

文章编号: 1001-1455(2002)03-0216-05

激波与堆积粉尘相互作用的数值模拟

范宝春, 雷 勇, 姜孝海

(南京理工大学动力学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 基于双流体模型和测定的堆积粉尘的本构方程, 利用 AUSM⁺格式, 对激波与堆积粉尘的相互作用进行了数值模拟。计算所反映的流场结构与实验图像一致。此外还对激波强度, 颗粒材料密度等对流场的影响进行了讨论。

关键词: 激波; 两相流动力学; AUSM⁺格式

中图分类号: O382 文献标识码: A

1 引言

激波与物质界面相互作用后形成复杂的波系。对于气-气和气-液界面, 人们进行过较多的研究^[1-2]。由于缺乏实验显示手段和合适的本构方程, 激波与堆积粉尘相互作用的研究则进行得较少。

作者^[3]利用带示踪粒子的 X 光脉冲摄影, 记录了激波作用后堆积粉尘内部的图像。该图像和关于空气中的激波和卷扬粉尘云的阴影照片一起, 可完整描述激波作用后两种介质中的流场。利用该实验和激波极曲线理论, 可以确定堆积粉尘的本构方程。

我们基于密实颗粒两相流守恒方程和测定的本构方程, 对激波与堆积粉尘相互作用现象进行了数值模拟。为了较好地捕捉激波和避免复杂的矩阵求逆运算, 计算时采用 AUSM⁺格式^[4]。计算结果与实验结果基本相符。

2 基本方程

视堆积粉尘为拟流体, 忽略其输运效应, 则有守恒方程^[5]

$$\text{气相} \quad \frac{\partial(\alpha\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\alpha\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + V_j \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\alpha\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\rho u_j e)}{\partial x_j} = -\frac{\partial(pu_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial((\alpha u_j)_g + (\alpha u_j)_p)\tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}(k \frac{\partial T}{\partial x_j}) + V_j u_{pj} - Q \quad (3)$$

颗粒相

$$\frac{\partial\alpha_p}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha u_j)_p}{\partial x_j} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\alpha u_i)_p}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha u_i u_j)_p}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_p}(\frac{\partial p}{\partial x_i}) + \alpha_p g_j - V_j / \rho_p \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\alpha e)_p}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha u_j e)_p}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_p} \frac{\partial(pu_j)_p}{\partial x_j} + (\alpha u_j)_p g_j - \frac{1}{\rho_p} V_j u_{pj} \quad (6)$$

式中: 脚标 g 为气相, p 为颗粒相; ρ_p 为粉尘材料密度; e 为比内能; α 为体积分数; g 为重力加速度; τ_{ij} 为气相粘性应力

$$\tau_{ij} = \mu_g [(\partial u_j / \partial x_i + \partial u_i / \partial x_j) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \partial u_k / \partial x_k]$$

* 收稿日期: 2001-07-18; 修回日期: 2001-12-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19772018)

作者简介: 范宝春(1945—), 男, 教授。

采用 SGS (subgrid-scale) 湍流模型

$$\mu_g = \mu_1 + \mu_t = \mu_1 + \rho_g (C_t \Delta^2) (\tau_{ij} \cdot \tau_{ij})$$

式中：

$$C_t = 0.1, \Delta = \sqrt{\Delta x_i \Delta x_j}$$

两相间的动量传递 $V_j = \beta_j (u_{gj} - u_{pj}) - f_L$, 其阻力系数^[5]

$$\beta_j = \begin{cases} 150 \frac{\alpha_p^2 \mu_g}{\alpha_g d_p^2} + 1.75 \frac{\alpha_p \rho_g |u_{gj} - u_{pj}|}{d_p} & \alpha_g < 0.8 \\ \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_p \rho_g |u_{gj} - u_{pj}|}{d_p} \alpha_g^{-1.65} & \alpha_g \geq 0.8 \end{cases}$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) & Re \leq 1000 \\ 0.44 & Re > 1000 \end{cases}$$

$$Re = \alpha_g \rho_g d_p |\bar{u}_g - \bar{u}_p| / \mu_1$$

$f_L = \text{sgn}(\frac{\partial u_g}{\partial y}) \frac{3K\alpha_p}{2\pi d_p} (u_g - u_p) \sqrt{(\rho\mu)_g |\frac{\partial u_g}{\partial y}|}$ 为 Saffman 升力, 其中 K 为升力系数, 取 $K = 6.46$; d_p 为颗粒直径。

$$Q = \frac{6}{d_p^2} Nu k_g \alpha_p (T_g - T_p)$$

$Nu = 2 + 0.6 Pr^{\frac{1}{3}} Re^{\frac{1}{2}}$, k_g 为气相热传导系数, Pr 为 Prantle 数。

3 声速

以二维不定常数流动为例, 气相和颗粒相方程皆可写成

$$\partial \mathbf{U} / \partial t + \partial \mathbf{F}(\mathbf{U}) / \partial x + \partial \mathbf{G}(\mathbf{U}) / \partial y = \mathbf{H} \tag{7}$$

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

式中: $a_{22} = 2u$, $a_{33} = a_{44} = u$, 其特征根

$$\lambda = (u \quad u \quad u + a \quad u - a)^T, \text{ 其中 } a = \sqrt{u^2 + a_{21}}$$

对于气体, $a_{21} = (1 - \alpha_p / \gamma) a_0^2 - u_g^2$, 其中 a_0^2 为纯气体声速, 因此

$$a_g = \sqrt{1 - (\alpha_p / \gamma) a_0} \tag{8}$$

对于颗粒相, $a_{21} = \frac{1}{\rho_p} (\frac{\partial p_p}{\partial \alpha_p}) - u_p^2$, 故

$$a_p = \sqrt{\frac{1}{\rho_p} (\frac{\partial p_p}{\partial \alpha_p})} \tag{9}$$

4 AUSM⁺ 格式^[4]

方程(7)中, $\mathbf{F}(\mathbf{U})$ 和 $\mathbf{G}(\mathbf{U})$ 为流通量, AUSM⁺格式将其分解为流通量和压力通量, 以 $\mathbf{F}(\mathbf{U})$ 为例

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{(c)} + \mathbf{P}$$

式中: $\mathbf{F}^{(c)} = Ma \Phi$, M 为 Mach 数, a 为声速, Φ 称为标量矢量。 $\mathbf{P} = (0 \quad p \quad 0 \quad 0)^T$, 于是界面流率

$$F_{j+1/2} = M_{j+1/2} a_{j+1/2} \Phi_{j+1/2} + P_{j+1/2}$$

$$M_{j+1/2} = M_j^+ + M_{j+1}^-$$

$$M^\pm = \begin{cases} (M + |M|)/2 & |M| \geq 1 \\ M_\beta^\pm(M) & |M| < 1 \end{cases}$$

$$M_\beta^\pm(M) = \pm \frac{1}{4} (M \pm 1)^2 \pm \beta (M^2 - 1)^2, \quad -1/16 \leq \beta \leq 1/2$$

$$p_{j+1/2} = P^+(M_j)p_j + P^-(M_{j+1})p_{j+1}$$

$$P^\pm = \begin{cases} (1 \pm \text{sgn}(M))/2 & |M| \geq 1 \\ P_\alpha^\pm(M) & |M| < 1 \end{cases}$$

$$P_\alpha^\pm(M) = (M \pm 1)^2 (2 \mp M)/4 \pm M(M^2 - 1)^2, \quad -3/4 \leq \alpha \leq 3/16$$

$$\Phi_{j+1/2} = \begin{cases} \Phi_j & M_{j+1/2} \geq 0 \\ \Phi_{j+1} & M_{j+1/2} < 0 \end{cases}$$

$$a_{j+1/2} = \sqrt{a_j a_{j+1}}$$

该格式不仅可以有效地捕捉激波，而且避免了通量差分格式中矩阵求逆的繁杂推导，在处理本文涉及的复杂方程时较为方便。

5 算 例

图 1 为激波与堆积粉尘相互作用的实验照片，上图为阴影照片，下图为脉冲 X 光照片。堆积粉尘为超细淀粉。使用前，经激波衍射仪测试，其平均粒径为 15μm，材料密度为 1100kg/m³。堆积密度为 520kg/m³。实验测得堆积粉尘的本构方程为

$$P_p = \begin{cases} 3.88(\eta_p - 0.49) & \eta_p > 0.49 \\ 0 & \eta_p \leq 0.49 \end{cases}$$

式中： $P_p = p_p/p_0$ ， $\eta_p = \alpha_p/\alpha_{p0} = \rho_p/\rho_{p0}$ ，脚标 0 为波前值。

对该现象数值模拟时，坐标建立在激波阵面上，进出口边界取梯度为零，壁面为粘性边界。图 2 为根据计算绘制的密度阴影图。其中(a)为气相密度阴影图，(b)为粉尘密度阴影图。

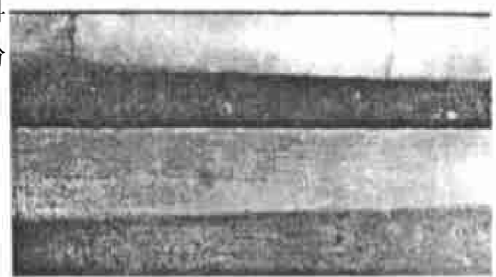


图 1 激波与堆积粉尘相互作用照片
Fig.1 Typical shadow photograph of interaction of shock wave with surface of dusty bulk

显然，由于堆积粉尘的波阻抗大于空气，故激波在界面附近向内弯曲，该阵面相对于界面的入射角记作 α_1 。激波作用下，堆积粉尘内形成透射激波，与界面夹角记作 α_2 。堆积粉尘经激波压缩，界面折

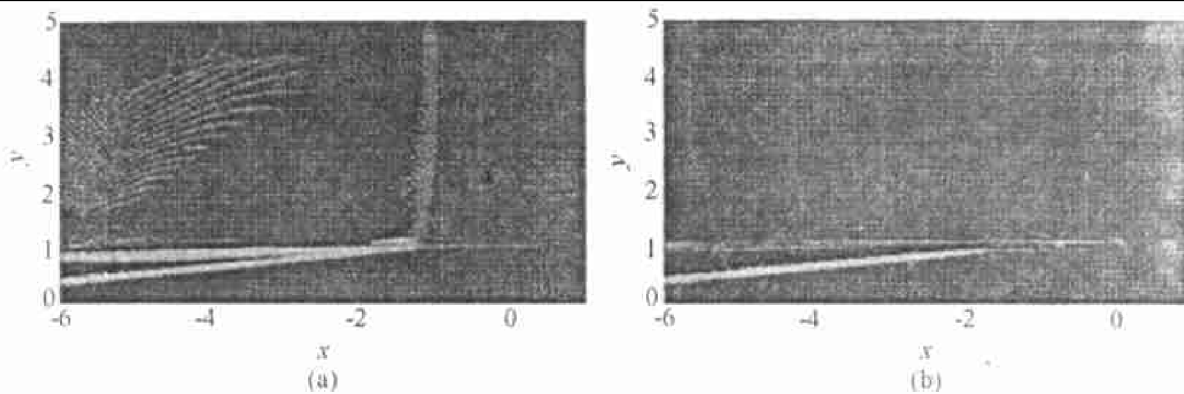


图 2 激波与堆积粉尘相互作用的计算图像

Fig.2 Calculated shadow photograph of interaction of shock wave with surface of dusty bulk

转，折转角记作 θ 。它们是反映激波与堆积粉尘作用后，流场特征的特征参数，可以由实验(图 1)和计算(图 2)确定。

波后折转的粉尘界面上方形成湍流剪切边界层, 这使界面粉尘受升力而上扬, 形成悬浮的粉尘云。图 1 的阴影照片可清楚地显示其轮廓, 图 3 为计算结果。

流场特征参数随入射激波的强度而变化, 其变化规律如图 4 所示, 其中(a)、(b)、(c)分别为 α_1 , α_2 和 θ 随入射激波速度的变化曲线。实线为计算值, *为实验值, 两者比较相符。结果表明, 当激波强度增加时, 入射激波的入射角和波后粉尘界面的折转角皆随之增大, 而透射波的入射角随之减小。由于堆积粉尘可压缩性很小, 这些值对激波强度的变化不十分敏感。

图 5 为计算获得的流场特征参数随材料密度的变化曲线, 其中(a)、(b)、(c)分别为 α_1 , α_2 和 θ 。结果表明, 当激波强度一定时, 入射激波的入射角随材料密度的增加而增加, 而透射波的入射角和波后粉尘界面的折转角皆随之减小。

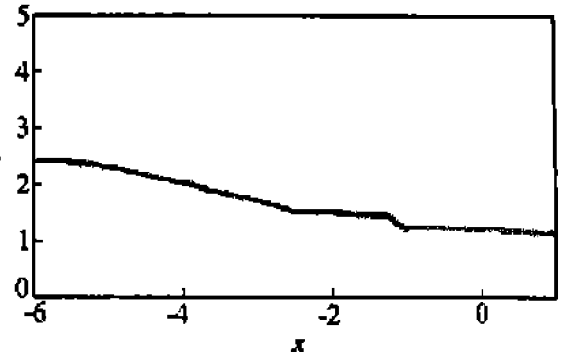


图 3 粉尘云轮廓线

Fig.3 Shape of dust cloud

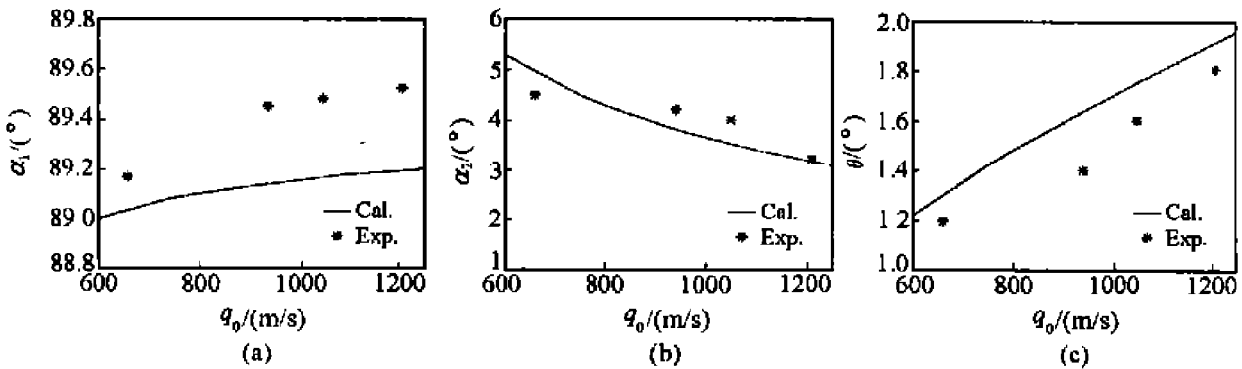


图 4 激波入射角 α_1 , 透射角 α_2 和波后粉尘界面折射角 θ 随激波速度 q_0 的变化曲线

Fig.4 Variations of incident angle α_1 , transmitted shock oblique angle α_2 and turning angle θ with shock velocity q_0

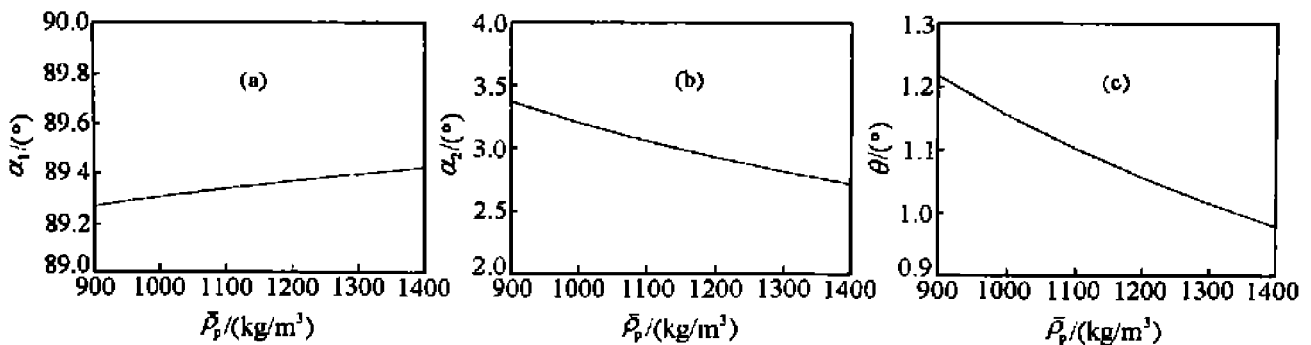


图 5 激波入射角 α_1 , 透射角 α_2 和波后粉尘界面折射角 θ 随材料密度的变化曲线

Fig.5 Variations of incident angle α_1 , transmitted shock oblique angle α_2 and turning angle θ with material density of particle ρ_p

6 小 结

基于作者测定的堆积粉尘的本构方程,对激波与堆积粉尘相互作用现象进行了数值模拟,其结果反映了流场的基本特征,且与实验结果基本一致。

参考文献:

- [1] Rayevsky D, Ben-DOR G. Shock Wave Interaction with Thermal Layer [J]. AIAA J, 1991, 30(4): 1135-1139.
- [2] Milton B M, Behnia M, Takayama K. Interaction of Liquid Films with Shock Induced Airflow [A]. Proc, 18th ISSW [C]. 1992: 1265-1282.
- [3] 范宝春, 赵振平, 雷勇. 激波与超细粉尘相互作用的流场实验显示 [J]. 实验力学, 2000, 14(4): 416-420.
FAN Bao-chun, ZHAO Zhen-ping, LEI Yong. Experimental Visualization of Flow Fields Induced by Interaction between Shock Wave and Fine Dusty Bulk [J]. Journal of Experimental Mechanics, 2000, 14(4): 416-420.
- [4] Liou M S, Steffen Jr C J. A New Flux Splitting Scheme [J]. J Comput Phys, 1993, 107(1): 23-39.
- [5] Gidaspaw D. Multiphase Flow and Fluidization [M]. San Diego: Academic Press Inc, 1994: 2-21.

Numerical Simulation of Interactions of Shock Waves with Air/Granular Material Interface

FAN Bao-chun, LEI Yong, JIANG Xiao-hai

(Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China)

Abstract: Based on two-phase flow model considering collision pressure and the constitutive equation of granular material has been obtained experimentally by authors, the numerical investigations on interactions of shock waves with air/granular interface are carried out by using AUSM⁺ scheme. The calculated results are in good agreement with experimental measurements. Effects of the strength of shock waves and the material density of particles on flow fields are discussed.

Key words: shock wave; two-phase flow; AUSM⁺ scheme