

文章编号: 1001-1455(2003)01-0031-06

# 爆炸地震效应的时频分析\*

林大超<sup>1</sup>, 施惠基<sup>1</sup>, 白春华<sup>2</sup>, 张奇<sup>2</sup>

(1. 清华大学, 北京 100084; 2. 北京理工大学, 北京 100081)

摘要: 以一个爆炸地震地运动信号的测试结果为例, 分别应用传统 Fourier 变换、短时 Fourier 变换 (STFT)、连续小波变换 (CWT) 和离散小波变换 (DWT) 进行了对比分析, 讨论了爆炸地震效应的时频分布问题。结果表明, 小波变换方法可以更好地给出爆炸地震效应的细节信息。在频率值较高的频带上, 地震能量可能较小, 但振动的峰值强度却仍较大。

关键词: 爆炸力学; 爆破地震效应; 地运动; 时频分析; 非平稳随机过程

中图分类号: O382; TD235.1 国标学科代码: 130°35 文献标志码: A

## 1 引言

爆炸地震效应可能对距离爆炸中心较远处的结构产生不利影响, 甚至引起破坏。它的潜在危险性是爆炸附属动力学现象的一个基本研究内容<sup>[1]</sup>。从理论上预测结构的响应情况, 以便就爆炸地震效应的安全性作出有效评估, 这对地震效应特征的认识具有重要意义。在结构响应预测中, 除了地震效应强度外, 频谱特征和持续时间也是十分重要的基本参数<sup>[2]</sup>。

在爆炸地震效应研究中, 比较成熟的方法是基于快速 Fourier 变换 (FFT) 的频谱分析技术<sup>[3]</sup>。爆炸地震效应被简化为一个平稳随机过程, 实现了统计特征的提取。事实上, 爆炸地震效应是一个短时非平稳随机力学现象, 这是目前相关理论研究的基本认识<sup>[4]</sup>。最近, 建立在均匀调幅假设基础上的演变功率谱方法<sup>[5-6]</sup>和基于小波变换理论的时频分析方法<sup>[7-8]</sup>已经开始在爆炸地震效应的研究中得到应用, 证明了考虑地震效应的时-频率特征可以更好地认识其本质。

## 2 基于 Fourier 变换的时频分析

一次爆炸事件引起的地震效应在地表层一给定点的地运动时间-历史记录如图 1 所示。根据传统的 Fourier 变换方法, 可以得到功率谱分布规律, 如图 2 所示。从图 2 中看出, 地振动能量分布在一定频率范围内, 以优势频率为中心呈衰减变化。然而, 该功率谱并不能反映地振动能量的时间变化情况, 只能在有限范围内给出爆炸地震效应的部分特征。

对于非平稳随机信号, 传统的 Fourier 变换无法得到时间变化的局部特征。为了克服这一不足, 在信号处理中提出了预先加窗的短时 Fourier 变换 (STFT) 方法<sup>[9]</sup>, 使频谱能够反映时间局部特征, 其定义为

$$S_{\text{STFT}}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t')g^*(t'-t)]e^{-j2\pi\omega t'} dt' \quad (1)$$

式中:  $g^*(t)$  为分析窗函数。

时刻  $t$  的 STFT 是信号  $x(t')$  乘以平移滑动的分析窗  $g^*(t'-t)$  (中心在  $t$ , 上标  $*$  表示复共轭) 的 Fourier 变换。相对较窄的窗的作用, 有效抑制了分析点  $t=t'$  邻域以外的信号, 所以 STFT 可以简单地看作信号  $x(t')$  围绕分析时刻的局部谱。用能量型时频表示, 由式 (1), 可得到 STFT 的时频谱

\* 收稿日期: 2002-01-22; 修回日期: 2002-02-31  
基金项目: 国家自然科学基金项目 (19972013)  
作者简介: 林大超 (1964—), 男, 博士后。

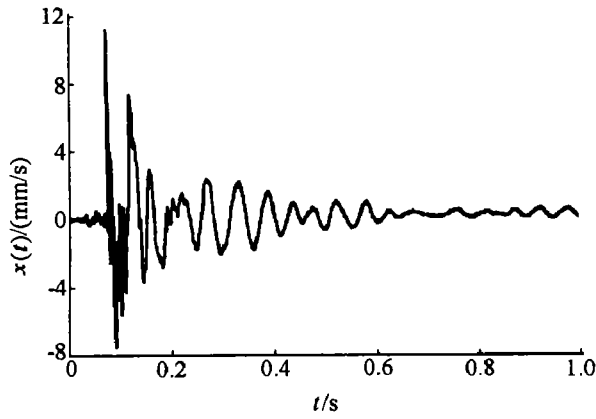


图 1 爆炸地震地运动的实验测试结果  
Fig.1 Experimental result of ground motion caused by explosion seismic

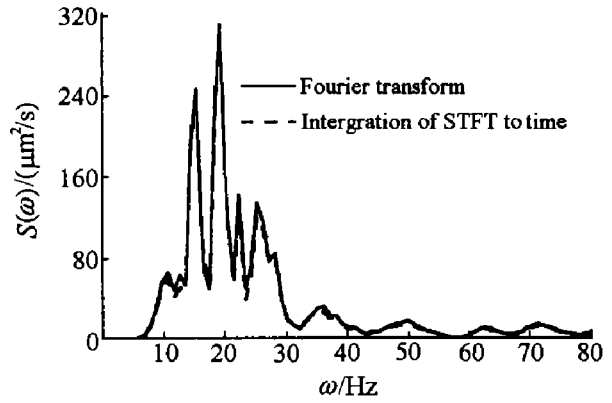


图 2 由 Fourier 变换和 STFT 得到的功率谱  
Fig.2 Power spectra calculated from Fourier transform and STFT

$$S_{SPEC}(t, \omega) = |S_{STFT}(t, \omega)|^2 \quad (2)$$

选取 Gauss 窗函数

$$g^*(t) = 2^{1/4} e^{-\pi t^2} \quad (3)$$

利用式(1)、(2)可以计算得到图 1 所示爆炸地震信号的 STFT 时频谱,如图 3 所示。

STFT 所得到的能量型时频计算结果只具有相对分布的意义,因此图 3 中的纵坐标原则上代表了一个量纲为一的相对值。将图 3 给出的时频分布谱对时间积分,可以得到 STFT 时频分布谱的边缘分布关系。这一边缘分布关系乘上一个常数因子后得到的频率分布如图 2 中虚线所示。与 Fourier 变换功率谱对比发现,二者基本上是一致的,但 STFT 引入了地震强度的时间演变关系,而传统 Fourier 变换的结果不能反映这一点。

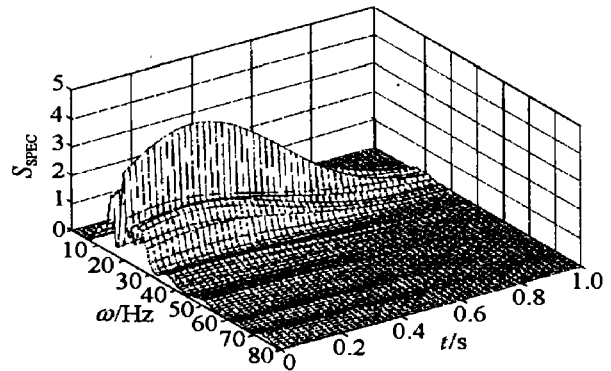


图 3 STFT 时频分布谱图  
Fig.3 Spectrogram of time frequency distribution by STFT

### 3 连续小波变换 (CWT)

如果将爆炸地震效应的地运动视为零均值,且具有 Gauss 特性的非平稳随机过程,那么,可以利用小波变换系数对该过程进行描述<sup>[10]</sup>。任给均方可积函数  $x(t)$ ,有小波变换及其逆变换

$$W_{\psi}x(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi_{a,b}(t)dt \quad (4)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a} W_{\psi}x(a, b) \psi_{a,b}(t) da db \quad (5)$$

式中:  $W_{\psi}x(a, b)$  为小波变换系数,  $\psi_{a,b}(t)$  为适当选取的小波基函数  $\psi(t)$  的伸缩与平移变换形式,它满足如下方程

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{|a|^{1/2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in \mathbf{R}^+ \quad (6)$$

参数  $a$  反映了在  $\psi_{a,b}(t)$  所在频带上  $x(t)$  对频率分布的贡献,参数  $b$  是对  $t=b$  及其邻域上基函数的局部化。一般将参数  $a$  称为尺度因子,参数  $b$  称为平移因子。尺度因子  $a$  度量了频率的大小,与频率的取值具有反比例关系,即  $a$  越大,频率越小。在方程(5)中,参数  $C_{\psi}$  满足

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad (7)$$

它取有限值,且

$$\psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-j2\pi \omega t} dt \quad (8)$$

此即为函数  $\psi(t)$  的 Fourier 变换。

根据小波变换结果,可以定义爆炸地震效应能量型时频表示的尺度谱为

$$S_{SCAL}(t, a) = |W_{\psi x}(t, a)|^2 \quad (9)$$

考虑到参数  $a$  与频率的等价关系,为了方便分析,上式可以改写为

$$S_{SCAL}(t, \omega) = |W_{\psi x}(t, \omega)|^2 \quad (10)$$

图 1 所给实测信号通过 db8 小波函数的 CWT,得到图 4 的尺度谱时频分布。与图 3 类似地,这里的尺度谱仍为量纲一的相对值。需要说明的是,在目前所发表的研究成果中,一般将计算结果用灰度值图列出<sup>[11]</sup>,为了清楚起见,这里采用了三维网格图的描述方法。

对比图 3 与图 4 可以看出,尺度谱所给出的地运动相对能量分布随时间呈起伏衰减变化特征,STFT 时频谱表现出较为平缓的时间衰减规律。从地震波的能量传播规律来看,地运动的能量变化确实应该表现为具有起伏的衰减过程,因此 CWT 的尺度谱更好地揭示了地震地运动的实际情况。

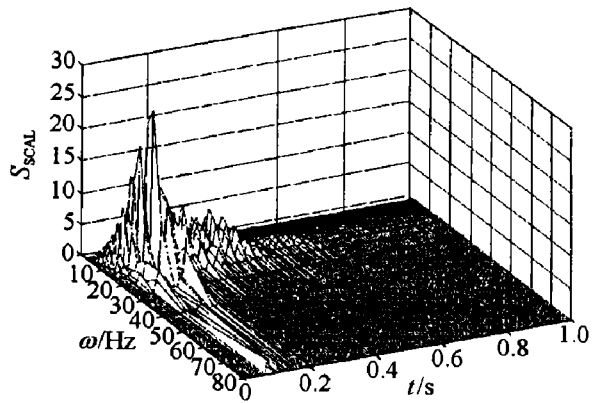


图 4 连续小波变换的时频分布尺度谱图

Fig. 4 Scalogram of time frequency distribution by CWT

#### 4 离散小波变换 (DWT)

与 CWT 相比, DWT 可以减小冗余度。DWT 分解时间函数  $x_i(t)$  到低一级水平,有

$$x_i(t) = x_{i-1}(t) + g_{i-1}(t) \quad (11)$$

因此,原函数  $x_i(t)$  可以表示为分解层函数  $g_k(t)$  的级数展开形式,即

$$x_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{i-1} g_k(t) \quad (12)$$

展开式中的分解层函数  $g_k(t)$  为小波函数的线性组合

$$g_k(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \alpha_{k,l} \psi_{k,l} \quad (13)$$

式中:  $\alpha_{k,l}$  为小波变换系数,  $\psi_{k,l}$  为小波函数。当采用二进小波时,有

$$\psi_{k,l} = 2^{k/2} \psi(2^k t - l) \quad (14)$$

在上述方程中,  $k$  与  $l$  均为整数,分别代表频率水平和时间指标。DWT 的系数可以表示为

$$\alpha_{k,l} = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t) \psi_{k,l}^*(t) dt \quad (15)$$

式(12)和(13)给出了其重构关系。

对图 1 的信号,利用 db8 小波基函数进行七个层次八个频率带的小波分解。在不同频率带上,重构后的信号如图 5 所示。频率更高的分量对地运动的贡献极其微小,这里不再列出它们的重构结果。

设爆炸地震信号的总能量为  $E_0$ ,根据式(12),可得

$$E_0 = \int_{-\infty}^{\infty} x_0^2(t) dt = \sum_{k=-\infty}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} g_k^2(t) dt + \sum_{m \neq n} \int_{-\infty}^{\infty} g_m(t) g_n(t) dt \quad (16)$$

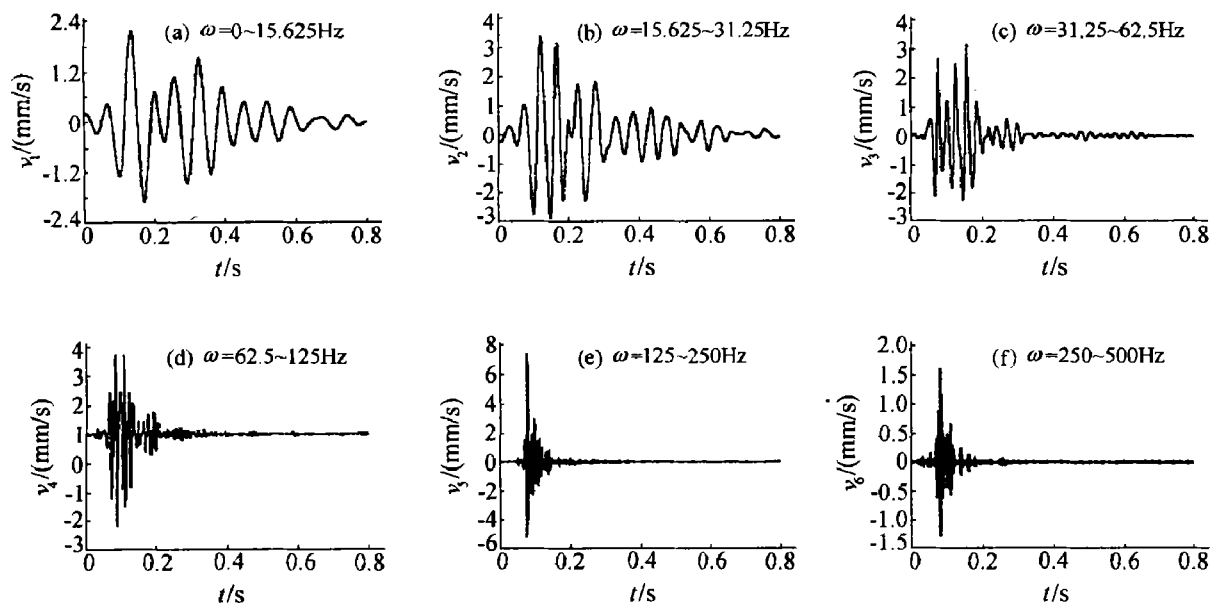


图 5 离散小波变换的分层重构信号

Fig. 5 Reconstruction signals of different levels by DWT

考虑到小波函数的正交性, 上式可以简化为

$$E_0 = \sum_{k=-\infty}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} g_k^2(t) dt = \sum_{k=-\infty}^{-1} E_k \quad (17)$$

式中:  $E_0 = \int_{-\infty}^{\infty} g_k^2(t) dt$ 。由此可得不同频率段

上地震信号的相对能量分布为

$$\frac{E_k}{E_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} g_k^2(t) dt}{\sum_{k=-\infty}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} g_k^2(t) dt} \quad (18)$$

根据式(14)和小波变换数值计算过程中获得的结果进行计算, 得到了小波分解的八个不同频率带上相对能量分布(见表 1)。实测地震信号在频率小于 31.25Hz 的两个频带内的能量超过了总能量的 60%, 且在 15~30Hz 的频带范围内的能量达到了总能量的 40%。由此可见, 图 1 所给地震信号的优势频率应在 15~30Hz 的频带范围内。

## 5 分析及讨论

STFT、CWT 和 DWT 的计算结果表明, 地振动的优势频率与 Fourier 变换的结果基本一致。爆炸地震效应的最大强度对应于地振动时间历史记录曲线上的峰值区, 但小波分析的结果与实际地震记录更为吻合。

从 DWT 的分层重构信号图 5 可以看出, 即使高频率部分的相对能量分布较小, 它们的峰值振动强度却可能仍比较大。由于它们随时间的衰减速度特别快, 在提取信号特征过程中往往不能分辨出来, 然而, CWT 和 DWT 有效解决了这一实际问题。不过, DWT 可以使分解信号的冗余度为零, 并非常方便地给出原始信号的完全重构结果。DWT 的计算表明, 在小波变换基础上所作的信号完全重构与图 1 的实验测试结果保持了非常好的一致性, 重构信号与原始信号的最大相对误差小于 0.5%。除了观察地震效应的时频分布外, DWT 在结构响应预测中也具有十分突出的优点。从目前与结构振动响应相关

表 1 不同频率带上的相对能量分布

Table 1 Relative energy distribution at different frequency bands

编号	$\omega$ /Hz	$(E_k/E_0)/(\%)$
1	0~15.625	20.692
2	15.625~31.25	40.966
3	31.25~62.5	16.966
4	62.5~125	9.004
5	125~250	11.509
6	250~500	0.702
7	500~1000	0.009
8	1000~2000	0.0008

的一些应用研究成果来看<sup>[12-14]</sup>, DWT 不仅可以给出爆炸地震地运动信号的时频分析, 更重要的是它还能同时满足结构响应信号时频分布理论预测的要求。

在较高频率带上, 地运动的能量可能比较小, 它的峰值速度却可能比较大。这一结果说明高频运动分量具有时间变化的快速衰减性质。不过, 在一些特殊结构的安全分析中, 不能因为高频分量无法在总能量的贡献中显现出来而忽略掉它的实际影响。

## 6 结 论

建立在 Fourier 变换基础上的 STFT 方法克服了传统 Fourier 变换的不足, 使爆炸地震效应能够在时频域给出描述。从 STFT 方法所获得的分析结果来看, 除了将时间变量引入到谱描述中之外, 对于频率分布的细致规律仍停留在传统 Fourier 变换结果的水平上。

CWT 的尺度谱所给出的地运动相对能量分布随时间的衰减呈现起伏特征, 而 STFT 的时频谱表现出较为平缓的时间衰减规律。从地震波的能量传播规律来看, CWT 的尺度谱更好地揭示了地震地运动的实际情况。

DWT 可以获得与连续小波变换完全一致的爆炸地运动相对能量分布规律。不同分解层信号重构的结果表明, 在较高频率带上地运动的能量可能比较小, 但它的峰值速度可能比较大。这一结果为结构安全分析提供了新的认识。小波变换完全重构结果与原始信号之间具有非常好的一致性, 它为结构响应振源模型的建立提供了更好的途径。

## 参考文献:

- [1] Dowding C H. Blast vibration monitoring and control[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985: 1-5.
- [2] 汪旭光, 于亚伦. 关于爆破震动安全判据的几个问题[J]. 工程爆破, 2001, 7(2): 88-92.  
WANG Xu-guang, YU Ya-lun. On several problems of safety criterion for blasting vibration[J]. Engineering Blasting, 2001, 7(2): 88-92.
- [3] 张学亮. 爆破地震效应[M]. 北京: 地震出版社, 1982: 72-138.
- [4] Lu Y, Hao H, Ma G, et al. Simulation of structural response under high-frequency ground excitation [J]. Earthquake Engng Struct Dyn, 2001, 30(2): 307-325.
- [5] 林大超, 张奇, 白春华. 近地表爆炸地震的地面竖向振动速度的随机特性[J]. 爆炸与冲击, 2000, 20(3): 235-240.  
LIN Da-chao, ZHANG Qi, BAI Chun-hua. Random property of ground vertical vibration velocity induced by near ground explosion seismic effects [J]. Explosion and Shock Waves, 2000, 20(3): 235-240.
- [6] ④德斌, 林大超, 熊祖钊, 等. 单自由度系统的爆炸地震演变响应[J]. 爆炸与冲击, 2002, 22(1): 46-51.  
ZENG De-bin, LIN Da-chao, XIONG Zu-zhao, et al. Nonstationary random response of SDOF system to evolutionary random explosion seismic excitation [J]. Explosion and Shock Waves, 2002, 22(1): 46-51.
- [7] 黄文华, 徐全军, 沈蔚, 等. 小波变换在判断爆炸地震危害中的应用[J]. 工程爆破, 2001, 7(1): 24-27.  
HUANG Wen-hua, XU Quan-jun, SHEN Wei, et al. Application of wavelet transform in evaluation of blasting vibration damage[J]. Engineering Blasting, 2001, 7(1): 24-27.
- [8] 何军, 于亚伦, 梁文基. 爆破震动信号的小波分析[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 47-50.  
HE Jun, YU Ya-lun, LIANG Wen-ji. Wavelet analysis of blasting vibration signal[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(1): 47-50.
- [9] 陈逢时. 子波变换理论及其在信号处理中的应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 1-7.
- [10] Mason A B Jr. Some observations on the random response of linear and nonlinear dynamical systems [D]. Pasadena: California Institute of Technology, 1979.
- [11] Gurley K, Kareem A. Applications of wavelet transforms in earthquake, wind and ocean engineering[J]. Engineering structures, 1999, 21(1): 149-167.
- [12] Iyama J, Kuwamura H. Application of wavelets to analysis and simulation of earthquake motions[J]. Earthquake Engng Struct Dyn, 1999, 28(2): 255-272.
- [13] Basu B, Gupta V K. Seismic response of SDOF systems by wavelet modeling of nonstationary process[J]. J Engng Mech, 1998, 124(10): 1142-1150.

- [ 14 ] Basu B, Gupta V K. Stochastic seismic response of single-degree-of-freedom systems through wavelets[J]. *Engineering Structures*, 2000, 22(10):1714-1722.

## Time-frequency analysis of explosion seismic effects

LIN Da-chao<sup>1</sup>, SHI Hui-ji<sup>1</sup>, BAI Chun-hua<sup>2</sup>, ZHANG Qi<sup>2</sup>

(1. *Tsinghua University, Beijing 100084, China;*

2. *Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*)

**Abstract:** By means of Fourier transform, short time Fourier transform (STFT), continuous wavelet transform (CWT) and discrete wavelet transform (DWT), an experimental recording signal of ground motion induced by an explosion was analyzed. The presented results show that the wavelet transform method is the best way to obtain the information details of explosion seismic effects. In the frequency bands with high frequency values, the seismic energy may be very small, but its peak particle vibration strength may be still very large. Discrete wavelet transform provides a new tool for the time-frequency analysis of explosion seismic effects and their structural responses.

**Key words:** mechanics of explosion; explosion seismic effect; ground motion; time-frequency analysis; nonstationary random process