

文章编号: 1001-1455(2003)01-0056-05

# 弹丸侵彻混凝土的 SPH 算法\*

宋顺成<sup>1</sup>, 才鸿年<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学, 四川 成都 610031; 2. 中国南方工业集团公司, 北京 100081)

摘要: 给出了弹丸侵彻混凝土的数值计算, 其中弹体作为刚体处理并划分成 Lagrangian 标准有限元网格, 而混凝土划分成光滑粒子并经历大应变、高应变率和高压作用。为了描述混凝土的非线性变形及断裂特性, 在计算中引入了 Holmquist-Johnson-Cook 本构模型及损伤模型。计算结果与实验结果的对比表明, 利用光滑粒子流体动力学方法对混凝土材料进行大应变、高应变率的变形计算是有效的, 并可避免网格重分或网格消蚀。此外, 将光滑粒子流体动力学方法和有限元方法结合可以保持计算过程中材料界面的清晰。

关键词: 固体力学; 侵彻; 混凝土; SPH 算法

中图分类号: O241.82; TV331

国标学科代码: 130·1565

文献标志码: A

## 1 引言

目前, 弹丸对混凝土结构的侵彻受到人们的普遍关注。由于在侵彻过程中混凝土要经历大变形、高应变率和高压作用, 因此问题的描述比较复杂。普通的计算方法, 例如 Lagrangian 有限元方法存在网格畸变的问题。尽管网格重分技术可以使用, 但重分次数受到限制, 而且多次重分不能保证物理量的守恒。Eulerian 差分方法虽然可以处理大变形问题, 但存在界面不清的问题。

光滑粒子流体动力学 (Smooth Particle Hydrodynamic, 简称 SPH) 方法是唯一无空间网格的连续介质动力学的计算方法, L. B. Lucy<sup>[1]</sup>、R. A. Gingold 等<sup>[2]</sup>在 1977 年将这一方法发展为 Lagrangian 方法。SPH 方法有许多优点, 首先是物理概念清晰, 增加物理量分析容易, 另外在 Lagrangian 框架内有处理大变形和材料空洞的能力。起初, 该方法用于天体物理, 可处理三维流体自引力问题。此后, L. D. Libersky 和 A. G. Petschek<sup>[3]</sup>将材料强度及完整的应力、应变张量引入到线弹性 SPH 方法中。本文中利用该方法给出了弹丸侵彻混凝土的数值计算, 其中弹体作为刚体处理并划分成 Lagrangian 标准有限元网格, 而混凝土划分成光滑粒子, 并经历大应变、高应变率和高压作用。为了描述混凝土的非线性变形及断裂特性, 在计算中引入了 Holmquist-Johnson-Cook 本构模型及损伤模型。

## 2 SPH 基本方程

由动力学基本方程, 在应力作用下 Lagrangian 体积质点的加速度

$$\frac{d\mathbf{u}^\alpha}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x^\beta} \left[ \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \right] - \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x^\beta} \quad (1)$$

式中: 相关变量为密度  $\rho$ 、速度矢量  $\mathbf{u}^\alpha$  及应力张量  $\sigma^{\alpha\beta}$ 。独立变量为空间坐标  $x^\beta$  和时间  $t$ 。由 (1) 式并利用邻近的信息, 可以估计点  $x$  的加速度, 为此将 (1) 式右端乘权函数  $w$  并在全空间域内积分

$$\frac{d\mathbf{u}_i^\alpha}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i^\beta} \int w \frac{\sigma^{\alpha\beta}(x')}{\rho(x')} dx' - \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}(x)}{\rho^2(x)} \frac{\partial}{\partial x_i^\beta} \int w \rho(x') dx' \quad (2)$$

如果邻近信息仅在离散点  $j$  处有效并且体积元由  $m_j/\rho_j$  表示, 则 (2) 式可由下式给出

$$\frac{d\mathbf{u}_i^\alpha}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i^\beta} \sum_j m_j \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} w_{ij} - \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_j} \frac{\partial}{\partial x_i^\beta} \sum_j m_j w_{ij} \quad (3)$$

\* 收稿日期: 2001-12-18; 修回日期: 2002-06-11

作者简介: 宋顺成 (1946—), 男, 博士, 教授, 博士生导师。

由(3)式可以得到作用于质点  $i$  上的作用力

$$F_i^{(r)} = -m_i \sum_j m_j w_{ij}' (((\sigma_i - Q_{ij})l_r + \tau_i^z l_z) / \rho_i^2) / (2\pi r_j) - m_i \sum_j m_j w_{ij}' (((\sigma_j - Q_{ij})l_r + \tau_j^z l_z) / \rho_j^2) / (2\pi r_i) - \sum_j w_{ij}' V_j ((r_{ij}/2) / (2\pi r_j)) (\sigma_i^0 V_j / r_j) \quad (4)$$

$$F_i^{(z)} = -m_i \sum_j m_j w_{ij}' (((\sigma_i - Q_{ij})l_z + \tau_i^z l_r) / \rho_i^2) / (2\pi r_j) - m_i \sum_j m_j w_{ij}' (((\sigma_j - Q_{ij})l_z + \tau_j^z l_r) / \rho_j^2) / (2\pi r_i) \quad (5)$$

式中:  $l_r$ 、 $l_z$  是  $i$  点到  $j$  点的方向数;  $V_j$  是  $j$  点的现形体积。  $r_{ij}$  表示  $i$  点和  $j$  点之间的距离。 权函数  $w_{ij}$  由下列光滑样条函数给出

$$w_{ij} = \begin{cases} (15/7) \times (2/3 - v_{ij}^2 + v_{ij}^3/2) / (\pi h_{ij}^2) & 0 \leq v_{ij} \leq 1 \\ (15/14) \times (2 - v_{ij})^3 / (\pi h_{ij}^2) & 1 < v_{ij} \leq 2 \\ 0 & v_{ij} > 2 \end{cases} \quad (6)$$

$$w_{ij}' = \frac{\partial w_{ij}}{\partial r} \quad (7)$$

式中:  $v_{ij} = r_{ij}/h_{ij}$ ,  $h_{ij} = \alpha(\sqrt{V_i/r_i} + \sqrt{V_j/r_j})$ , 而  $\alpha$  是量纲一常数, 本文中取  $\alpha = \sqrt{2}/(2\pi)$ 。

在(4)、(5)式中为消除虚假震荡引入了人工粘性  $Q_{ij}$ , 其形式为<sup>[4]</sup>

$$Q_{ij} = \begin{cases} C_L \rho_i c_i |\mu_{ij}| + C_Q \rho_i \mu_{ij} & \mu_{ij} \leq 0 \\ 0 & \mu_{ij} > 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_{ij} = h_{ij} (u_{ij} x_{ij} + v_{ij} z_{ij}) / (r_{ij}^2 + \epsilon_0 h_{ij}^2) \quad (9)$$

式中:  $C_L$ 、 $C_Q$  为经验系数, 本文中取  $C_L = 0.5$ ,  $C_Q = 4.0$ ;  $c_i$  为材料声速。  $u_{ij} = u_i - u_j$ ,  $x_{ij} = x_i - x_j$ 。 同样可得到  $z$  方向的分量为  $v_{ij}$  及  $z_{ij}$ 。  $\epsilon_0$  是一个很小的数 ( $\epsilon_0 \approx 0.01$ ), 其作用是当  $r_{ij}$  很小时限制  $\mu_{ij}$  的值。

根据几何方程, 应变率及旋转率与位移速度之间的关系为

$$\epsilon_i^{(V)} = - \sum_j w_{ij}' V_j ((u_j - u_i)l_r + (v_j - v_i)l_z + r_{ij}u_j / (2r_j)) / (2\pi r_j) \quad (10)$$

$$\epsilon_i^{(r)} = - \sum_j w_{ij}' V_j (u_j - u_i)l_r / (2\pi r_j) \quad (11)$$

$$\epsilon_i^{(z)} = - \sum_j w_{ij}' V_j (v_j - v_i)l_z / (2\pi r_j) \quad (12)$$

$$\epsilon_i^{(\theta)} = - \sum_j w_{ij}' V_j (r_{ij}u_j / (2r_j)) / (2\pi r_j) \quad (13)$$

$$\gamma_i^{(rz)} = - \sum_j w_{ij}' V_j ((u_j - u_i)l_z + (v_j - v_i)l_r) / (2\pi r_j) \quad (14)$$

$$\omega_i^{(rz)} = \sum_j w_{ij}' V_j ((u_j - u_i)l_z - (v_j - v_i)l_r) / (2\pi r_j) \quad (15)$$

式中:  $\epsilon$ 、 $\gamma$ 、 $\omega$  分别代表法向应变率、切向应变率和旋转率。 压力和能量等表达式与有限元中相同。

### 3 混凝土的本构方程及状态方程

为了描述混凝土的非线性变形和断裂特性, 在计算中引入了 Holmquist-Johnson-Cook 本构方程和损伤模型。 该模型为<sup>[5]</sup>

$$\sigma^* = (A(1-D) + Bp^{*N})(1 + C \ln(\epsilon^*)) \quad (16)$$

式中:  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $N$  是材料常数。 定义最大量纲一强度  $S_{\max}$ , 如图 1 所示; 在(16)式中量纲一等效应力  $\sigma^* = \sigma/f_c'$ , 其中  $\sigma$  为实际等效应力,  $f_c'$  为混凝土的静压强度;  $p^* = p/f_c'$  为量纲一压力(其中  $p$  为实际压力);  $\epsilon^* = \epsilon/\epsilon_0$  为量纲一应变率; 损伤因子  $D$  ( $0 \leq D \leq 1$ ) 由等效塑性应变和塑性体积应变累加得到

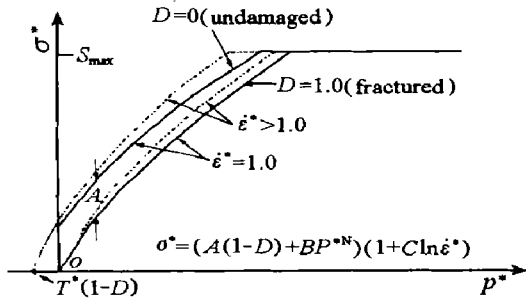


图 1 H-J 本构模型

Fig.1 H-J constitutive model

压力-体积变形关系分为三个区,如图 3 所示。第一个区是线弹性区,在该区域内  $p \leq p_{crush}$  或  $\mu \leq \mu_{crush}$ 。在第二个区域内  $p_{crush} < p \leq p_{lock}$  或  $\mu_{crush} < \mu \leq \mu_{lock}$ ,此时混凝土内的空洞逐渐被压缩从而产生塑性变形。在第三个区域内混凝土满足凝聚态材料的 Hugoniot 关系

$$p = K_1 \mu + K_2 \mu^2 + K_3 \mu^3 \quad (19)$$

式中:  $\mu = (\mu - \mu_{lock}) / (1 + \mu_{lock})$ 。

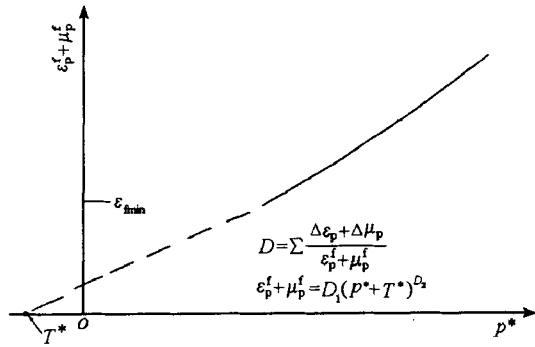


图 2 损伤模型

Fig.2 Damage model

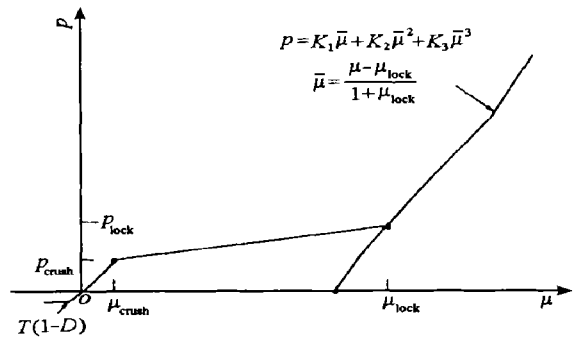


图 3 压力-体积变形关系

Fig.3 Relationship of pressure with volume strain

#### 4 弹丸侵彻混凝土的计算

为了考核 SPH 算法及材料模型,编制了侵彻混凝土的计算程序,其中弹体作为刚体处理并划分成 Lagrangian 标准有限元网格,而混凝土划分成光滑粒子,并经历大应变、高应变率和高压作用。为了描述混凝土的非线性变形及断裂特性,在计算中引入了 H-J-C 本构模型及损伤模型。其中材料常数为:  $f'_c = 14\text{MPa}$ ,  $A = 0.79$ ,  $B = 1.60$ ,  $N = 0.61$ ,  $C = 0.007$ ,  $S_{max} = 7.0$ ,  $G = 14.86\text{GPa}$ ,  $D_1 = 0.04$ ,  $D_2 = 1.0$ ,  $\epsilon_{fmin} = 0.01$ ,  $T = 4\text{MPa}$ ,  $p_{crush} = 16\text{MPa}$ ,  $p_{lock} = 800\text{MPa}$ ,  $\mu_{lock} = 0.1$ ,  $\mu_{crush} = 0.001$ ,  $K_1 = 17.4\text{GPa}$ ,  $K_2 = 38.8\text{GPa}$ ,  $K_3 = 29.8\text{GPa}$ 。这些常数中混凝土强度  $f'_c$  为试验<sup>[6]</sup>用混凝土强度,其它常数由文献[7-8]给出,对混凝土而言一般具有普遍性。

计算用模拟弹丸<sup>[6]</sup>为合金钢材料,弹体形状为穿爆型弹体,头部为卵形,总长度  $L_0 = 88.9\text{mm}$ ,外直径为  $12.9\text{mm}$ ,弹体内孔直径为  $6.35\text{mm}$ ,内孔深  $L = 50.8\text{mm}$ 。弹体几何尺寸及网格划分如图 4。

模拟弹的初始冲击速度  $v_0$  分别为  $371$ 、 $590$ 、 $670$ 、 $722$ 、 $1126\text{m/s}$ 。图 5 为计算给出的侵彻过程中弹体速度降与侵彻深度的关系曲线,其中  $D_p$  为侵彻深度,  $L_0$  为弹体长度;  $v$  为弹体侵彻速度。图 6 给出了不同冲击速度  $v_1$  下的计算穿深与实验对比,

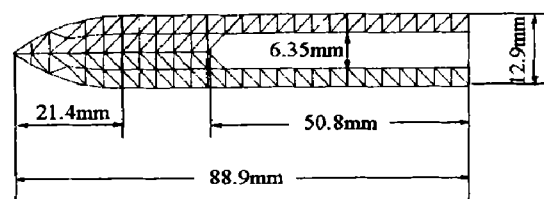


图 4 模拟弹几何尺寸及网格划分

Fig.4 Geometric dimensions of simulative projectile and its divided elements

其中实验曲线是根据试验数据<sup>[6]</sup>拟合得到的。从图 6 可以看出,本文计算值与试验吻合得很好。图 7 分别给出了其中四种冲击速度下的最终计算结果。

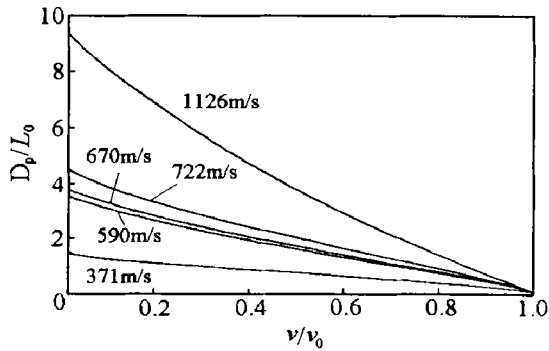


图 5 不同冲击速度下弹体速度与侵彻深度关系  
Fig.5 Projectile velocity vs depth

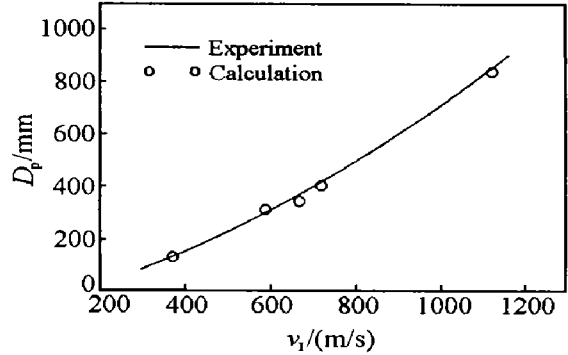


图 6 不同冲击速度下计算穿深与实验对比  
Fig.6 Comparison between calculated and experimental results on penetration depth

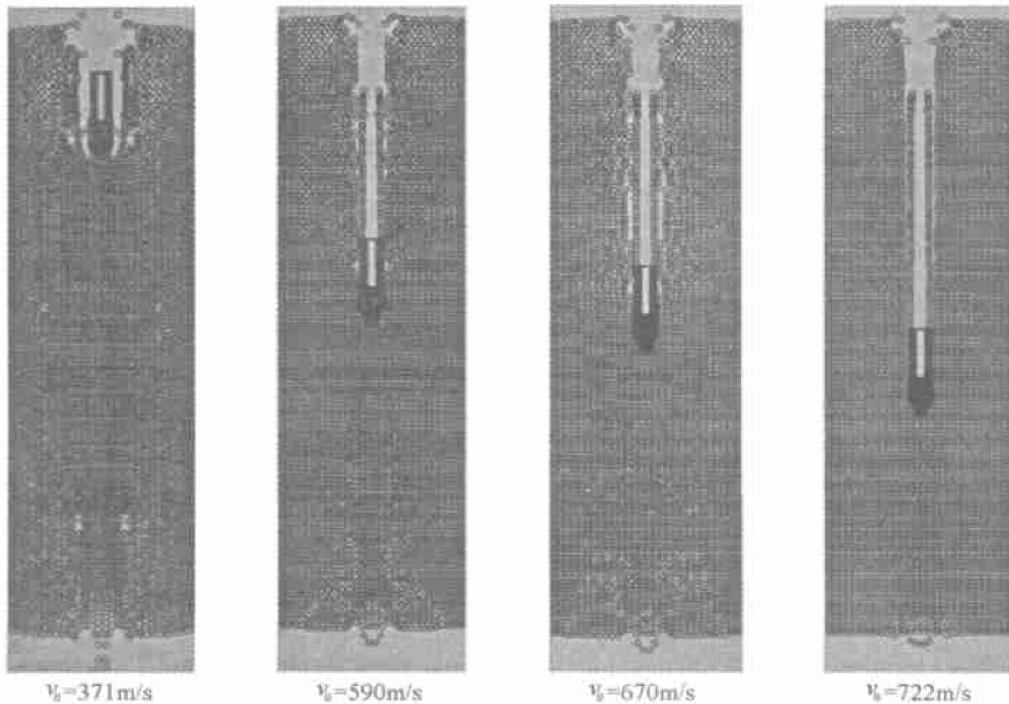


图 7 不同冲击速度下弹体侵彻混凝土最终计算结果  
Fig.7 Computational results for various impact velocity

### 5 结 论

利用 SPH 方法和有限元方法相结合编制了弹丸侵彻混凝土的计算程序,并将计算结果与实验结果进行了对比。在计算中,模拟弹丸作为刚体处理并划分成 Lagrangian 标准有限元网格,而混凝土划分成光滑粒子。利用 SPH 方法和有限元方法相结合能保证材料界面的清晰,而利用 SPH 方法对混凝土材料进行大应变、高应变率和高压作用的计算可避免消蚀网格或网格重分。此外计算结果表明,H-J-C 本构模型及损伤模型能较好的描述混凝土的非线性变形及断裂特性。

### 参考文献:

[1] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. Astron J, 1977, 88(10): 1013-1024.  
 [2] Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars[J].

Monthly Notices R Astron Soc, 1977, 181(4):375-389.

- [3] Libersky L D, Petschek A G. Smoothed particle hydrodynamics with strength of materials[J]. Advances in the Free Lagrange Method, Lecture Notes in Physics, 1990, 395(3):248-257.
- [4] Gingold R A, Monaghan J J. Shock simulation by the particle method SPH[J]. J Comput Phys, 1983, 52(4):374-389.
- [5] Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A computational constitutive model for concrete subjective to large strain, high strain rates, and high pressure[A]. 14th Int Symposium on Ballistics[C]. USA: American Defense Preparedness Association, 1993:591-600.
- [6] Forrestal M J, Frew D J, Hanchak S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles [J]. Int J Impact Engng, 1996, 18(5):466-476.
- [7] Marsh S P. LASL shock Hugoniot data[M]. California: University of California Press, 1980.
- [8] Beissel S R, Johnson G R. An abrasion algorithm for projectile mass loss during penetration[J]. Int J Impact Engng, 2000, 24(2): 103-116.

## SPH algorithm for projectile penetrating into concrete

SONG Shun-cheng<sup>1</sup>, CAI Hong-nian<sup>2</sup>

(1. *Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China;*

2. *China South Industries Group Corporation, Beijing 100081, China*)

**Abstract:** This paper presents computation of simulative projectile penetrating into concrete, where projectiles were treated using standard Lagrangian finite elements and considered as rigid but concrete targets were divided into Smooth Particle Hydrodynamic (SPH) grids and subjected to large strains, high strain rates, and high pressures. To describe nonlinear deformation and fracture characteristics of concrete, Holmquist-Johnson-Cook constitutive relations and damage model were incorporated into computations. The comparison of the calculative results with experiments shows that the SPH algorithm for projectile penetrating into concrete subjected large strain is valid and that the mesh rezoning or mesh eroding become unnecessary for handling severely distorted zones by using this algorithm. It is obvious that projectile-concrete interface could be kept clearness by incorporation of the finite element method into SPH algorithm.

**Key words:** solid mechanics; penetration; concrete; SPH algorithm