

爆炸力学数值模拟中本构建模问题的讨论^{*}

王礼立

(宁波大学力学与材料科学研究中心, 浙江 宁波 315211)

摘要: 就爆炸力学数值模拟中的本构建模问题的有关内容作了讨论, 包括: 波传播研究与材料的动态特性研究的相互依赖、容变律与畸变律的解耦与耦合、率型本构关系与失效准则、应变率效应与温度效应的等效性、加载本构关系与卸载本构关系以及流变过程与损伤演化过程的耦合等, 并展望了今后的有关发展动向。

关键词: 爆炸力学; 本构建模; 评论; 数值模拟; 波传播; 本构关系; 高应变率

中图分类号: O38 国标学科代码: 130°35 文献标志码: A

1 引言

进入 21 世纪, 数值模拟在爆炸力学发展中的地位越来越重要。在我国, 计算爆炸力学专业组的成立及其活跃的学术活动, 正反映了这一发展趋向。早在 1997 年, 钱学森先生在给清华大学工程力学系的一封信——展望 21 世纪中, 就强调“力学加计算机将成为工程设计的主要手段, 就连工程型号研制也只用电子计算机加形象显示, 都是虚的, 不是实的, 所以称为‘虚拟型号研制’(virtual prototyping) …”。他还曾指出“今日的力学要充分利用计算机和现代计算技术去回答一切宏观的实际科学技术问题”。这对于爆炸力学界如何来迎接新世纪的挑战, 同样具有十分重要的指导意义。

爆炸力学与计算机技术、计算数学相交叉而产生的一个新的学科分支——计算爆炸力学(计算物理的重要组成部分), 致力于研究如何采用计算机技术和计算数学来求解工程和科学中的爆炸力学及有关的耦合问题。应该看到, 一方面, 由于计算机技术和计算数学的迅速发展, 极大地促进了计算爆炸力学的兴起和发展; 另一方面, 也应避免不适当地强调计算机技术的作用, 而忽略爆炸力学建模问题的本质重要性和核心地位。事实上, 人们在依靠计算机技术扫除大量“数学”障碍、实现计算能力和速度飞跃的同时, 正日益感到并迫切要求爆炸力学的实验研究和理论分析能进一步提供更反映问题“物理”本质的材料本构关系和失效准则等基本规律; 换句话说, 计算爆炸力学的发展恰恰对建模问题提出了更新更高的要求。

涉及爆炸力学中本构建模的有关研究动向, 在文献[1]中已有报道和评述, 不在赘述。下面就一些值得人们进一步重视的几个问题进行若干讨论。

2 波传播研究与材料的动态特性研究的相互依赖

爆炸力学/冲击动力学与静力学不同, 通常应计及两种基本的动力效应——结构惯性效应和材料应变率效应。结构惯性效应导致对结构中各种形式的、精确的或简化的波传播的研究; 在计算爆炸力学中, 不论采用有限差分方法、还是特征线方法、或动态有限元方法进行数值近似计算, 实质上都是在给定的初边条件下对结构中的波传播及其相互作用过程, 包括最终的失效过程, 进行近似分析。材料应变率效应则导致对材料的各种类型的应变率相关的(率型)本构关系和失效准则的研究, 这是建立爆炸计算力学控制方程组的重要组成部分, 如果说守恒方程体现了各种各样结构的共性, 则本构方程体现了各

* 收稿日期: 2002-06-17; 修回日期: 2002-08-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(10032010)

作者简介: 王礼立(1934—), 男, 教授, 博士生导师。

种各样材料所不同的特性。

问题的复杂性在于这两种效应常常耦合在一起。一方面,波传播的解是以已知材料本构关系为前提的,波传播的控制方程组必定包含材料本构方程;另一方面,材料在高应变率下的本构特性的研究又离不开波传播分析,往往要利用所测得的波传播信息来推断材料的动态本构特性。简单地套用准静态试验方法或对波传播的误解,将导致对材料动态本构关系的误知。可见,波传播特性既强烈地依赖于材料的动态本构特性,又深刻地反映了材料的动态本构特性。

以一维波为例,率无关应力波理论表明^[2],应力波的内禀传播速率(Lagrange 波速) c 由材料的应力-应变曲线斜率 $d\sigma/d\varepsilon$ 和密度 ρ_0 所决定

$$c = \sqrt{d\sigma/\rho_0 d\varepsilon} \quad (1)$$

在率相关的应力波理论中,式(1)仍然表征左行和右行特征线的斜率(特征传播速度),只是沿特征线的特征相容关系反映了材料本构的率相关性,体现了各力学量将随时间弛豫的力学特性^[2]。由此可见,对于波传播而言,应力-应变曲线的斜率 $d\sigma/d\varepsilon$ 与应力应变本身的数值相比,具有更重要的影响。

因此,对材料在高应变率下的动态力学行为进行实验研究时,不论采用什么方法,不仅应该重视应力应变关系如何变化的测量精度,而且要重视其斜率如何变化的测量精度。在数值模拟的建模时也同样应该重视这一点,不要只注意所选取的本构函数形式对于 σ 和 ε 的影响,而忽略了与此函数形式对应的 $d\sigma/d\varepsilon$ 变化的影响,否则就可能难以正确模拟或预示由波传播所引起的结构动态响应。

还值得指出,对于大多数材料,由于弹性变形与塑性变形在机制上有着本质差异:在屈服点处,虽然曲线本身是连续的,但应力-应变曲线的斜率一般都发生了间断——屈服点处弹性侧的斜率所反映的是材料抗弹性变形的能力(弹性模量),而屈服点处塑性侧的斜率所反映的是材料抗塑性变形的能力(塑性硬化模量)。与此相对应,由式(1)可知,波传播速度也发生了跃变(强间断)。正是这一“波速奇异性”将直接影响并决定结构中区分弹性区与塑性区或加载区与卸载区边界的传播或走向^[3~4]。要知道不论采用什么计算方法,也不论在数值模拟中是否顾及弹-塑性边界或加-卸载边界的存在与发展,弹-塑性边界或加-卸载边界确定的正确与否,实际上将导致对结构动态响应的数值模拟的成败。

至于由各种波传播实测信息来确定材料本构关系(所谓的第二类反问题)的研究,其实都是以先假设某种波传播理论成立为前提的,这无疑等价于先作了某种类型本构关系成立的假定。例如,基于流体动力学近似的激波-稀疏波分析和基于流体弹塑性近似的弹塑性激波-加速度波-卸载波分析,分别适用于固体在高压下的“流体模型”和在次高压下的“流体弹塑性模型”,都未计及材料的应变率依赖性。在流体弹塑性近似中还常常忽略弹性前驱波的作用。如果沿用这样方法来研究率敏感材料的率相关行为,不难想象会带来实验数据分析上的困难、误差,以至于误解。这时,显然需要依靠和发展相应的率相关波传播理论。例如,在分离式 Hopkinson 压杆(SHPB)冲击试验技术中采用高聚物压杆来研究低波阻抗材料的动态力学性能时,虽然在高聚物压杆上测得的应变波剖面显示了随时间增长的特性,但应力波剖面实际上却在随时间降低(弛豫),这时必须相应地采用粘弹性波理论对所测数据进行分析^[5]。目前,在气炮平板撞击试验中,不论是由 VISAR 测得的试样的自由表面/界面的质点速度剖面,还是由压电计测得的试样的不同位置处的压力剖面,也不论是冲击/卸载试验,还是冲击/再冲击试验,都还很少采用率相关波传播理论来判读和分析。在很高压力下的流体动力学近似中,当粘性(率相关)效应一般可以忽略不计时,这是可以理解和接受的。但在必须计及材料畸变抗力的次高压下,特别对于敏感材料,就不能再忽视波传播中的率效应了。可以预期,随着对材料动态本构行为的研究趋向于更精密更完善,率相关波传播理论的应用和发展将愈来愈获得人们的重视。

3 容变律与畸变律的解耦与耦合

爆炸力学分析中常用的本构关系通常表述为两部分:描述容积变化的球量部分(容变律),描述形状变化的偏量部分(畸变律)。也就是说,将应力张量 σ_{ij} 分解为应力球量 σ_m 和应力偏量 S_{ij} 之和,相应地

把应变张量 ϵ_{ij} 分解为应变球量 e_m 和应变偏量 e_{ij} 之和, 应变率张量 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 分解为应变率球量 \dot{e}_m 和应变率偏量 \dot{e}_{ij} 之和

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = \sigma_m \delta_{ij} + S_{ij} \\ \epsilon_{ij} = e_m \delta_{ij} + e_{ij} \\ \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{e}_m \delta_{ij} + \dot{e}_{ij} \end{cases} \quad (2)$$

式中: δ_{ij} 为克罗内克符号。

假设容变律和畸变律互不相关(解耦), 但计及应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 与温度 T 的影响, 则有如下标量形式的容变律和泛函形式的畸变律

$$\text{容变律} \quad \sigma_m = f_V(e_m, \dot{e}_m, T) \quad (3)$$

$$\text{畸变律} \quad S_{ij} = \bar{\Phi}(e_{ij}, \dot{e}_{ij}, T) \quad (4)$$

在允许忽略畸变的高压下, 固体可近似按流体处理, 本构关系就退化为容变律。再进一步假定体积粘性可忽略(理想可压缩流体近似), 相当于把容变律简化为非线性弹性容变关系。从热力学角度说, 这时各力学量间的关系与“路径”无关, 而只是“状态”的函数, 固体本构关系就化为“固体高压状态方程”了。可见, 爆炸力学中所采用的各种形式的“状态方程”实质上都以两个基本假设为前提:

- (1) 容变律与畸变律解耦;
- (2) 忽略体积粘性。

实际上, 真实材料在容变过程中即可能存在各种粘性耗散机制, 表现为各种不可逆的、率相关的宏观行为; 也可能存在不可逆的体积塑性等。一旦需计及体积粘性和体积塑性等耗散机制, 就不再是可逆热力学意义上的状态方程了。随着各类泡沫材料、工程陶瓷和其他含损伤脆性材料(纤维增强混凝土)等新型材料的涌现和日益增长的应用, 对于计及体积粘性(率相关性)和体积塑性的容变律的研究已经提上日程, 值得今后重视。

在畸变不可忽略的次高压(或有时称为“低压”)下, 如果仍然假定容变与畸变可以解耦, 且设容变律仍可沿用忽略体积耗散的固体高压状态方程, 则本构关系研究的关键就剩下对畸变律的研究了。

在当前流行的流体弹塑性模型中, 人们常常类似于经典塑性力学中的 von Mises 屈服条件, 引入基于应力偏量第二不变量 J_2 的所谓“有效应力” σ_{eff} 及相对应的“有效应变” ϵ_{eff} 和有效应变率 $\dot{\epsilon}_{\text{eff}}$

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} \quad (5)$$

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2]^{1/2} \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2)^2 + (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_3)^2 + (\dot{\epsilon}_3 - \dot{\epsilon}_1)^2]^{1/2} \quad (7)$$

于是, 泛函形式的畸变律式(4)可简化为标量形式的畸变律。例如, 对于大多数金属材料, 可采用 Johnson-Cook 热粘塑性本构方程^[6]

$$\sigma_{\text{eff}} = (\sigma_y + B \epsilon_{\text{eff}}^n) \left[1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}_{\text{eff}}}{\dot{\epsilon}_0} \right] \left[1 - \left[\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right]^m \right] \quad (8)$$

式中: σ_y 为屈服应力; $\dot{\epsilon}_0$ 为参考应变率; T_r 为参考温度; T_m 为熔点温度; B 和 n 表征应变硬化特性; C 表征应变率敏感特性; m 表征温度软化特性。

应该重复强调, 式(8)这一类的畸变律实际上都已假定畸变与应力张量的第一不变量(应力球量)和第三不变量无关, 或即以畸变-容变解耦为前提。

关于应变率效应和温度效应, 大量的实验研究和位错动力学理论研究都表明, 增高应变率和降低温度, 对于塑性流动往往有某种互换或等价的效应。对此, C.Zener 等^[7] 最早提出用如下的单一参数 Z 来统一描述应变率-温度效应

$$Z = \dot{\epsilon}_{\text{eff}} \exp(U/kT) \quad (9)$$

式中: U 是位错运动的热激活能; k 是 Boltzmann 常数。

或者引入与其等价的参数 T^*

$$T^* = T \ln(\dot{\epsilon}_0 / \dot{\epsilon}_{\text{eff}}) \quad (10)$$

则在有效应力-有效应变坐标中, 计及应变率效应和温度效应的畸变律可以归一化地用图 1 来示意^[8], 即随着 T^* 降低(意味着温度降低或应变率增高), $\sigma_{\text{eff}}-\epsilon_{\text{eff}}$ 曲线向应力增大方向移动(体现强化效应), 并由韧性(塑性)破坏向脆性破坏转化。

应该指出, 式(9)或(10)表述的应变率-温度等效参数尚未考虑到激活体积本身对温度的依赖性。作者曾建议了一个基于热激活势垒与作用剪应力之间有双曲型非线性函数关系的热粘塑性本构方程, 并建议激活体积与温度间存在指数函数关系, 从而提出了一个类似于 Zener-Hollomon 参数的、新的单一参数 Z^* 来统一描述应变率-温度效应^[9]

$$Z^* = \frac{T}{(1-\alpha)^T} \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_0}{\dot{\epsilon}_{\text{eff}}} \right] \quad (11)$$

式中: α 代表温度变化 1 K 时激活体积的相对变化。

与不同应变率和不同温度下的实验结果相比较, 当以式(11)来统一描述应变率-温度效应时, 所有实验数据的确都落在由单一参数 Z^* 所表述的归一化曲线上^[10]。

对于高聚物类材料, 从 ZWT (CHU-WANG-TANG) 非线性热粘弹性本构关系出发, 可以类似地引入一个单一的无量纲参数 Z_p 来统一描述应变率(时间)-温度效应^[10]

$$Z_p = \dot{\epsilon}_{\text{eff}} \theta(T) \quad (12)$$

式中: $\theta(T)$ 是表征材料粘性特性的参数——“松弛时间”, 它是温度 T 的函数。

由图 1 还可以看到, 在 $\sigma_{\text{eff}}-\epsilon_{\text{eff}}$ 图上, 热粘弹塑性本构畸变特性一般可分为三个区域: (1) 塑性屈服前的弹性/粘弹性区, 此区内的弹性响应一般是应变率相关的, 而其左侧以 $\dot{\epsilon}_{\text{eff}}$ 趋向无穷大的瞬态响应极限为界; (2) 表征塑性/粘塑性应变硬化的稳定塑性区; (3) 表征塑性/粘塑性应变软化的不稳定塑性区, 其右侧以破坏极限为界。

区分这三个区域的边界由对应的临界条件所确定, 即屈服准则、本构失稳准则和破坏准则。图 1 表示, 这些准则一般都是应变率和温度的函数。换句话说, 在爆炸/冲击载荷下, 动态屈服准则、动态本构失稳准则和动态破坏准则都不能沿用静力学中常用的临界应力准则型或临界应变准则型这一类“单变量准则”来描述, 而必须代之以相应的“多变量准则”^[11~13]。

从图 1 还看出, 随着应变率的增高或温度的降低, 破坏方式将由韧性断裂(图 1 中用 rupture 泛指经历塑性变形后的断裂)向脆性断裂(图 1 中用 Fracture 泛指不经塑性变形的断裂)转化。可见, 与人们已有所熟知的“低温脆化”现象和“韧脆转化温度”概念相对应, 从式(10)~(12)表征的应变率-温度等效性来看, 当然存在等效的“高应变率脆化”和“韧脆转化应变率”。它们也应该是爆炸力学数值模拟建模中的重要材料参数。

除了应变率效应和温度效应外, 应力状态对材料的本构响应也有极其重要的影响。这涉及到材料在多轴应力状态下的本构关系的研究。在高应变率条件下有关这一问题的研究是一个困难而极富挑战

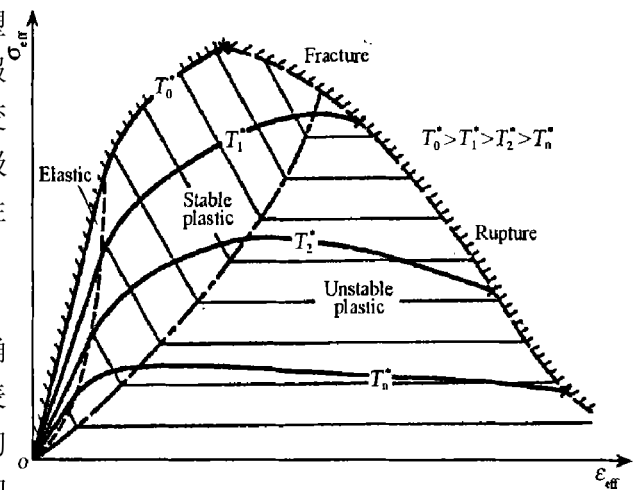


图 1 金属材料热粘塑性本构行为的示意
Fig. 1 Schematic representation of thermo-visco-plastic constitutive behavior for metals

性的前沿性研究^[14]。

应该强调指出，建立在式(5)~(7)定义的“有效应力” σ_{eff} 、“有效应变” ϵ_{eff} 和“有效应变率” $\dot{\epsilon}_{\text{eff}}$ 基础上的畸变律，都已经与建立 von Mises 屈服条件时一样，假定或默认材料的畸变与等轴压力/张力(即应力球量)无关。在应力空间这表现为：屈服面和后继屈服面都是以与三个主应力轴等倾的(III线为轴的圆柱面(见图 2)。实际上，这仍是容变-畸变解耦假定的体现。

在低压和次高压下，如果就屈服准则而言，这一解耦假定尚能近似成立的话，那么就破坏准则而言，则应力球量的影响往往十分重要而决不可忽视。特别对于那些材料内部微损伤演化会明显影响本构行为的材料，应力球量通过对损伤演化的作用会显著地影响材料的破坏方式(脆性还是韧性)。早在 50 年代，我国刘叔仪教授^[15]就提出了断裂钟面理论，迄今仍然对计算爆炸力学的建模有现实的指导和应用价值。

在爆炸高压下，实验研究发现畸变律中最基本的两个材料特性参数，即表征材料抗弹性畸变特性的弹性模量 G 和表征材料抗塑性畸变特性的屈服强度 Y ，实际上都依赖于压力(应力球量)。这时，如果允许忽略应变率效应，可以把固定本构畸变律的研究简化归结为确定 $G = G(p, T)$ 和 $Y = Y(p, T)$ 的问题，如 Steinberg 等^[16]提出的 SCG (Steinberg-Cochran-Guinan)模型

$$G = G_0 \left[1 + \frac{G_p'}{G_0} \frac{p}{\eta^{1/3}} + \frac{G_T'}{G_0} (T - 300) \right]$$

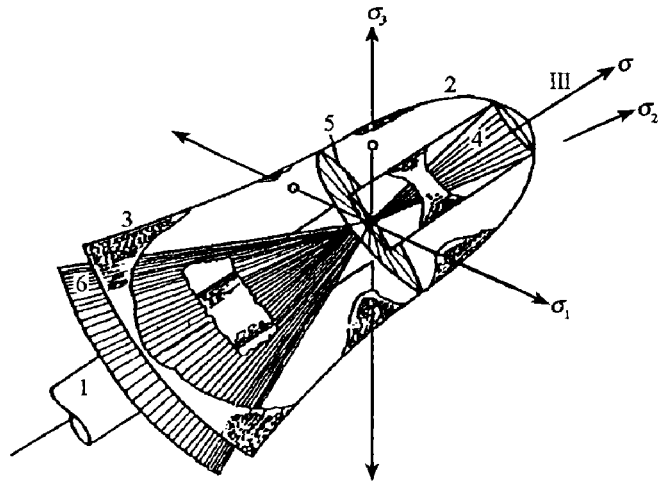
$$Y = Y_0 (1 + \beta (\epsilon_{\text{eff}} + \epsilon_0))^n \left[1 + \frac{Y_p'}{Y_0} \frac{p}{\eta^{1/3}} + \frac{G_T'}{G_0} (T - 300) \right] \quad (13)$$

式中： $\eta (= V_0/V)$ 为压缩比； G_p' 、 Y_p' 和 G_T' 分别表示 G 、 Y 对压力 p 、温度 T 的偏导数；下标“0”表示初始状态； β 和 n 为加工硬化参数。注意，这时畸变律已依赖于应力球量，意味着容变律与畸变律不能再作解耦假定，而存在着某种耦合关系。事实上，有关容变律与畸变律相互耦合的本构关系的研究已成为当前值得重视的一个研究方向。

还应该注意，在从静高压到动高压的、跨多个量级的压力范围内来研究 $G = G(p, T)$ 和 $Y = Y(p, T)$ 的规律时，实际应力状态是互不相同的。在用气炮进行动高压试验时，试样处于一维应变状态 ($\epsilon_y = \epsilon_z = 0, \epsilon_x \neq 0$)；但在静高压下的声波测试中三个主应变均不为零，相应的声波波速既非一维应变波速，也非一维应力波速。因此，在把静高压下声波测试结果与气炮动高压下测试结果相关连时，要作相应的分析修正；还应区别 Lagrange 波速和 Euler 波速，以及 Lagrange 模量和 Euler 模量，并作相应的分析修正。

4 加载本构关系与卸载本构关系

结构在爆炸/冲击载荷下的动态响应(包括动态失效)不仅与加载有关，而且与卸载密切相关。由自由表面反射的卸载波与入射卸载波相互作用所致的背面“层裂”就是一个典型例子。这时，卸载过程与卸载失效的研究对于爆炸/冲击载荷下材料/结构的动态响应过程的研究具有特别重要的意义；甚至可以说，这时的结构/材料动态卸载响应的研究上升成了研究的关键^[17~18]。



1. Yield cylinder (Hencky-Mises);
2,3. Liu's bell-like rupture surface;
4. Brittle fracture cone; 5. plane of pure shear;
6. Liu's non-fracturing cone

图 2 应力空间中的 Mises 屈服圆柱和刘氏^[15]断裂钟面

Fig.2 Mises yield cylinder and Liu's bell-like rupture surface in stress space^[15]

加载波和卸载波的传播特性分别由材料的加载和卸载本构特性控制。因此,为深入研究卸载波特性和,实际上就要追溯到材料动态卸载本构特性的研究。在流体动力学近似中,Hugoniot 冲击线表征着对于给定初态通过激波加载波达到的可能终态的轨迹,而卸载波的传播特性则由等熵稀疏线决定。在流体弹塑性近似中,弹塑性加载激波由弹塑性 Hugoniot 冲击线表征,而卸载波之传播特性则由材料的弹性卸载关系和塑性卸载(反向塑性加载)关系决定。这里会涉及弹性卸载假定本身的有关问题(线弹性或非线性弹性、卸载弹性模量是否随应变和应力或压力而变化),以及反向屈服的 Bauschinger 效应等问题。例如,在计及 Bauschinger 效应时,有可能导致“正面层裂”^[19]。对于应变率敏感材料,不仅应计及卸载应力应变关系的率相关性,而且应计及可能出现的随应力降低而应变继续增加之“表观应变软化”现象。这些都是值得进一步重视和研究的。

还应强调,如果只知道材料的加载应力-应变曲线,而不了解其卸载应力-应变曲线,那么人们实际上还不足以区分材料究竟是非线性弹性、或非线性弹塑性、或非线性粘弹性、还是非线性粘弹塑性。只有全面研究加载-卸载全过程,才有助于识别这些不同的本构特性。可见,在率型本构关系的研究中,卸载本构关系的研究显得格外重要。

材料动态卸载响应的研究,一方面直接决定卸载波传播特性,另一方面为结构动态卸载失效分析提供动态卸载失效准则。对于材料内部损伤演化的研究也有重要意义。

5 流变过程与损伤演化过程的耦合

结构和材料在爆炸/冲击载荷下的高速变形过程中常常伴有不同形式的内部缺陷或微损伤的演化。对于脆性材料,微损伤演化常常是领先于非弹性变形发展而导致小应变下脆断的重要因素。

从宏观-微观相结合的研究角度来看,材料的流变过程实际上总是伴有某种内部缺陷/微损伤的演化,直至材料破坏。一方面,一切非弹性变形,不论其具体机制如何,实际上是一个以有限速率发展的时间过程,或速率(时间)相关的流变过程;而另一方面,材料的破坏/断裂实际上也是一个速率(时间)相关的过程,一个以不同形式的缺陷/微损伤以有限速率演化的时间过程。这样,不论材料的流变过程还是损伤演化过程在本质上都是率相关的,热力学是不可逆的。

问题的复杂性在于这两个过程实际上常常是不可分地交织地一起,并相互影响。一方面,缺陷/微损伤是随流变过程而发展的,缺陷/微损伤的演化依赖于材料所经受的应力、应变、应变率等本构状态变量;另一方面,损伤演化必将影响材料的力学行为或本构响应,甚至可能导致反向应变率效应^[20~21]。这样,在研究不同材料的动态本构关系和破坏准则时,都必须进一步重视缺陷/微损伤演化的研究,并在此基础上提出相应的计及损伤演化的率型本构关系^[22~23]。当前,计及损伤演化的率型本构关系和破坏准则的研究,已成为人们共同关心的前沿研究课题之一。

6 结 语

爆炸力学研究所采用的三个主要途径是实验研究、理论分析和数值计算。三者虽各有侧重,但实际上往往需要这三者的密切配合、相互促进,才能进一步深化“实践-理论-实践”的认识过程。在计算爆炸力学的发展过程中,特别在本构建模方面,更是迫切需要实验研究、理论分析和数值计算这三者的密切配合和相互促进。

参考文献:

- [1] 王礼立. 爆炸与冲击载荷下结构和材料动态响应研究的新进展[J]. 爆炸与冲击, 2001, 21(2): 81—88.
WANG Li-li. Progress in studies on dynamic response of structures and materials at explosive and impact loading[J]. Explosion and Shock Waves, 2001, 21(2): 81—88.
- [2] 王礼立. 应力波基础[M]. 北京: 国防工业出版社出版, 1985.
- [3] 王礼立, 朱兆祥, 虞吉林. 弹塑性平面波传播中弹塑性边界的间断性质[J]. 爆炸与冲击, 1983, 3(1): 1—8.

- WANG Li-li, ZHU Zhao-xiang, YU Ji-lin. On discontinuous properties of elastic-plastic boundaries in elastic-plastic plane waves propagation[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1983, 3(1): 1—8.
- [4] 虞吉林, 王礼立, 朱兆祥. 杆中弹塑性边界传播速度的确定[J]. *固体力学学报*, 1984, 5(1): 16—26.
YU Ji-lin, WANG Li-li, CHU Chao-xiang. Determination of propagation velocity of elastic-plastic boundaries in a bar[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1984, 5(1): 16—26.
- [5] WANG Li-li, Babibes K, Azari Z, et al. Generalization of split Hopkinson bar technique to use viscoelastic bars[J]. *Int J Impact Engineering*, 1994, 15(5): 669—686.
- [6] Johnson G R, Cook W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strain rates and high temperatures [A]. *Proc 7th Int Symp Ballistics*[C]. Netherlands: Am Def Prep Org (ADPA), 1983: 541—548.
- [7] Zener C, Hollomon J H. Plastic flow and rupture in metals[J]. *Trans Am Soc Metals*, 1994, 33: 163—215.
- [8] Lindholm U S. Review of dynamic testing techniques and material behavior[A]. *Conf Series No. 21: Proc Conf Mechanical Properties of Materials at High Rates of Strain*[C]. London: Institute of Physics, 1974: 3—21.
- [9] WANG Li-li. A Thermo-viscoplastic constitutive equation based on hyperbolic shape thermo-activated barriers[J]. *J Engineering Materials and Technology*, 1984, 106: 331—336.
- [10] CHU Chao-hsiang, WANG Li-li, XU Da-ben. A non-linear thermo-viscoelastic constitutive equation for thermoset plastics at high strain rates[A]. Chien Wei-zang. *Proc International Conference on Nonlinear Mechanics*[C]. Beijing: Science Press, 1985: 92—97.
- [11] 王礼立. 冲击载荷下的材料动态失稳和动态屈服. *力学学报*, 1989, 21(增刊): 142—147.
WANG Li-li. The dynamic instability and dynamic yield of materials under impact loading[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1989, 21(Supplement): 142—147.
- [12] WANG Li-li. A criterion of thermo-viscoplastic instability for adiabatic shearing[A]. ZHENG Zhe-min, et al. *Proc Int Symp on Intense Dynamic Loading and It's Effects*[C]. Beijing: Science Press, 1986: 787—792.
- [13] 周风华, 王礼立, 胡时胜. 有机玻璃在高应变率下的损伤型非线性粘弹性本构关系及破坏准则[J]. *爆炸与冲击*, 1992, 12(4): 333—342.
ZHOU Feng-hua, WANG Li-li, HU Shi-sheng. A damage-modified nonlinear viscoelastic constitutive relation and failure criterion of PMMA at high strain rates[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1992, 12(4): 333—342.
- [14] Meyer L W. Dynamic material behavior under biaxial loading[A]. Staudhammer K P, et al. *Fundamental Issues and Applications of Shock-Wave and High-Strain-Rate Phenomena*[C]. Amsterdam: Elsevier Science Ltd, 2001: 11—24.
- [15] 刘叔仪. 关于固体的现实应力空间[J]. *物理学报*, 1954, 10(1): 13—34.
LIU Shu-Yi. On the realistic stress space of solids[J]. *Acta Physica Sinica*, 1954, 10(1): 13—34.
- [16] Steinberg D J, Cochran S G, Guinan M W. A constitutive model for metals applicable at high strain rate[J]. *J Appl Phys*, 1980, 51(3): 1498.
- [17] 王礼立, 李大红, 施绍裘, 等. 关于卸载波和材料动态卸载响应的研究[J]. *爆炸与冲击*, 1999, 19(增刊): 153—156.
WANG Li-li, LI Da-hong, SHI Shao-qiu, et al. On studies of unloading waves and dynamic unloading response of materials[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1999, 19(Supplement): 153—156.
- [18] WANG Li-li. Dynamic unloading response of structures at high strain rates[Z]. *ICTAM—2000*[C]. Chicago, USA, 2000, No. HO1.
- [19] 王礼立. 一维应变弹塑性压缩波传播中反向塑性变形引起的拉应力区[J]. *爆炸与冲击*, 1982, 2(2): 39—44.
WANG Li-li. Tensile stress regions caused by reverse plastic deformation in one dimensional strain elastic-plastic compressive wave propagation[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1982, 2(1): 39—44.
- [20] 王礼立, 包合胜, 卢维娴. 损伤引起的反向应变率效应及其对本构关系和热粘塑性失稳的影响[J]. *爆炸与冲击*, 1993, 13(1): 1—8.
WANG Li-li, BAO He-sheng, LU Wei-xian. The inverse strain-rate effect induced by damage and its influence on constitutive relation and thermo-viscoplastic instability[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1993, 13(1): 1—8.
- [21] WANG Li-li, DONG Xin-long. Positive and negative strain-rate effect for materials with damage and/or phase transformation at high strain rates[A]. Staudhammer K P, et al. *Fundamental Issues and Applications of Shock-Wave and High-Strain-Rate Phenomena*[C]. Amsterdam: Elsevier Science Ltd, 2001: 193—200.

- [22] 王礼立, 蒋昭镛, 陈江瑛. 材料微损伤在高速变形过程中的演化及其对率型本构关系的影响[J]. 宁波大学学报(理工版), 1996, 9(3): 47—55.
WANG Li-li, JIANG Zhao-biao, CHEN Jiang-ying. Micro-damage evolution in high velocity deformation and its influence on rate-dependent constitutive relation of materials[J]. Journal of Ningbo University (Natural Sci & Engrg Edition), 1996, 9(3): 47—55.
- [23] WANG Li-li, JIANG Zhao-Biao, CHEN Jiang-ying. Studies on rheological relation of materials by taking account of rate-dependent evolution of internal defects at high strain rates[A]. WANG Ren. IUTAM Symposium on rheology of Bodies with Defects[C]. London: Kluwer Academic Publishers, 1999: 167—178.

On constitutive modeling in numerical simulation of explosion mechanics

WANG Li—li

(*Mechanics and Materials Science Research Center, Ningbo University,
Ning bo 315211, Zhejiang, China*)

Abstract: Constitutive modeling is one of the key problems for the numerical simulation in explosion mechanics. Some related problems, Such as the inter-coupling between the studies on wave propagation and the studies on dynamic behavior of materials, the coupling and decoupling between the law of volume deformation and the law of deviator deformation, the rate dependent constitutive relations and failure criteria, the equivalency between strain effect and temperature effect, the constitutive relation not only for loading process but also for unloading process, and the coupling between the rheological process and the damage evolution process, are discussed in the present paper.

Key words: mechanics of explosion; constitutive modeling; review; numerical simulation; wave propagation; constitutive relation; high strain rates