

文章编号: 1001-1455(2002)04-0301-07

加筋板弹性大挠度的冲击响应分析*

张 涛, 刘土光, 赵 耀, 刘敬喜

(华中科技大学交通学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 用半解析的方法分析了横向冲击载荷下加筋板的非线性瞬态响应。考虑膜力的存在, 忽略筋截面上的剪切应力, 引入板的应力函数, 采用离散加筋板模型, 运用能量原理建立加筋板的动响应控制方程。假设挠度为双级数形式, 运用迦辽金法, 将加筋板的动响应方程转化为一个多自由度的动力系统, 采用数值方法来求解。最后给出了几个模型的计算结果。

关键词: 加筋板; 大挠度; 横向冲击载荷; 瞬态响应

中图分类号: O343.5 文献标识码: A

1 引言

在桥梁、建筑、航天航空、船舶与海洋工程等工程结构中, 加筋板是一种十分常见的结构形式。它不仅大大提高了结构的承载能力, 而且大大减轻了结构的重量。因此, 研究加筋板结构的力学行为, 尤其是加筋结构在动载荷下的非线性动响应就具有更重要的工程意义。

对加筋板的研究, 一般可以分为两大类, 第一类方法是将整个结构看作一个平衡系统, 而不去考察加筋与板之间的力的相互作用。最常见的就是将加筋板看作正交异性板, 在过去的几十年里, 许多研究者用这种方法对加筋板动态力学行为进行了研究^[1-3]。第二类方法是将加筋板看作板与加筋相耦合的离散系统。由于这类方法借助数值计算, 能方便处理各类形式的加筋, 而不只限于均匀等跨加筋, 因此在近十多年里得到了广泛的发展^[4-5]。当然, 强有力的结构计算工具有限元法也可以用来分析加筋板的力学行为^[6-9], 但是, 有限元法计算量大, 尤其对于动力问题。

本文中, 采用半解析的方法, 先建立离散加筋板模型, 对加筋采用线假设, 忽略筋截面上的剪切应力, 借鉴 SQP 方法^[4]分析筋和板的应变和应力的关系。忽略面内位移的影响, 考虑加筋板结构总的能量, 运用 Hamilton 变分原理推导出加筋板结构的非线性运动控制方程^[10]。引入假设的板的应力函数, 通过筋和板的应变协调条件, 得到加筋的膜力, 则可以得到由应力函数和挠度两个变量表示的非线性运动控制方程。对挠度采用双级数形式的假设, 得到应力函数的表达式^[11], 运用迦辽金方法, 最终得到形如多自由度系统的动力控制方程组, 运用数值方法可以方便求解。本方法简单, 计算量小, 适用任意位置和尺寸的单向或双向加筋板。

2 理论推导

如图 1 所示典型的偏向(eccentric)加筋板结构, 坐标原点取在板的中面上, 考虑到加筋的任意性, 用下标 i, j 分别表征 x, y 方向第 i, j 根加筋。对加筋和板之间的连接采用“接触线”假设^[4], 即在筋截面上无横向剪切应力而其截面上应力分布只与 z 有关。应用板的大变形理论, 板的应变几何关系为

* 收稿日期: 2001-08-13; 修回日期: 2002-03-22

作者简介: 张 涛(1976—), 男, 博士研究生。

$$\begin{cases} \epsilon_x = \epsilon_x^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y = \epsilon_y^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}$$

(1)式中:上标“0”表示板中面应变, w 为板 z 方向位移。图1还给出加筋板的几何尺寸,基于“线接触”的假设,考虑到筋与板变形的协调,对于偏向筋的应变同样可采用这种线性假设

$$\begin{cases} \epsilon_{x_i} = \epsilon_x^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_{y_j} = \epsilon_y^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{cases} \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} + h_i \quad (2)$$

当然,随着筋数的增加,实际结构应变的中面越偏离板中面,这种假设的误差也会加大,因此本文的解更适合弱加筋板结构。

根据板的大挠度理论,可得到板内弯矩 M_x 、 M_y 、 M_{xy} 以及膜力 N_x 、 N_y 、 N_{xy}

$$\begin{cases} M_x = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] & N_x = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\epsilon_x^0 + \nu \epsilon_y^0) \\ M_y = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \\ M_{xy} = -D (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} & N_{xy} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}^0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, E 为板的杨氏模量, ν 为板的泊松比。对于偏向加筋,膜力 N_{x_i} 、 N_{y_j} , 弯矩 M_{x_i} 、 M_{y_j} 分别用应变表示为

$$\begin{cases} N_{x_i} = \int_{h/2}^{h_i+h/2} \sigma_{x_i} dz = \int_{h/2}^{h_i+h/2} E_i \left[\epsilon_x^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] dz \\ N_{y_j} = \int_{h/2}^{h_i+h/2} \sigma_{y_j} dz = \int_{h/2}^{h_i+h/2} E_j \left[\epsilon_y^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] dz \\ M_{x_i} = \int_{h/2}^{h_i+h/2} z \sigma_{x_i} dz = \int_{h/2}^{h_i+h/2} E_i \left[\epsilon_x^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] z dz \\ M_{y_j} = \int_{h/2}^{h_i+h/2} z \sigma_{y_j} dz = \int_{h/2}^{h_i+h/2} E_j \left[\epsilon_y^0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] z dz \end{cases} \quad (4)$$

式中: E_i 、 E_j 分别为 x 、 y 方向加筋的杨氏模量。由公式(3)可以得到

$$\begin{cases} \epsilon_x^0 = \frac{1}{Eh} (N_x - \nu N_y) \\ \epsilon_y^0 = \frac{1}{Eh} (N_y - \nu N_x) \end{cases} \quad (5)$$

对加筋板系统运用 Hamilton 变分原理

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + w) dt = 0 \quad (6)$$

式中: T 、 U 、 W 分别为系统的总动能、总应变能和外力功^[10], δ 表示一次变分,变分过程较繁琐,在此简略。忽略面内位移引起的惯性项的影响,变分后整理得到

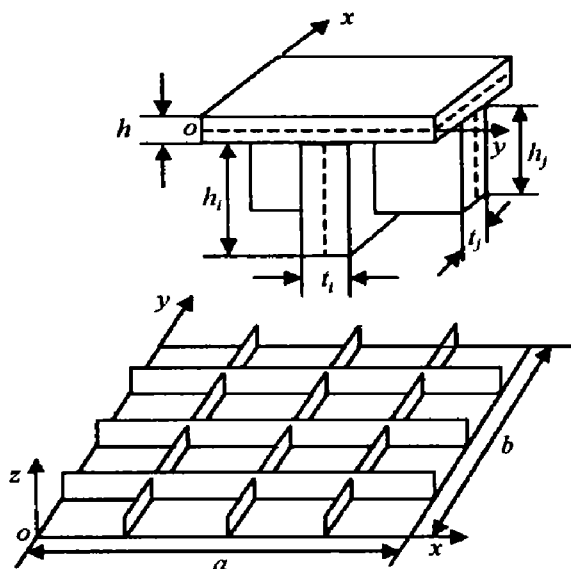


图1 偏向加筋板几何结构

Fig.1 Eccentric stiffened plate

$$N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sum_{i=1}^m \left[N_{x_i} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial M_{x_i}}{\partial x^2} \right] \delta_i + \sum_{j=1}^n \left[N_{y_j} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial M_{y_j}}{\partial y^2} \right] \delta_j + \frac{\partial M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial M_y}{\partial y^2} + q(t) = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^m \rho_i h_i \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta_i + \sum_{j=1}^n \rho_j h_j \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta_j \quad (7)$$

式中: m 、 n 分别为 x 方向加筋和 y 方向加筋的数目, w 为时间和空间的函数, $\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ 、 $\sum_{i=1}^m \rho_i h_i \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ 、 $\sum_{j=1}^n \rho_j h_j \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ 分别为板和筋横向惯性量, $q(t)$ 为动载荷, ρ 、 ρ_i 、 ρ_j 分别为板和加筋的密度, δ_i 、 δ_j 分别为

$$\delta(x - x_j) = \begin{cases} 1 & x_j - \frac{t_j}{2} \leq x \leq x_j + \frac{t_j}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

$$\delta(y - y_i) = \begin{cases} 1 & y_i - \frac{t_i}{2} \leq y \leq y_i + \frac{t_i}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

式中: y_i 、 x_j 分别为 x 方向第 i 根筋和 y 方向第 j 根筋中线的位置, t_i 、 t_j 分别为对应加强筋的厚度。由板的大挠度理论, 假设加筋板中板的 Airy 应力函数仍然存在^[12], 那么膜力

$$N_x = h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad N_y = h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad N_{xy} = -h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \quad (10)$$

将式(10)和(5)代入式(4)中可得

$$\begin{cases} N_{x_i} = \frac{E_i h_i}{E} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right] \delta_i - E_i e_i h_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta_i \\ N_{y_j} = \frac{E_j h_j}{E} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right] \delta_j - E_j e_j h_j \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta_j \\ M_{x_i} = \frac{E_i e_i h_i}{E} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right] \delta_i - E_i I_{x_i} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta_i \\ M_{y_j} = \frac{E_j e_j h_j}{E} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right] \delta_j - E_j I_{y_j} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta_j \end{cases} \quad (11)$$

式中: I_{x_i} 、 I_{y_j} 分别为 x 向第 i 根和 y 向第 j 根加筋截面对板中面的惯性矩, 而偏心距 $e_i = \frac{1}{2}(h_i + h)$, $e_j = \frac{1}{2}(h_j + h)$ 。

引入量纲一的量: $C_1^i = \frac{E_i h_i}{Eh}$, $C_1^j = \frac{E_j h_j}{Eh}$, $C_2^i = \frac{E_i e_i h_i}{Eh^2}$, $C_2^j = \frac{E_j e_j h_j}{Eh^2}$, $C_3^i = \frac{E_i h_{x_i}}{Eh^3}$, $C_3^j = \frac{E_j h_{y_j}}{Eh^3}$, $C_4^i = \frac{h_i \rho_i}{h \rho}$, $C_4^j = \frac{h_j \rho_j}{h \rho}$, $\tilde{w} = \frac{w}{h}$, $\varphi = \frac{\varphi}{Eh^2}$, $\lambda = \frac{b}{a}$, $\zeta = \frac{x}{a}$, $\eta = \frac{y}{b}$, $\tau = \frac{t}{b^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{\rho}}$, $\tilde{q} = \frac{qa^4}{Eh^4}$ 。

将式(11)和(3)代入式(7)中, 整理后得到

$$\begin{aligned} & \lambda^2 \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta \partial \eta} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta \partial \eta} \right] + \sum_{i=1}^m \left[C_1^i \lambda^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta^2} - \nu C_1^i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} + \right. \\ & \quad \left. \lambda^2 C_2^i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} - \nu C_2^i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^4} \right] \delta_i + \sum_{j=1}^n \left[\lambda^2 C_1^j \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} - \nu \lambda^4 C_1^j \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} + \right. \\ & \quad \left. \lambda^2 C_2^j \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} - \nu \lambda^4 C_2^j \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^4} \right] \delta_j + \tilde{q}(\tau) = \frac{1}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta^4} + 2\lambda^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} + \right. \\ & \quad \left. \lambda^4 \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^4} \right] + \sum_{i=1}^m \left[C_2^i \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta^2} + C_3^i \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta^4} \right] \delta_i + \sum_{j=1}^n \left[C_2^j \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} + C_3^j \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^4} \right] \delta_j + \\ & \quad \lambda^4 \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tau^2} + \sum_{i=1}^m \lambda^4 C_4^i \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tau^2} \delta_i + \sum_{i=1}^m \lambda^4 C_4^j \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tau^2} \delta_j \end{aligned} \quad (12)$$

其中根据 Marguerre's 理论^[12], 板的变形协调方程为

$$\lambda^4 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \eta^4} + 2\lambda^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2 \partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^4} = \lambda^2 \left[\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \zeta \partial \eta} \right]^2 - \lambda^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}}{a^2 \partial \zeta^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{b^2 \partial \eta^2} \quad (13)$$

对于四边简支加筋板, 假设板的挠度函数为如下双级数形式

$$\tilde{w} = \sum_{p=1}^l \sum_{q=1}^l f_{pq}(\tau) \sin p\pi \zeta \sin q\pi \eta \quad (14)$$

对于均布载荷, 可只取 p, q 的奇数项, 将式(14)代入式(13)可以得到

$$\begin{aligned} \varphi = & \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} (A_1^{pq} \cos 2p\pi \zeta + A_2^{pq} \cos 2q\pi \eta) f_{pq}^2(\tau) + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} [A_3^{pqlk} \cos(p-l)\pi \zeta \cdot \\ & \cos(q-k)\pi \eta + A_4^{pqlk} \cos(p-l)\pi \zeta \cos(q+k)\pi \eta + A_5^{pqlk} \cos(p+l)\pi \zeta \cos(q-k)\pi \eta + \\ & A_6^{pqlk} \cos(p+l)\pi \zeta \cos(q+k)\pi \eta] f_{pq}(\tau) f_{lk}(\tau) \end{aligned} \quad (15)$$

式中

$$\begin{aligned} A_1^{pq} &= \frac{q^2}{32\lambda^2 p^2}, \quad A_3^{pqlk} = \frac{(pqlk - p^2k^2)\lambda^2}{4[(p-l)^2\lambda^2 + (q-k)^2]^2}, \quad A_5^{pqlk} = \frac{(pqlk + p^2k^2)\lambda^2}{4[(p+l)^2\lambda^2 + (q-k)^2]^2} \\ A_2^{pq} &= \frac{\lambda^2 p^2}{32q^2}, \quad A_4^{pqlk} = \frac{(pqlk + p^2k^2)\lambda^2}{4[(p-l)^2\lambda^2 + (q+k)^2]^2}, \quad A_6^{pqlk} = \frac{(pqlk - p^2k^2)\lambda^2}{4[(p+l)^2\lambda^2 + (q-k)^2]^2} \end{aligned}$$

将式(15)代入式(12)中, 同时式(12)两边乘以 $\sin r\pi \zeta \sin s\pi \eta$, $r=1, 2, \dots, R; s=1, 2, \dots, S, R, S$ 为常数。对整个板面积分, 整理后可以得到加筋板动响应控制方程组

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{f}} + \mathbf{K} \mathbf{f} + \mathbf{F} \mathbf{f}^2 + \mathbf{G} \mathbf{f}^3 = \tilde{\mathbf{q}}(\tau) \quad (16)$$

式中: \mathbf{M}, \mathbf{K} 为 $RS \times RS$ 维方阵, \mathbf{F} 为 $RS \times R^2 S^2$ 维矩阵, \mathbf{G} 为 $RS \times R^3 S^3$ 维矩阵, 各矩阵的元素的具体表达式比较繁琐, 由于篇幅有限, 在此不一一列出。 $\dot{\mathbf{f}}$ 为 f_{ij} ($i=1, 2, \dots, R; j=1, 2, \dots, S$) 对时间 τ 的 2 阶导数, $\mathbf{f}, \mathbf{f}^2, \mathbf{f}^3$ 分别为由 f_{ij} 的一次、二次和三次项组成的一维列向量, 同时对控制方程(16)引入线性阻尼, 则可以得到

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{f}} + \mathbf{C} \mathbf{f} + \mathbf{K} \mathbf{f} + \mathbf{F} \mathbf{f}^2 + \mathbf{G} \mathbf{f}^3 = \tilde{\mathbf{q}}(\tau) \quad (17)$$

式中: $\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$ 。对于非线性控制方程(17), 采用数值方法可以很方便地求解, 可采用四阶龙格库塔法求解, 但随着 R 和 S 的增加, 方程组(17)的刚性越大, 宜采用罗森布罗克或预报-校正法解刚性方程组。

对于无初挠度的加筋板, 其初始条件为: $\mathbf{f} = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{f}} = \mathbf{0}$ 。对于存在横向预加载时, 将式(17)中的 $\dot{\mathbf{f}}$ 和 \mathbf{f} 的项省略掉, 即可得到预静载下加筋板的控制方程, 用 Newton 方法解非线性方程组, 可以得到静载下的解, 再将静载下的解作为联合载荷作用下加筋板控制方程的初始条件。

本文方法是解加筋板瞬态响应问题的半解析方法, 通过运用迦辽金方法, 大大减少了计算量, 其主要计算量为解动响应方程组(17), 计算所需的时间随 RS 平方增长。并且本方法有很好的收敛性, 一般取挠度型函数的前九项, 即可得到满意的结果, 本文计算的结果的正确性用有限元程序得到检验。

3 计算结果与讨论

3.1 单向加筋板

单向加筋板结构如图2所示, 四边简支, 在板中心沿 x 方向加一根筋, 其具体几何尺寸见图, O, B, C 和 D 分别表示板面上坐标为 $(0, 0), (0, a/4), (-b/4, a/4)$ 和 $(-b/4, 0)$ 的点。取 $\nu = 0.3, \alpha = \beta = 0.003$ 。

载荷形式为流固冲击^[11], 具体表达式为

$$p(x, y, t) = \begin{cases} \eta_1 t^2 + \eta_2 t & 0 \leq t \leq t_d \\ 0 & t > t_d \end{cases}$$

式中: $\eta_1 = -4p_{\max}/t_d^2, \eta_2 = 4p_{\max}/t_d, p_{\max}$ 为载荷峰值, t_d 为载荷持续时间。

为了验证本文推导的正确性,给出了本文计算结果与参考文献[10]以及有限元软件 ANSYS 计算结果的比较。其中板和筋材料参数为: $h_1=1.02\text{mm}$, $t_1=0.127\text{mm}$, $p_{\max}=5\text{kPa}$, $t_d=0.5\text{ms}$, $h=0.254\text{mm}$, $a=b=25.4\text{mm}$, $E=117.2\text{GPa}$, $\rho=2.7\times 10^3\text{kg/m}^3$ 。

图 3 显示了不同计算方法所得到的板中心量纲一的挠度随时间变化的两组曲线。其中一组为不加筋板的计算结果,可见本文方法计算的结果和有限元计算的结果相当吻合,而且由于采用大挠度理论为基础,故所求的解略小于有限元的解,这同时也说明板的面内惯性项对解的影响很小,可以忽略。另一组曲线为加筋板计算结果的比较,也可以看出本文的解小于有限元的解而稍大于文献[10]的解,这正是因为忽略了筋的剪切应力的影响的缘故。

图 4 为在不同的量纲一的冲击载荷峰值 $\bar{q}=p_{\max}a^4/Eh^4$, $t_d=20\text{ms}$ 下,板上 O 、 B 、 C 和 D 四个点挠度响应最大值的变化曲线。其中: $a=b=500\text{mm}$, $h=5\text{mm}$, $h_1=50\text{mm}$, $t_1=5\text{mm}$, $E=210\text{GPa}$, $\rho=7.8\times 10^3\text{kg/m}^3$ 。显然随着载荷峰值 \bar{q} 的增加,最大挠度非线性增加,而且挠度越大这种非线性越明显。随着 \bar{q} 的增加, C 点的挠度越来越接近 B 点的挠度,这表明两点的弯矩越来越接近,这与板在冲击载荷作用下的塑性变形形式很相近。

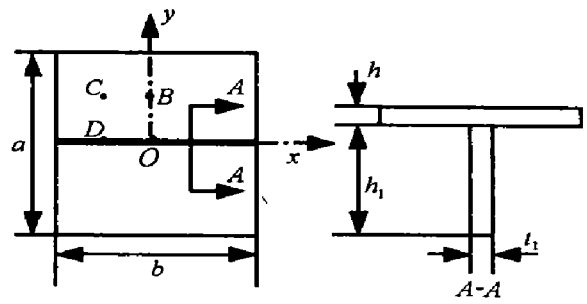


图 2 单向加筋板几何尺寸

Fig. 2 Geometric details of unilateral stiffened plates

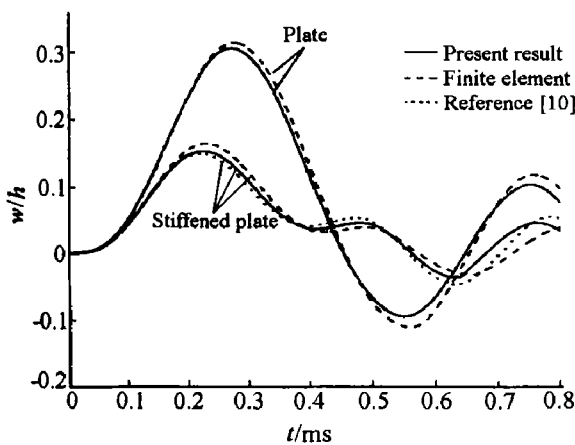


图 3 板中心的时间历程曲线结果比较

Fig. 3 Comparisons of the history of the plate center

为了考察不同形式的冲击载荷对加筋板的影响,给出了如图 5 所示的阶跃冲击、流固冲击和三角型冲击三种冲击载荷在相同的冲击峰值下的响应进行了分析,其中加筋板几何尺寸和材料参数与图 4 算例一样。图 6 给出了三种冲击下,在 $p_{\max}=0.1\text{MPa}$, $t_d=20\text{ms}$ 下加筋板中心点的量纲一的挠度随量纲一的时间 $\tau(\tau=t\sqrt{Eh^2/\rho/b^2})$ 的历程曲线。整个响应过程中,在不同冲击下,挠度的波动次数基本相等,而加筋板对阶跃冲击的响应最为剧烈,其挠度最大值最大,而流固冲击和三角型冲击结果很相近,三角冲击挠度的响应稍弱。

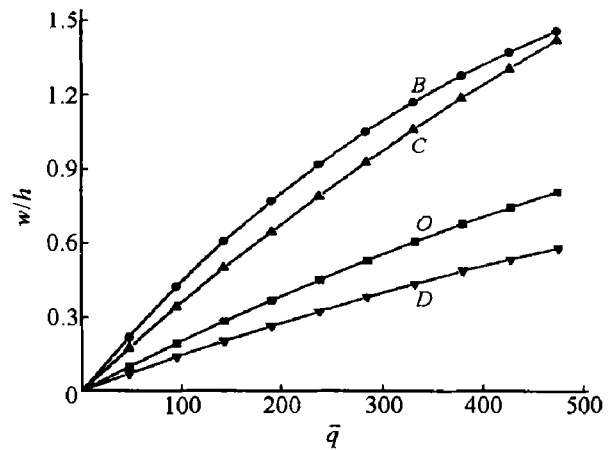


图 4 挠度随载荷的变化曲线

Fig. 4 Deflection vs load

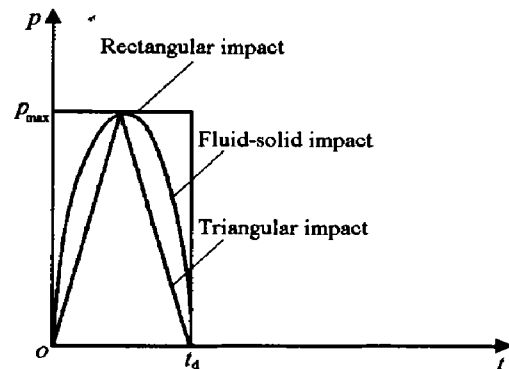


图 5 冲击载荷形式图

Fig. 5 Different impact load curves

图7给出了两种冲击载荷下,加筋板中心处挠度响应的最大值随冲击持续时间 t_d 的变化曲线, T 为一阶横向自由振动固有周期。对于流固冲击和三角冲击,其曲线的变化很相近, t_d 在 T 附近时,加筋板挠度的响应值最大,在 $2T$ 以后,最大挠度值稍大于等价静载荷时的挠度值,最终随 t_d 增加将趋近于静载荷时的解。

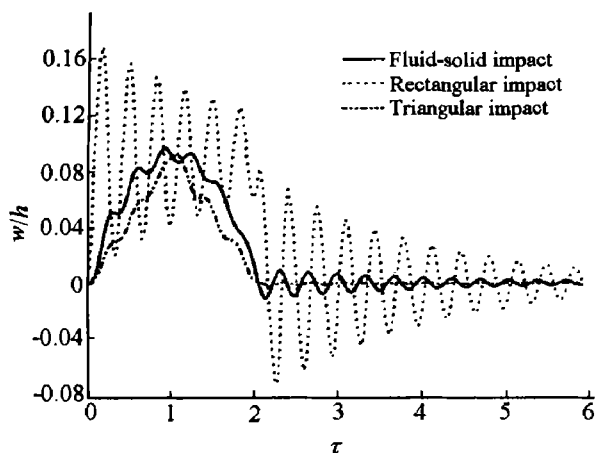


图6 不同载荷形式下挠度的响应

Fig.6 Deflection response under variant loads

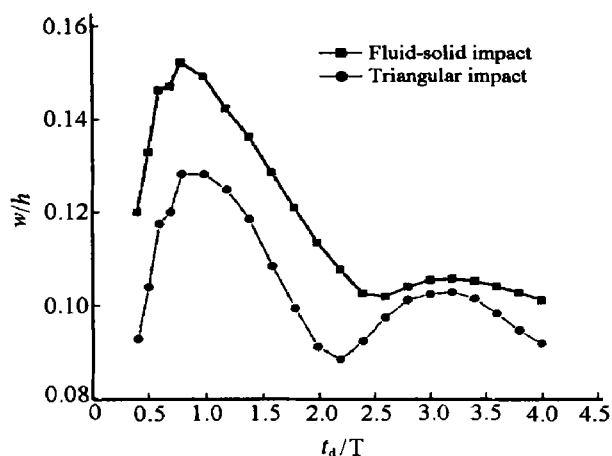


图7 最大挠度随冲击持续时间变化曲线

Fig.7 Maximal deflection curves for different durative time

3.2 双向多根加筋板

图8给出了三种不同形式的双向多根加筋板结构,其板和筋的材料以及尺寸如图4计算模型,三种形式加筋结构所用材料相同,重量相同。图8(a)为对称十字加筋,(b)为 x 方向等跨加两根筋,(c)为 x 方向加一根筋, y 方向等跨设置两根筋, x 方向筋的厚度为 y 方向筋厚度的一半。对三种形式的加筋,作用同一短时流固冲击载荷 $p_{\max}=10\text{kPa}$, $t_d=2\text{ms}$ 。

对于三种不同的结构形式,形式(a)的最大响应挠度值为 0.7615mm , (b)的最大响应挠度值为 0.6027mm , (c)的最大响应挠度值为 0.4660mm 。图8还给出了三种加筋形式结构在最大挠度响应时的瞬态变形图。其中形式(c)的加筋结构挠度最大幅值最小,结构变形最为缓和,在相同的材料和重量下,该结构抗冲击能力最强。

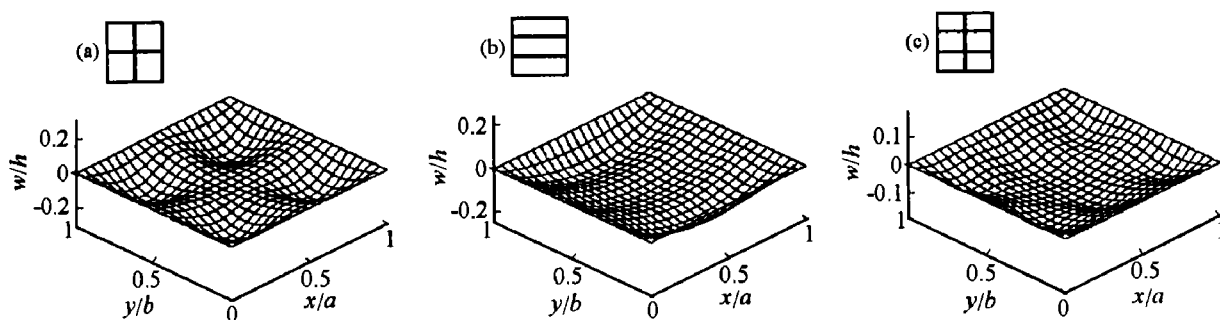


图8 加筋板最大挠度响应时瞬态变形

Fig.8 Deformed shape of maximum deflection response of stiffened plate

4 结束语

采用半解析的方法,建立离散加筋板模型,考虑加筋板大变形的影响,运用Hamilton变分原理导出了加筋板结构的非线性运动控制方程,运用迦辽金法,最终得到形如多自由度系统的动力控制方程组,采用数值方法求解。

参考文献:

- [1] Troitsky M S. Stiffened Plates Bending, Stability and Vibrations[M]. New York: Elsevier Scientific, 1976.
- [2] Sandararajan C, Reddy D V. Response of Rectangular Orthotropic Plates to Random Excitations[J]. Earthquake Eng Struct Dynam, 1973, 2:161-170.
- [3] Aksu G. Free Vibration Analysis of Stiffened Plates Using Finite Difference Method[J]. J Sound Vib, 1976, 44:147-158.
- [4] Bedair O K. Analysis of Stiffened Plates under Lateral Loading Using Sequential Quadratic Programming (SQP)[J]. Computers & Structures, 1997, 62(1):63-80.
- [5] Bedair O K. Stability, Free Vibration and Bending Behavior of Multi-stiffened Plates[J]. J Eng Mech, 1997, 123(4):41-337.
- [6] Mukherjee A, Mukhopadhyay M. Finite Element Free Vibration Analysis of Eccentrically Stiffened Plates[J]. Computers and Structures, 1988, 30:1303-1318.
- [7] Mukherjee A, Mukhopadhyay M. Response of Stiffened Plated Structure under Stochastic Excitation[J]. Comput Meths Appl Mech Engrg, 1988, 71:273-292.
- [8] Kolli M, Chandrashechara K. Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Stiffened Laminated Plates[J]. Int J Nonlinear Mech, 1997, 32(1):89-101.
- [9] Louca L A, Pan Y G. Response of Stiffened and Unstiffened Plates Subjected to Blast Loading[J]. Engineering Structure, 1998, 20(12):1079-1087.
- [10] 江松青, 李永池. 横向冲击载荷下加筋板的非线性动力响应[J]. 中国科学技术大学学报, 2000, 30(4):406-413.
JIANG Song-qing, LI Yong-chi. Nonlinear Dynamic Response of Stiffened Plates under Lateral Impact Loading[J]. Journal of China University of Science and Technology, 2000, 30(4):406-413.
- [11] Petry D, Fahlbusch G. Dynamic Buckling of Thin Isotropic Plates Subjected to In-plane Impact[J]. Thin-wall Structures, 2000, 38:267-283.
- [12] Eivind S. Elastic Buckling and Postbuckling of Eccentrically Stiffened Plates[J]. Int J Solids Structures, 1989, 25(7):751-768.

Large Deflection Dynamic Response of Stiffened Plates under Lateral Impact Loading

ZHANG Tao, LIU Tu-guang, ZHAO Yao, LIU Jin-xi

(The College of Traffic and Engineering, Huazhong University of Science and Technology,
Wuhan 430074, Hubei, China)

Abstract: This paper presents a new solution of the large deflection dynamic response of stiffened plates under lateral impact loading. Based on the large deflection theory and the discretely stiffened plate model, the tangential stresses of the stiffeners are neglected, and nonlinear membrane forces of the stiffeners are taken into account. Then introducing the stress functions of plates, and the deflection of the plate is taken as Fourier series. The motion equations of stiffened plates are obtained at last, and solved by Runge-Kutta method.

Key words: stiffened plate; large deflection; lateral impact; dynamic response