

文章编号: 1001-1455(2002)02-0152-06

混凝土动态冲击问题的一种欧拉数值方法

何长江, 于志鲁, 范中波

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘要: 针对混凝土的动态冲击问题给出了混凝土的 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系, 本构关系中的等效强度作为压力、应变率和损伤的函数; 压力表示为体积应变的函数, 并考虑了永久破碎的效应; 积累损伤作为等效塑性应变、塑性体积应变和压力的函数。结合三维弹塑性流体力学欧拉数值方法, 提出了混凝土的 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系与欧拉程序相结合的计算方法。介绍了带混凝土 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系的三维弹塑性流体力学欧拉程序。

关键词: 混凝土; 本构模型; 欧拉方法*

中图分类号: O351.2 文献标识码: A

1 引言

对于象混凝土这样的多孔脆性材料, 人们对于其力学性质的研究已经进行了相当长的时间。由于混凝土是一种复杂的人造材料, 对其力学性质进行理论和实验研究都存在很大的困难。运用数值模拟的方法对混凝土问题进行研究是一种十分有效的手段。由于混凝土在民用或军事设施上的使用非常普遍, 而且十分重要, 因此开展混凝土问题的数值模拟具有十分重要的现实意义。

早期的混凝土本构模型通常只考虑混凝土的单轴和双轴力学性质。A. C. T. Chen 等^[1]提出了反映混凝土三轴力学性质的本构方程, 使用不同函数来表示混凝土在不同的拉压力状态下的破坏面和屈服面, 但该模型没有考虑应力的第三不变量对混凝土塑性行为的影响。N. S. Ottosen^[2]考虑三个应力不变量对破坏面的影响, 提出了著名的混凝土四参数破坏准则。随后 N. S. Ottosen^[3]在破坏准则基础上给出了混凝土的非线性本构关系。第14届国际导弹会议上, T. J. Holmquist^[4]等报告了针对混凝土大变形问题计算的本构模型及其参数, 利用 Ottosen 模型引进应变率的影响, 研究了混凝土的动态冲击过程。在本文中, 我们就是探讨如何把这种考虑了应变率和损伤的 Holmquist-Johnson-Cook 混凝土本构模型与三维弹塑性流体力学欧拉数值方法^[5]结合起来, 形成可以计算混凝土动态冲击过程的三维欧拉方法。

2 Holmquist-Johnson-Cook 本构模型物理方案

2.1 等效强度模型

归一化的等效强度

$$\sigma^* = \sigma / f_c$$

式中: σ 是真实等效强度; f_c 是准静态单轴抗压强度。

具体表达式为

$$\sigma^* = [A(1-D) + Bp^{*N}] (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) \quad (1)$$

式中: D ($0 \leq D \leq 1.0$) 为损伤; $p^* = p / f_c$ 是归一化压力 (p 是真实压力); $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0$ 是等效应变率, $\dot{\epsilon}$ 是

* 收稿日期: 2001-01-10; 修回日期: 2001-06-10

基金项目: 中国工程物理研究院行业预研基金项目(20000662)

作者简介: 何长江(1964—)男, 硕士, 副研究员。

真实应变率, $\dot{\epsilon}_0 = 1.0 \text{s}^{-1}$ 是参考应变率; 归一化的最大抗拉流体静压 $T^* = T/f_c$, T 是材料能够承受的最大抗拉流体静压; A 、 B 、 N 、 C 和 S_{\max} 是材料常数: A 是归一化的内聚强度; B 是归一化的压力硬化系数; N 是压力硬化指数; C 是应变率系数; S_{\max} 是归一化的最大强度。

2.2 积累损伤破碎模型

损伤破碎的累积方式类似于 Johnson-Cook 破碎模型^[6], 但不完全一样。Johnson-Cook 破碎模型是把由等效塑性应变引起的损伤累积起来。这里讨论的模型是把由等效塑性应变引起的损伤和塑性体积应变引起的损伤都累积起来, 表示为

$$D = \sum \frac{\Delta \epsilon_p + \Delta \mu_p}{\epsilon_p^f + \mu_p^f} \quad (2)$$

式中: $\Delta \epsilon_p$ 和 $\Delta \mu_p$ 分别是一个计算循环内的等效塑性应变和塑性体积应变; $\epsilon_p^f + \mu_p^f = f(p)$ 是在常压 p 下破碎的塑性应变和塑性体积应变, 其表达式为

$$f(p) = \epsilon_p^f + \Delta \mu_p^f = D_1 (p^* + T^*)^{D_2} \quad (3)$$

式中: D_1 和 D_2 为常数; p^* 和 T^* 定义同前。

由(3)式显然看出, 当 $p^* = -T^*$ 时, 混凝土材料不能经受任何塑性应变; p^* 增加时, 破碎塑性应变也增加。第三个损伤常数为最小拉伸应力 ϵ_{\min} 为低压时的最小破碎塑性应变。

由塑性体积应变引起的损伤包含在方程(2)和(3)中, 因为混凝土在向空隙处崩塌过程中将失去内聚强度。在大多数情况下, 损伤的主要部分将是由等效塑性应变引起的。

2.3 状态方程

状态方程对于加载和卸载两种状态分别分为三个区进行讨论。

2.3.1 线弹性区

第一个区是线弹性区。当 $p \leq p_c$ 时, 材料位于线弹性状态。弹性体积模量 $K_e = p_c / \mu_c$, 这里 p_c 和 μ_c 分别为单轴强度抗压试验中得到的压碎压力和压碎体积应变。线弹性区加载或卸载的状态方程可写为

$$p = \mu K_e$$

式中: $\mu = \rho / \rho_0 - 1$ 为标准体积应变; ρ 为当前密度; ρ_0 为初始密度。

2.3.2 塑性过渡区

第二个区是塑性过渡区。当 $p_c \leq p \leq p_1$ 时, 材料位于塑性过渡状态。在这个区, 空气被逐渐地从产生塑性体积应变的混凝土中压出去。在该区的卸载是通过相邻区域间插值的一条修正路径进行的。塑性过渡区加载的状态方程为

$$p = p_c + \frac{(p_1 - p_c)(\mu - \mu_c)}{\mu_{p_1} - \mu_c}$$

式中: p_1 为压实压力; $\mu_1 = \rho_g / \rho_0 - 1$ 为压实体积应变, 其中 ρ_g 为颗粒密度, 它对应于材料完全没有空气间隙时的密度; μ_{p_1} 为在 p_1 处的体积应变, 称为永久压碎体积应变。

塑性过渡区卸载的状态方程为

$$p - p_{\max} = [(1 - F)K_e + FK_1] (\mu - \mu_{\max})$$

插值因子

$$F = \frac{\mu_{\max} - \mu_c}{\mu_{p_1} - \mu_c}$$

式中: K_1 为塑性体积模量, 是一个常数; μ_{\max} 和 p_{\max} 是卸载前达到的最大体积应变和最大压力; μ_{p_1} 为 p_1 处的体积应变。

2.3.3 完全密实材料区

第三个区是完全密实材料区(所有的空气从混凝土中被完全压出去)。这时加载的状态方程为

$$p = K_1 \bar{\mu} + K_2 \bar{\mu}^2 + K_3 \bar{\mu}^3$$

式中: $\bar{\mu} = \frac{\mu - \mu_1}{1 + \mu_1}$, 为修正的体积应变; K_1, K_2 和 K_3 为常数; μ_1 为压实体积应变。

卸载的状态方程为

$$p - p_{\max} = K_1 (\bar{\mu} - \bar{\mu}_{\max})$$

式中: $\bar{\mu}_{\max} = \frac{\mu_{\max} - \mu_1}{1 + \mu_1}$ 。

2.3.4 抗拉极限压力

当 $p \leq -T(1-D)$ 时, 取 $p = p_{\min} = -T(1-D)$, T 为混凝土的最大抗拉流体静压。

3 Holmquist-Johnson-Cook 本构模型与三维欧拉程序结合的计算方案

3.1 混凝土本构关系与三维弹塑性流欧拉方法 MEPH3D 的结合点

在文献[5]中, 我们给出了基于虎克定律和 Von-Mises 屈服准则的弹塑性流体的本构方程, 给出了计算三维弹塑性流体力学的欧拉数值方法 MEPH3D^[5]。这里我们将混凝土的本构关系与三维弹塑性流欧拉方法 MEPH3D 结合起来, 结合的具体方法如下。

(1) 用 $\sigma = \sigma^* \cdot f_c$ 取代 MEPH3D 中的屈服强度 Y , 用以判别和计算屈服破坏

$$E = \left[\frac{(\sigma^* \cdot f_c)^2}{\left[\frac{3}{2} (S_{xx}^2 + S_{yy}^2 + S_{zz}^2 + 2(S_{xy}^2 + S_{yz}^2 + S_{zx}^2)) \right]} \right]^{1/2}$$

式中: S_{ij} 为应力偏量, 下标 $i, j = x, y, z$ 。

当 $E > 1$ 时, $S_{ij} = S_{ij}$, $\dot{\epsilon}_{ij}^p = 0$, $\dot{\epsilon}_p = 0$ 。当 $E \leq 1$ 时, 分为两种情况: ①若 $\mu_{\max} < \mu_{p1}$, 则 $S_{ij} = ES_{ij}$, 然后按公式计算 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 和 $\dot{\epsilon}_p$; ②若 $\mu_{\max} \geq \mu_{p1}$, 则 $S_{ij} = 0$, $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\epsilon}_{ij}$, $\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}$ 。

(2) 用 D 来判别和计算积累损伤破坏。当 $\sum_{i^u} (\Delta \mu_p + \Delta \epsilon_p) = 0$ 时, $D = 0$; 当 $0 < \sum_{i^u} (\Delta \mu_p + \Delta \epsilon_p) < f(p)$ 时, $0 < D < 1$; 当 $\sum_{i^u} (\Delta \mu_p + \Delta \epsilon_p) \geq f(p)$ 时, $D = 1$, $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\epsilon}_{ij}$, $\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}$ 。

(3) 用 p 判别和计算层裂破坏。当 $p \leq -T(1-D)$ 时, $S_{ij} = 0$, $p = 0$, $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\epsilon}_{ij}$, $\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}$ 。

(4) 计算方案难点: ①计算 D 时, 用到应变的累积量, 需要跟踪质团的应变历史, 计算应变的输运或 D 的输运, 要保留 n 时刻量。②状态方程为 $p-\mu$ 关系, 拉氏计算过程中与守恒方程组可显式联立求解。但在三个区即线弹性区、塑性过渡区和完全密实材料区的加载卸载计算中, 路径不同, 因而使用的公式也不同, 要判别位于何种区间的何种状态, 需要跟踪历史。

3.2 拉氏过程本构模型的计算步骤

(1) 计算应变率

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, & \dot{\epsilon}_{yx} = \frac{\partial u_y}{\partial x}, & \dot{\epsilon}_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \dot{\epsilon}_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y}, & \dot{\epsilon}_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, & \dot{\epsilon}_{zy} = \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \dot{\epsilon}_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z}, & \dot{\epsilon}_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z}, & \dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{cases}$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \{ (\dot{\epsilon}_{xx} - \dot{\epsilon}_{yy})^2 + (\dot{\epsilon}_{xx} - \dot{\epsilon}_{zz})^2 + (\dot{\epsilon}_{zz} - \dot{\epsilon}_{yy})^2 + \frac{3}{2} [(\dot{\epsilon}_{yx} + \dot{\epsilon}_{xy})^2 + (\dot{\epsilon}_{zy} + \dot{\epsilon}_{yz})^2 + (\dot{\epsilon}_{xz} + \dot{\epsilon}_{zx})^2] \}^{1/2}$$

(2) 计算等效塑性应变

运用简化的计算公式计算出 $\dot{\epsilon}_p$, 相应计算出 $\Delta \epsilon_p$

$$\begin{cases} S_{xx} = S_{xx}^n + \{2G[\dot{\epsilon}_{xx} - \dot{v} / (3v)] + \hat{q}_x\} \Delta t \\ S_{yy} = S_{yy}^n + \{2G[\dot{\epsilon}_{yy} - \dot{v} / (3v)] + \hat{q}_y\} \Delta t \\ S_{zz} = S_{zz}^n + \{2G[\dot{\epsilon}_{zz} - \dot{v} / (3v)] + \hat{q}_z\} \Delta t \\ S_{xy} = S_{xy}^n + G[\dot{\epsilon}_{xy} + \dot{\epsilon}_{yx}] + \hat{q}_{xy} \Delta t \\ S_{yz} = S_{yz}^n + [G(\dot{\epsilon}_{yz} + \dot{\epsilon}_{zy}) + \hat{q}_{yz}] \Delta t \\ S_{zx} = S_{zx}^n + [G(\dot{\epsilon}_{zx} + \dot{\epsilon}_{xz}) + \hat{q}_{zx}] \Delta t \\ \sigma_{eq} = \{3[S_{xx}^2 + S_{yy}^2 + S_{zz}^2 + 2(S_{xy}^2 + S_{yz}^2 + S_{zx}^2)] / 2\}^{1/2} \\ E = \sigma / \sigma_{eq} \end{cases}$$

式中： G 为线弹性杨氏模量； \hat{q} 为旋转修正项； v 为比容； σ_{eq} 为等效强度。

简化假设偏应力修正前后之旋转项认为近似相等，则

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{ij}^p = (S_{ij} - ES_{ij}) / (2G\Delta t) = (1 - E)S_{ij} / (2G\Delta t) \\ \dot{\epsilon}_p = (1 - E)\sigma_{eq} / (3G\Delta t) \\ \Delta\epsilon_p = \dot{\epsilon}_p \Delta t = (\sigma_{eq} - \sigma^* f_c) / (3G) \end{cases}$$

(3) 计算塑性体积应变

计算出 n 步前最大的体积应变 μ_{max} 和最大压力 p_{max} ，然后计算出 μ^{n+1} 及 $\Delta\mu_p$ 。

(4) 运用状态方程计算压力 p

计算出体积应变 μ 后，根据 μ 的变化来判断过程位于何种状态，对于加载和卸载过程用三段式状态方程可归纳为八种状态：线弹性加载状态、线弹性卸载状态、塑性加载状态、塑性卸载状态、塑性卸载后再加载状态、密实加载状态、密实卸载状态、密实卸载后再加载状态。

当过程位于塑性过渡区或完全密实材料区时，加载和卸载是沿着不同的曲线进行的，加载和卸载的过程可能是不断变化的，这就给如何判断带来了复杂性，必须跟踪 μ 的变化历史才能进行判断，特别是当过程位于弹性区与塑性过渡区的交界点附近或塑性过渡区与密实材料区的交界点附近时，必须仔细判断才能运用正确的公式进行计算。

(5) 计算积累损伤 D

$$\begin{cases} f(p) = \max(f(p), \epsilon_{fmin}) \\ D^{n+1} = D^n + \frac{\Delta\epsilon_p + \Delta\mu_p}{f(p)} \\ D^{n+1} = \max(0, D^{n+1}) \\ D^{n+1} = \min(1, D^{n+1}) \end{cases}$$

(6) 计算等效强度 σ

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0 \\ p^* = p / f_c \\ \sigma^* = [A(1 - D) + Bp^{*N}][1 + C \ln \dot{\epsilon}^*] \\ \sigma^* = \min(S_{max}, \sigma^*) \\ \sigma^* = \max(0, \sigma^*) \\ \sigma = \sigma^* \circ f_c \end{cases}$$

(7) 用压力 p 判别和计算层裂破坏

3.3 计算输运过程增加的输运量 D 、 μ 、 ϵ_p

(1) 计算新增的网格量

$$\begin{cases} (VD)^L = V^L \circ D \\ (V\mu)^L = V^L \circ \mu \\ (V\epsilon_p)^L = V^L \circ \epsilon_p \end{cases}$$

式中: V 为网格体积。

(2) 计算新增的网格量输运

$$\begin{cases} (VD)_k^{n+1} = (VD)_k^L - \delta V_{k+1/2} \circ D_{k+1/2} + \delta V_{k-1/2} \circ D_{k-1/2} \\ (V\mu)_k^{n+1} = (V\mu)_k^L - \delta V_{k+1/2} \circ \mu_{k+1/2} + \delta V_{k-1/2} \circ \mu_{k-1/2} \\ (V\epsilon_p)_k^{n+1} = (V\epsilon_p)_k^L - \delta V_{k+1/2} \circ \epsilon_{pk+1/2} + \delta V_{k-1/2} \circ \epsilon_{pk-1/2} \end{cases}$$

(3) 新增的网格量平均

$$\begin{cases} D^{n+1} = (VD)^{n+1} / V^0 \\ \mu^{n+1} = (V\mu)^{n+1} / V^0 \\ \epsilon_p^{n+1} = (V\epsilon_p)^{n+1} / V^0 \end{cases}$$

4 带 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系的三维弹塑性流体力学欧拉程序研制

按照 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系与三维欧拉程序的计算方案, 对三维弹塑性流体力学欧拉程序 MEPH3D 进行了改进, 增加了 Holmquist-Johnson-Cook 本构模型, 增加了三段式状态方程, 研制出了带 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系的三维弹塑性流体力学欧拉程序 MEPH3D 的新版本。

5 用 MEPH3D 新版本进行的数值实验

计算模型为钢弹侵彻混凝土靶。钢弹长 140mm, 其中头部 40mm 为卵形弹头, 混凝土靶的厚度为 80mm, 碰撞初始速度为 3km/s。钢弹外形及尺寸如图 1 所示。

长杆弹从碰撞到开坑侵彻直至完全穿透混凝土靶的过程的剖面图像如图 2 所示。从图中我们可以清晰地看到混凝土靶的损伤区和破碎区。

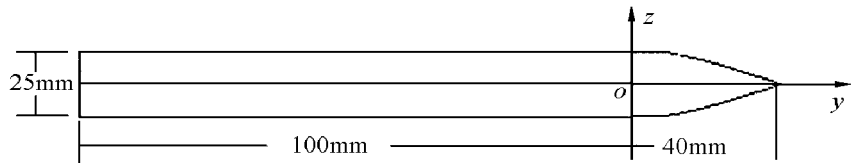


图 1 钢弹外形示意图

Fig.1 Schematic diagram of a steel rod contour

由此可以看出, 增加了 Holmquist-Johnson-Cook 本构模型的新的三维弹塑性流体力学程序

MEPH3D 可以对混凝土大变形问题进行数值模拟, 并给出混凝土从损伤到完全破碎的区域的图像。

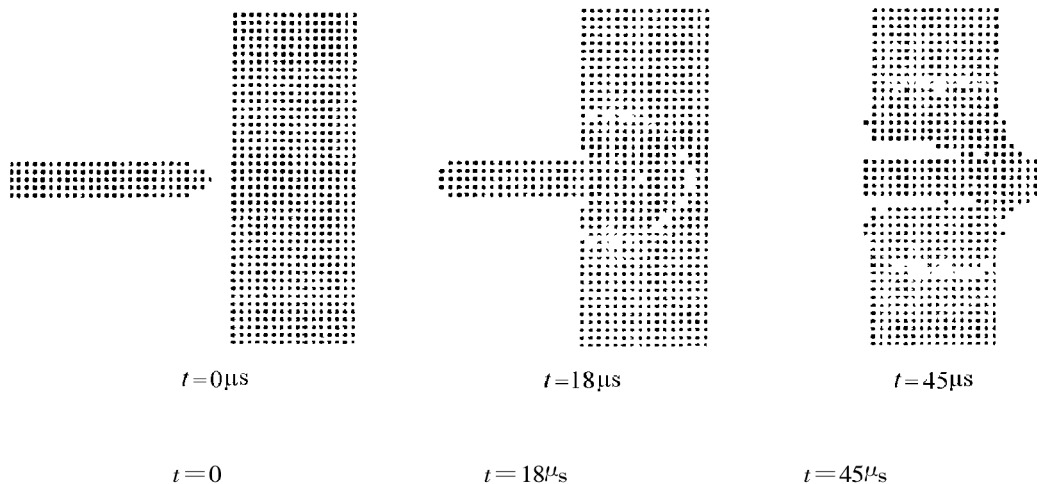


图 2 钢弹侵彻混凝土靶剖面损伤图像

Fig.2 Damage image of a steel rod penetrating a concrete target

6 结 论

(1) 针对混凝土的动态冲击问题给出了混凝土的 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系, 本构关系中的等效强度作为压力、应变率和损伤的函数; 压力作为体积应变的函数并考虑了永久破碎的效应; 积累损伤作为等效塑性应变、塑性体积应变和压力的函数。

(2) 结合三维弹塑性流体力学欧拉数值方法, 提出了混凝土的 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系与欧拉程序相结合的计算方法. 用真实等效强度取代静态屈服强度 Y , 用以判别和计算屈服破坏; 用损伤 D 来判别和计算积累损伤破坏. 运输过程中增加了损伤、体积应变和等效塑性应变的运输。

(3) 研制出了带混凝土 Holmquist-Johnson-Cook 本构关系的三维弹塑性流体力学欧拉程序, 适合于包括混凝土动态冲击问题在内的多种物质大变形问题的计算。

参考文献:

- [1] Chen A C T, Chen W F. Constitutive Relation for Concrete[J]. J Eng Mech, 1975, 101: 465—481.
- [2] Ottosen N S. A Failure Criterion for Concrete [J]. J Eng Mech, 1977, 103: 527—535.
- [3] Ottosen N S. Constitutive Model for Short-time Loading of Concrete[J]. J Eng Mech, 1979, 105: 127—141.
- [4] Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A Computational Constitutive Model for Concrete Subjective to Large Strains, High Strain Rates, and High Pressure[A]. Jackson N, Dickert S. The 14th International Symposium on Ballistics[C]. USA: American Defense Preparedness Association, 1993. 591—600.
- [5] 何长江, 于志鲁, 冯其京. 高速碰撞的三维欧拉数值模拟方法[J]. 爆炸与冲击, 1999, 19(3): 216—221.
- [6] Johnson G R, Cook W H. Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures and Pressures[J]. Journal of Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(1): 31—48.

An Eulerian Numerical Method on Dynamic Impact Problem of Concrete

HE Chang-jiang, YU Zhi-lu, FAN Zhong-bo

(*Laboratory of Computational Physics, Beijing Institute of Applied Physics
and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*)

Abstract: In this paper, aim at the dynamic impact problem of concrete, the constitutive relation of Holmquist-Johnson-Cook's type of concrete is given. In this constitutive relation, the equivalent strength model is viewed as the function of pressure, strain rate and damage. The pressure is deoted by the volumetric strain, and the effect of perfect crush is considered. The accumulated damage model is viewed as the function of equivalent plastic strain, plastic volumetric strain and pressure. Combining the Eulerian numerical method of 3D elastic-plastic hydrodynamics, the computational method of coupling Holmquist-Johnson-Cook constitutive model and the Eulerian method is introduced. The Eulerian code of 3D elastic-plastic hydrodynamics containing Holmquist-Johnson-Cook constitutive relation of concrete is also introduced.

Key words: concrete; constitutive model; Eulerian method