11b)可求得偏应力率张量 $\overset{\cdot}{S}_{ij}$, 并通过积分求得应力张量

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - (p + Q) \hat{\delta}_{ij} + S_{ij} \Delta t + (S_{ik} \varpi_j - \varpi_k S_{ij}) \Delta t \quad (19)$$

式中: 偏应力张量 S_{ij} 、静水压力 p 及人工粘性 Q 取上一个步长的值。引入人工粘性的目的是为消除应力波传播计算中的虚假振荡, 该技巧首先是 Von Neumann 等^[2]提出的。其表达式中包含线性分量和非线性分量, 且仅当单元体积应变率是负值时才不为零

$$Q = \begin{cases} C_1 \rho c_s h |\dot{\epsilon}_v| + C_0^2 \rho h^2 (\dot{\epsilon}_v)^2 & \dot{\epsilon}_v < 0 \\ 0 & \dot{\epsilon}_v \geq 0 \end{cases} \quad (20)$$

式中: c_s 和 ρ 分别是材料声速和密度; h 是单元最小高度; 量纲一系数 $C_1=0.5, C_0^2=4.0$ ^[3]; 静水压力 p 取决于单元的体积应变和内能, 由 Mie-Gruneisen 方程的完整表达式给出^[4]

$$P = (k_1 \mu + k_2 \mu^2 + k_3 \mu^3)(1 - \Gamma \mu / 2) + E_s (1 + \mu) \quad (21)$$

式中: k_1, k_2, k_3 和 μ 是材料常数, $\mu = (V_0/V) - 1, V_0$ 和 V 分别是初态和末态的体积; Γ 是 Gruneisen 系数。比内能 E_s 由单元内各向应力所做的塑性功求得。

这样, 当由式(19)计算得到应力张量后, 便由式(10)~(18)求得新一步的塑性应变率张量 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 。

4 量纲一材料常数及高速冲击

将应力张量 σ_{ij} 除以材料静屈服强度 σ_0 , 则 B-P 本构关系中的 Z_0, Z_1 及 m 变为量纲一材料常数, 而且式(16)中的 m/Z_0 可以被 m 代替。

值得注意的是式(12)中的材料参数 n 取决于材料的瞬时温度。根据 R. C. Batra 等的观点^[5], 量纲一参数 $n = \theta_{melt}/\theta + b$, 其中 θ_{melt} 及 θ 分别是材料的熔化温度和瞬时温度, b 是量纲一常数。因为材料参数 n 是温度的函数, 对于每一步有限元分析都要进行热传导计算, 因此要花费大量机时。注意到高速冲击是在极短的时间内完成的, 以致热传导几乎来不及发生, 因此在高速冲击分析中可以近似忽略热传导计算。此时量纲一材料参数 n 为塑性功的函数, 即 $n = n_a E_a / (w^p + E_a) + b$, 其中 E_a 是材料的初比内能, 取决于材料的环境温度, w^p 是单元内各向应力所做的塑性功, 量纲一常数 $n_a = \theta_{melt}/\theta_a$, 其中 θ_a 表示材料的环境温度。

式(11)中的剪切模量 G 在 B-P 本构关系中是随材料的瞬时温度变化的。文献[5]给出了碳素钢剪切模量 G 与材料瞬时温度的关系曲线(如图3), 其中 G 与 θ 分别被常温下测定的 G_0 及材料的熔化温度

θ_{melt} 量纲一化。实际上该 G/G_0 与 θ/θ_{melt} 的关系曲线对许多金属材料都是近似成立的,并在本文中应用在了装甲钢和钨合金等材料中。如上所述,在本文中,由于在高速冲击分析中忽略了热传导计算,所以对于 G/G_0 与 θ/θ_{melt} 的关系,同样改为 G/G_0 与 $(w^p + E_a)/n_a E_a$ 的关系。

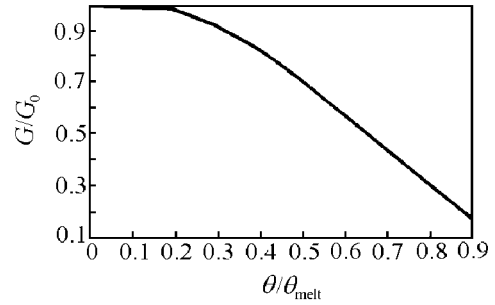


图 3 剪切模量 G 与 θ 的关系

Fig.3 relationship between shear modulus G and θ

5 无量纲材料常数的确定

为确定 B-P 本构关系中的无量纲材料常数 Z_0 , Z_1 和 m , 首先通过 Hopkinson 压杆冲击实验获得不同应变率下的应变-应力关系曲线。对于 HPB 实验

同样认为试件变形过程是绝热过程,于是通过事先设定的材料常数进行一维数值计算,并将计算结果与不同应变率下的实验结果对比确定材料常数。用塑性功函数代替温度函数的 B-P 一维控制方程为

$$\dot{\epsilon}_x = \dot{\epsilon}_x^e + \dot{\epsilon}_x^p \tag{22}$$

$$\dot{\sigma}_x = 2(1 + \nu)G(w^p)\dot{\epsilon}_x^e \tag{23}$$

$$\dot{\epsilon}_x^p = 2D_0\sigma_x \exp[-0.5(3Z^2/\sigma_x^2)^n] / (\sqrt{3} |\sigma_x|) \tag{24}$$

$$n = [n_a E_a / (w^p + E_a)] + b \tag{25}$$

$$Z = Z_1 + (Z_0 - Z_1)\exp(mw^p) \tag{26}$$

$$\dot{w}^p = \sigma_x \dot{\epsilon}_x^p \tag{27}$$

式中: σ_x 、 Z_0 、 Z_1 和 m 分别为无量纲应力和无量纲材料常数。

一维数值计算从式(22)开始。根据实验可给定 $\dot{\epsilon}_x$, 弹性应变率 $\dot{\epsilon}_x^e$ 由取上一步塑性应变率 $\dot{\epsilon}_x^p$ 的值计算得到,积分式(23)得到应力 σ_x , 其中塑性功 w^p 同样取上一步的值,于是由式(24)可计算新一步的塑性应变率 $\dot{\epsilon}_x^p$ 。

通过循环计算可以得到应变-应力关系曲线。一般说来开始计算结果与实验结果难以吻合,需要多次修改材料参数 Z_0 、 Z_1 和 m , 直至计算结果与不同应变率实验结果一致。

我们对以下冲击用的两种材料,即装甲钢和钨合金进行了实验测定,每一种材料都含有一个较高应变率和一个较低应变率的实验结果。通过对一维数值计算结果和实验结果的反复比较最终分别确定了它们本构关系中的无量纲材料常数 Z_0 、 Z_1 和 m , 如表 1 所示,其中 $D_0^{(1)}$ 和 $D_0^{(2)}$ 分别对应较低应变率和较高应变率。值得注意的是 $D_0^{(1)}$ 和 $D_0^{(2)}$ 都略大于相应的实验平均应变率。

表 2 给出了计算所需要的室温下的静力学参数;图 4 及图 5 分别给出了装甲钢和钨合金的一维应变-应力关系。从图中看出,利用表 1 中的材料常数给出的计算结果与实验结果吻合得很好。

表 1 装甲钢和钨合金材料常数及 D_0 值

Table 1 The constants and D_0 for armor steel and tungsten alloy

材料	$D_0^{(1)}/s^{-1}$	$D_0^{(2)}/s^{-1}$	Z_0	Z_1	m
装甲钢	2500	5000	0.81	1.08	8.5
钨合金	1500	4500	0.78	1.12	8.5

表 2 在室温下的材料常数和静态力学参数

Table 2 The static mechanical parameters of material at room temperature

材料	$\rho/(t/m^3)$	G_0/GPa	ν	σ_0/GPa	$E_a/(MJ/m^3)$
装甲钢	7.8	77	0.3	0.95	824
钨合金	17.8	150	0.2	0.85	604

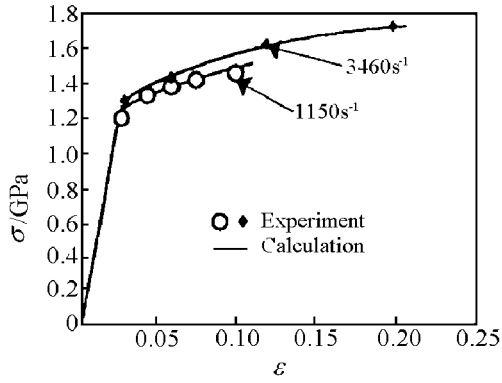


图 4 装甲钢的应变-应力关系
Fig.4 The strain-stress relationship for armor steel

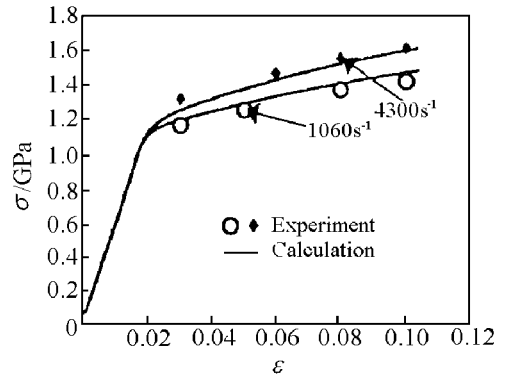


图 5 钨合金的应变-应力关系
Fig.5 The strain-stress relationship for tungsten alloy

6 应用实例

钨合金长杆模拟弹分别以 1200、1300、1400 和 1500m/s 的速度垂直冲击半无限(厚度 120mm)装甲钢的计算。钨合金长杆弹长 93mm, 直径 6mm。计算考虑几何非线性并引入 B-P 本构关系。B-P 本构关系中材料参数 Z_0 、 Z_1 和 m 的值如表 1, 而其它静力学参数如表 2。

需要指出的是, 在弹体对靶体的侵彻过程中应变率很难准确估计和测定, 因此本构关系中极限应变率参数 D_0 只能经试算给定。对 D_0 的选择如表 3。

表 3 不同速度下的 D_0

Table 3 The parameter D_0 for various impact velocity v_0

材料	$v_0 / (m/s)$	D_0 / s^{-1}
装甲钢	1500	5.49×10^5
	1400	5.18×10^5
	1300	3.73×10^5
	1200	2.35×10^5
钨合金	1500	5.18×10^5
	1400	4.81×10^5
	1300	3.15×10^5
	1200	2.19×10^5

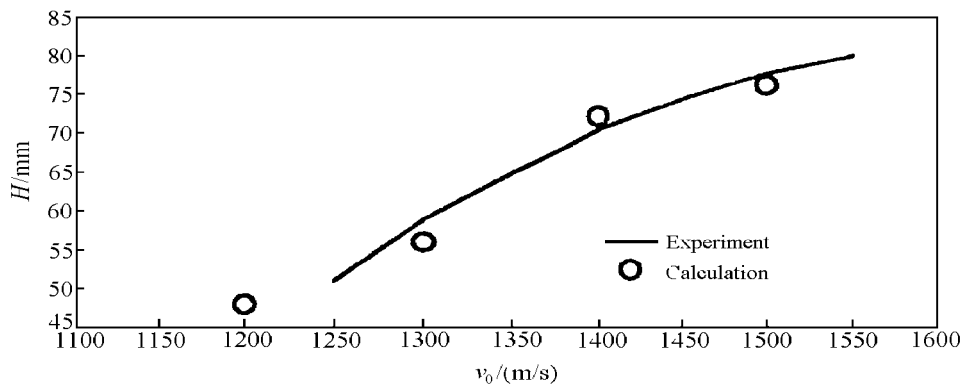


图 6 不同冲击速度的穿深计算与实验对比

Fig.6 The comparison of the calculations of penetrating deep with experiment results

为了改善计算精度, 使用了一致质量矩阵迭代法^[6]。在界面处理中使用了侵蚀界面算法^[7], 当钨合金材料的相当塑性应变达到 0.12 时单元失效, 装甲钢材料达到 0.26 时单元失效, 即各种材料失效的相当塑性应变值略大于材料的延伸率。图 6 是不同冲击速度计算的最终穿深与实验曲线的对比。从中看出计算和实验有较好的吻合。这说明我们引入的有限变形理论, 改进的 B-P 本构关系及其参数的确定方法反映了穿甲过程的基本物理本质。图 7 是不同冲击速度下弹-板相互作用最终计算模拟结果, 从中还可以得到不同冲击速度下残余弹体的长度。

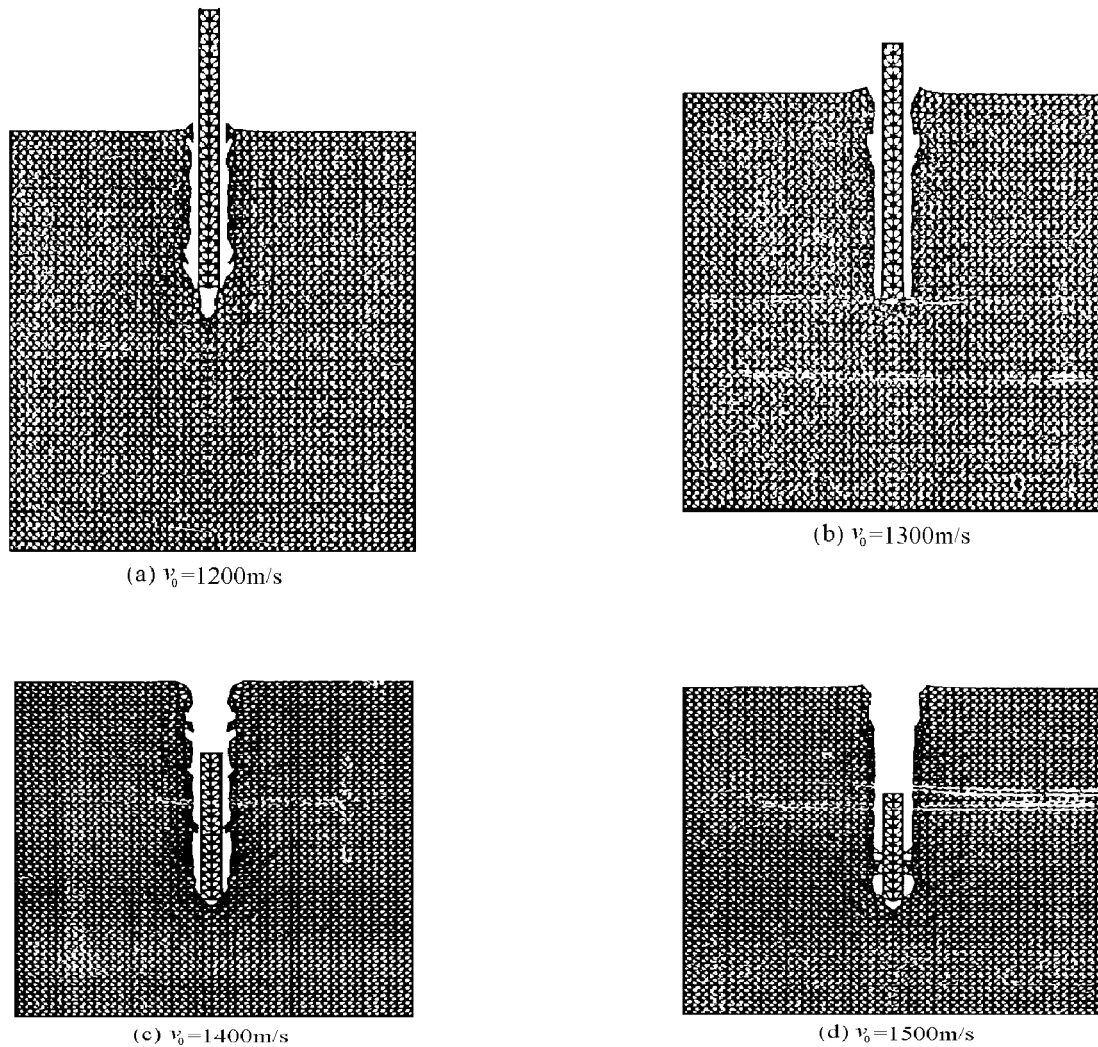


图7 不同冲击速度下弹-板作用最终计算模拟结果

Fig.7 Penetrating results at various impact velocity

7 结 论

引入有限变形几何框架及大变形条件下的 Bodner-Partom 本构模型可应用于高速冲击有限元计算。冲击过程可近似认为是无热传导过程,此时方程中的温度函数 $n(\theta)$ 、 $G(\theta)$ 需修改为塑性功的函数 $n(w^p)$ 、 $G(w^p)$; 方程中材料的无量纲常数 Z_0 、 Z_1 和 m 可通过一维数值计算与 Hopkinson 冲击压缩实验结果比较确定,而高速冲击中的参数 D_0 则需要通过试算。利用塑性功函数代替温度函数的 B-P 本构关系给出的模拟弹冲击半无限板的计算结果与实验结果有较好的吻合。

参考文献:

- [1] Bodner S R, Partom Y. Constitutive Equations for Elastic-viscoplastic Strain-hardening Materials[J]. J Appl Mech, 1975, 42: 385—389.
- [2] Von Neuman J, Richtmyer R D. A Method for Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks[J]. J Appl Phys, 1950, 21: 232—237.
- [3] Alder B, Fernback S, Rottenberg M. Methods in Computational Physics (Vol.3)[M]. New York: Academic Press, 1964.
- [4] Johnson G R. High Velocity Impact Calculation in Three Dimensions[J]. Journal of Applied Mechanics, 1997, 99(1):95—100.
- [5] Batra R C, Kim C H. Effect of Viscoplastic Flow Rules on the Initiation and Growth of Shear Bands at High Strain Rates[J]. J Mech Phys Solids, 1990, 38: 859—874.

- [6] SONG Sun-Cheng, DUAN Zhu-ping. Iterative Method Using Consistent Mass Matrix in Axisymmetrical Finite Element Analysis of Hypervelocity Impact [J]. *Int J Impact Engng*, 1998, 21: 817—825.
- [7] Johnson G R, Stryk R A. Eroding Interface and Improved Tetrahedral Element Algorithms for High-velocity Impact Computations in Three Dimensions [J]. *Int J Impact Engng*, 1987, 5: 411—421.

Geometric Nonlinearity and the Determination of Physical Parameters in Finite Element Analysis of Hypervelocity Impact

SONG Sun-cheng¹, TAN Duo-wang², CAI Hong-nian³

(1. *Department of Applied Mechanics, Southwest Jiaotong University,
Chengdu 610031, Sichuan, China;*

2. *Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang 621900, Sichuan, China;*

3. *China South Industry Group Corporation, Beijing 100080, China*)

Abstract: The geometric frame of finite deformation and Bodner-Partom constitutive equations have been introduced into the finite element analysis of hypervelocity impact in this paper. The material physical parameters are determined by comparison of the one-dimensional calculations with the experimental results. The comparison of the calculations with the experiment of a tungsten alloy projectile impacting a semi-infinite plate that the B-P constitutive equations and the geometric non-linearity introduced have can be used in hypervelocity impact calculations.

Key words: penetrating by Rod or jet; finite element method; finite deformation; determination of parameters