

文章编号: 1001-1455(2003)03-0207-07

# 一种岩石损伤本构模型在地下强爆炸中的应用\*

刘文韬<sup>1</sup>, 王肖钧<sup>1</sup>, 周 钟<sup>1</sup>, 江松青<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学力学和机械工程系, 安徽 合肥 230026;  
2. 应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

**摘要:** 为了描述地下爆炸波的传播, 建立了一种考虑塑性硬化、剪胀和损伤软化效应的岩石本构模型, 并应用于地下强爆炸自由场的数值计算, 获得的速度和位移波形以及峰值速度衰减曲线等与国外地下试验测量数据和同类计算相比十分接近, 从而验证了本构模型的有效性。

**关键词:** 爆炸力学; 爆炸波传播规律; 本构模型; 地下爆炸; 损伤; 孔隙

中图分类号: O382.1 国标学科代码: 130°3520 文献标志码: A

## 1 引言

地下爆炸一般指化学爆炸和核爆炸, 是一种民用工程和国防军事工程中常常采用的爆炸手段。开展地下爆炸效应研究对于地下结构物的安全和防护、核侦察、地震预报和大型工程爆破都有非常重要的意义。

地下爆炸(尤其是地下核爆炸)效应研究往往涉及到军事上的保密问题, 因此这方面的文献很少。J. L. Stevens 等<sup>[1]</sup>提出过一种有效应力模型, 认为: 冲击波波前附近强度大规模下降是因为岩石内含有的水份使加载过程中岩石孔隙中的压力迅速积累; 而当岩石失效后, 破碎岩石相当于漂浮在被挤出裂隙的水上。尽管这种物理模型的现实性还存在疑问, 但其对 Piledriver 地下核试验的一维和二维数值模拟计算结果, 都很好地再现了试验的近场波形。O. Y. Vorobiev 等<sup>[2]</sup>、T. H. Antoun 等<sup>[3]</sup>采用 M. B. Rubin 等<sup>[4]</sup>提出的粘塑性模型和 F. R. Tuler 等<sup>[5]</sup>的损伤累积模型, 并取材料强度为实验室数据的一半, 对 Piledriver 地下核试验进行了一维数值模拟, 速度和位移的计算波形与试验测量结果吻合得很好。J. L. Stevens 等采用 C. G. Sammis 的三轴压缩损伤模型(失效前)和剪切损伤模型(失效后), 对 Piledriver 地下核试验和前苏联 Degelen 地下核试验进行了一维数值模拟, 但数值结果与近场地运动测试波形吻合得不是很好, 表现为速度的峰值偏低, 刚开始卸载部分的波形偏窄, 而将要卸载到零的部分又较宽。在我国从 60 年代开始从事这方面的工作, 数值结果的峰压与试验吻合较好, 但是在波形方面还存在一些问题。

国内外的研究都表明, 岩石的低压本构模型是影响爆炸波传播的重要因素。因此, 本文中建立了一种新的岩石动态本构模型并将它应用于地下强爆炸的一维数值模拟, 着重分析岩石材料低压力学性质(弹塑性本构)对地下强爆炸引起的动力响应和爆炸波传播规律的影响。

## 2 基本方程和计算模型

地下核爆炸有平洞、竖井两种方式, 都是将核装置置于地下深层数百米处引爆, 严格意义上是二维或三维爆炸波传播问题。如果暂不考虑埋深和地表反射的影响, 则可以把它简化成一维球对称问题, 同时把岩石介质视为均匀各向同性材料。

\* 收稿日期: 2002-07-08; 修回日期: 2002-10-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(A020210); 国防科技重点实验室基金项目(00JS33.5.1.2K0102)

作者简介: 刘文韬(1973— ), 女, 博士。

## 2.1 基本方程

一维球对称条件下,用 Lagrange 坐标表示的守恒方程为

$$\text{质量守恒} \quad v = v_0 \frac{\partial r^3}{\partial R^3} \quad (1)$$

$$\text{动量守恒} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -v_0 \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (p + q + \frac{4}{3} \tau) - \frac{4 \tau v}{r} \quad (2)$$

$$\text{能量方程} \quad \frac{\partial e}{\partial t} = -p \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{4}{3} \tau v \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) \quad (3)$$

$$\text{剪应力定义} \quad \tau = -\frac{1}{2} (\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (4)$$

$$\text{混合型人工粘性} \quad q = \begin{cases} \frac{1}{v} [A(\Delta u)^2 - B(\Delta u)] & \frac{\partial u}{\partial R} < 0 \\ 0 & \frac{\partial u}{\partial R} \geqslant 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $v$  为初始比容,  $r$  为 Euler 空间坐标,  $R$  为 Lagrange 坐标,  $A, B$  为粘性系数。此外,为了使地下自由场爆炸成为一个封闭可解的数学问题,还需要补充材料的本构方程。

## 2.2 爆炸源和边界条件

强爆炸的初始反应阶段十分复杂,超出了力学分析的范围。因此数值计算中,一般把该阶段结束的瞬间作为初始时刻,把它引起的力学效应等效为一个简化的爆炸源模型,然后建立合理的岩石本构模型,对第二阶段即波动力学阶段开展数值模拟。

在 Lawrence 国家实验室的一维计算中,爆炸源用一个充满理想气体的空腔代替,空腔气体的初始密度等于岩石介质的初始密度。我国学者曾采用过两种爆炸源模型:球爆炸模型和球活塞模型。两种模型都假设在  $t=0$  时刻,能量在瞬间全部释放,并被完全沉积在一个高温高压的铁气球上。两种模型的唯一不同处是:球爆炸模型认为当冲击波向介质中传播时,铁气球中同时有稀疏波向内传播;而在球活塞模型中则假设铁气球内压力均匀,以等熵膨胀方式推动周围岩石向外运动。结果发现这两种模型仅在冲击波早期传播阶段略有区别,由于球活塞模型计算比较简单,免除了在数学上处理接触间断的麻烦,因此本文的计算采用球活塞模型。

假定空腔内高温高压铁蒸汽作等熵膨胀,推动岩石介质向外运动,腔壁上的压力就是计算的边界条件。由等熵条件  $dS=0$ ,可得到

$$de = -p dV \quad (6)$$

此式与空腔内气体状态方程  $p=p(V, T), e=e(V, T)$  耦合,当给定初始条件后,用插值方法可求得空腔气体的等熵线  $p=p(V)$ ,从而得到空腔壁面上的压力  $p$ 。

## 3 本构模型

岩石中由地下核爆炸产生的强冲击波使得近区压力的变化异常剧烈,岩石将依次发生汽化、液化、破碎和塑性变形等一系列复杂的过程。因此,本构模型应能涵盖非常宽广的应力范围以描述核爆炸产生的各种力学现象。采用流体弹塑性模型描述岩石的动态行为:(1)对静水压力采用分段的状态方程。(2)对偏量部分,当岩石处于汽化和液化状态时,岩石没有抗剪能力,偏量取为零;当岩石发生塑性变形和破碎时,采用一种新的含损伤弹塑性本构模型。

### 3.1 应力应变关系

假设岩石可视作实体和微孔洞的组合体,实体中包含基体和微裂纹。实体量(下标 s 表示)通过基体模量弱化(由微裂纹引起)而得到,因此给出实体量和表观量之间的关系,就可以得到完整的应力应变关系。

引入孔隙度  $\phi$  后,表观应力和实体应力的关系为<sup>[4]</sup>

$$\sigma = (1-\phi)\sigma_s, \quad p = (1-\phi)p_s, \quad S = (1-\phi)S_s \quad (7)$$

只要给出实体状态方程和偏量方程即可确定岩石材料的表观应力应变关系,从而求解守恒方程(1)~(3)。

### 3.1.1 状态方程

(1)当压力  $p \leq 52\text{GPa}$  时,忽略冲击压缩过程引起的熵增,直接以实验 Hugoniot 曲线作为加卸载状态方程。通过对西北核技术研究所给出的冲击压缩实验数据的拟合,建立了如下形式的三次非线性关系

$$p_s = \beta_1 \mu_s + \beta_2 \mu_s^2 + \beta_3 \mu_s^3 \quad (8)$$

式中:  $\phi$  为初始孔隙度,  $\mu_s$  是实体压缩比。

(2)当压力  $p > 52\text{GPa}$  时,考虑到冲击波加载过程的不可逆性,加卸载采用不同的状态方程。加载由压力  $p_s$  和压缩比  $\mu_s$  的数值表给出(从略),卸载则采用三项式状态方程

$$p_s = p_x + p_T + p_e \quad (9)$$

式中:  $p_x$  为冷压项,  $p_T$  为热压项(晶格热振动),  $p_e$  为电子压强项(电子热激发)。

(3)当  $\mu_s > 0$ (体积拉伸)时,忽略(8)式中的非线性项

$$p_s = C_k \beta_1 \mu_s \quad (10)$$

式中:  $C_k$  是考虑微裂纹张开时对体积模量弱化作用而引入的修正因子<sup>[6]</sup>

$$C_k = \left[ 1 + \frac{16(1-\nu^2)}{9(1-2\nu)} \cdot \overline{Na^3} \right]^{-1} \quad (11)$$

式中,  $\overline{Na^3}$  为微裂纹平均密度。

### 3.1.2 偏量方程

考虑到微裂纹对基体模量的弱化作用,实体的增量型偏应力应变关系为

$$dS_s = 2C_g G d\epsilon^e \quad (12)$$

式中:  $G$  为无损伤剪切模量;  $C_g$  为考虑到微裂纹对弹性剪切模量的弱化作用而引入的修正因子,与应力状态和微裂纹平均密度  $\overline{Na^3}$  有关<sup>[6]</sup>。

## 3.2 屈服强度与剪胀

### 3.2.1 屈服面

为了求得塑性应变以确定偏应力张量,需要知道屈服面的具体形式。根据岩石的三轴实验结果,假设材料在加载过程中经历弹性、塑性硬化、损伤软化和完全破坏等几个阶段,针对各阶段的特点,采用不同的屈服面形式给出岩石材料的强度准则。

(1)在材料软化前,由塑性变形引起的硬化效应占主导地位,屈服面  $Y_h$  的形式为

$$Y_h = F(Y_p, Y_q, \epsilon_p, \epsilon_p) = F_1(Y_p, Y_q, \epsilon_p)F_2(\epsilon_p) \quad (13)$$

式中:  $F_1(Y_p, Y_q, \epsilon_p)$  为静态屈服面;  $F_2(\epsilon_p)$  考虑了应变速率对屈服面的硬化效应;  $Y_q(p)$ 、 $Y_p(p)$  分别为岩石的初始屈服强度和破坏(极限)强度,是静水压力  $p$  的函数。破坏强度被定义在损伤软化过程的开始,初始屈服强度则在塑性变形累积的开始。

根据花岗岩三轴压缩实验结果,拟合  $Y_q$ 、 $Y_p$ ,并假定函数  $F_1$  是以  $Y_q$ 、 $Y_p$  界定的塑性硬化屈服面,其具体表达形式为

$$\begin{aligned} Y_p &= a_p - c_p \exp(-b_p p) \\ Y_q &= a_q - c_q \exp(-b_q p) \\ F_1 &= Y_p - (Y_p - Y_q) \exp(-k \epsilon_p) \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $\epsilon_p$  为等效塑性应变,反映了材料的应变硬化现象。当  $\epsilon_p \in [0, \infty)$ ,  $F_1(\epsilon_p) \in [Y_q, Y_p]$ , 具体计算时,通常认为当  $\epsilon_p$  达到某个有限值  $\epsilon_{pc}$  时,  $F_1$  即达到破坏强度  $Y_p$ , 此后材料开始发生软化。常数  $k$  控制着材料的硬化速度。图 1 为(14)式拟合的花岗岩三轴压缩实验结果。

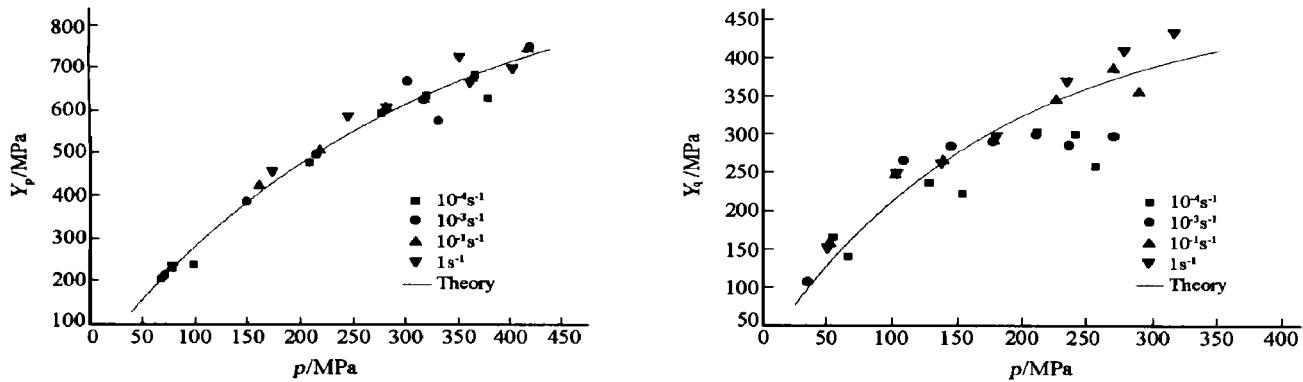


图 1 花岗岩破坏面和屈服面的实验估计

Fig. 1 Comparison of failure surface and yield surface of granite between theory and experiments

(2)当材料达到破坏面  $Y_p$  后, 材料强度进入软化过程。假设软化强度  $Y_d$  随着损伤的增加而线性降低, 因此取为

$$Y_d = Y_p \left[ 1 - \frac{D - D_c}{1 - D_c} \right] + Y_r \frac{D - D_c}{1 - D_c} \quad (15)$$

式中:  $Y_r$  为岩石完全破坏后的剩余强度;  $D$  为当前损伤量, 被定义为单位体积内微裂纹所占的体积,  $D = V_c / V_0$ ; 由损伤的演化方程可以证明,  $D$  便是微裂纹平均密度,  $D = \overline{N}a^3$ ;  $D_c$  为软化起始时刻的损伤值。

(3)岩石完全破坏后的强度远远低于完整岩石。Melosh 的声波流化(acoustic fluidization)理论可以解释这种地质过程中经常出现的低强度: 碎石中的足够强的声波能够立即卸除岩石中部分区域的静水压力, 起到降低有效摩擦的作用, 从而允许卸载区域发生滑移。如果这种滑移频繁地发生, 就导致了岩石的流动性。根据这个理论, 完全破坏岩石的强度取为

$$Y_r = \begin{cases} 2fp & Y_r < Y_{rc} \\ Y_{rc} & Y_r \geq Y_{rc} \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $f$  为摩擦系数,  $Y_{rc}$  为摩擦所能提供的强度最大值。

### 3.2.2 剪胀与孔隙演化

脆性材料的剪胀现象可归结为材料的塑性体积变形, 而材料的塑性体积变形又与孔隙的演化直接相关。因此, 对于岩石类材料, 可以把剪胀解释为由微裂纹导致的孔隙萌生和演化。不同种类的岩石, 孔隙演化机制是不同的, 如剪胀、剪缩、压实、拉胀等。这里主要针对花岗岩等密实岩石的剪胀机制。

假设剪胀产生的孔隙演化是不可逆的, 孔隙度不能超过某个最大值。由塑性功非负值有

$$\Psi = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p = -p\dot{\epsilon}_v^p + s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p = \Psi_\phi + \Psi_d \geq 0 \quad (17)$$

式中:  $\Psi_\phi = -p\dot{\epsilon}_v^p = -p\dot{\phi}(1-\dot{\phi})$ ,  $\Psi_d = s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 。

当出现剪胀现象时, 不可逆体积变形是增加的, 即  $\dot{\phi} > 0$ , 故上式可以写为

$$p\dot{\phi}(1-\dot{\phi}) = m_d \Psi_d \quad (18)$$

式中:  $m_d$  为体积变形耗散和偏应变耗散之间的比值, 满足  $0 < m_d \leq 1$ 。设材料能达到的最大孔隙度为  $\phi_c$ , 则孔隙演化方程(18)可以表示成

$$\dot{\phi} = \begin{cases} (1-\phi)m_d \Psi_d / p & \phi < \phi_c \\ 0 & \phi \geq \phi_c \end{cases} \quad (19)$$

### 3.2.3 塑性流动因子

根据屈服面和一致性条件可以严格推导出塑性流动因子的表达式, 进而给出应力增量和其他物理量, 从而建立材料的弹塑性应力应变关系。由屈服函数(13)可以求出塑性流动因子

$$d\lambda = \frac{\partial F}{\partial p} (1 - \phi_0) \frac{dp_s}{d\mu_s} d\mu + \frac{3(1-\phi)C_g G}{\sigma_e} s_{ij} de_{ij} \quad (20)$$

$$\text{式中 } \frac{\partial F}{\partial p} = - \left[ \frac{\partial Y_p}{\partial p} - \left( \frac{\partial Y_p}{\partial p} - \frac{\partial Y_q}{\partial p} \right) \exp(-k\epsilon_p) \right] \quad (21)$$

$$\frac{\partial Y_p}{\partial p} = b_p c_p \exp(-b_p p), \quad \frac{\partial Y_q}{\partial p} = b_q c_q \exp(-b_q p) \quad (22)$$

而 可得到孔隙度增量  $d\phi = (1-\phi) \frac{m_d \sigma_e}{p} d\lambda \quad (23)$

应力增量  $dp = dp^t - dp^p = (1 - \phi_0) \frac{dp_s}{d\mu_s} d\mu + \left[ (1 - \phi_0)(1 + \mu) \frac{dp_s}{d\mu_s} - p \right] \frac{m_d \sigma_e}{p} d\lambda \quad (24)$

$$ds_{ij} = ds_{ij}^t - ds_{ij}^p = (1 - \phi) 2 C_g G de_{ij} - 3(1 - \phi) C_g G \frac{s_{ij}}{\sigma_e} d\lambda - \frac{m_d \sigma_e}{p} s_{ij} d\lambda$$

式中:  $dp^t$ 、 $ds_{ij}^t$  为弹性试验应力增量,  $dp^p$ 、 $ds_{ij}^p$  为由塑性变形引起的应力修正项。

### 3.3 损伤演化

余寿文等<sup>[7]</sup>在实验中发现, 微裂纹的扩展大致可分为两个阶段: 第一阶段微裂纹稳定扩展, 引起材料硬化, 但第一阶段微裂纹的扩展受到约束(如晶界或其它边界), 直到继续加载突破能障, 微裂纹进入第二阶段(自由扩展阶段), 材料才开始发生强度软化。

由此假定在裂纹稳定扩展阶段, 损伤演化与塑性应变成比例, 而在失稳阶段, 则与材料损伤软化强度有关。参考白以龙等<sup>[8]</sup>的工作, 取损伤演化方程为

$$\dot{D} = \begin{cases} \frac{\epsilon_p}{\epsilon_{pc}} D_c & D < D_c \\ 3 \frac{n_1}{\bar{a}} \left\{ 1 - \left[ \frac{Y_q(1-D)/(1-D_c)}{2|\tau|} \right]^{n_2} \right\} C_R D & D \geq D_c \end{cases} \quad (25)$$

## 4 地下强爆炸的数值计算和结果讨论

采用上述本构模型, 编制了有限差分程序, 开展地下强爆炸的一维数值模拟。计算中采用的材料参数分别为: 密度  $\rho = 2.62 \text{ g/cm}^3$ , 应变硬化参数  $k = 2300$ , 剪切模量  $G = 24.7 \text{ GPa}$ , 体积模量  $\beta = 39.1 \text{ GPa}$ ,  $\beta_2 = 13.7 \text{ GPa}$ ,  $\beta_3 = 53.9 \text{ GPa}$ , 屈服面参数  $a_q = 0.711 \text{ GPa}$ ,  $b_q = 0.56 \text{ GPa}^{-1}$ ,  $c_q = 0.685 \text{ GPa}$ , 破坏面参数  $a_p = 1.92 \text{ GPa}$ ,  $b_p = 0.335 \text{ GPa}^{-1}$ ,  $c_p = 1.89 \text{ GPa}$ , 临界塑性应变  $\epsilon_{pc} = 0.005$ , 参考裂纹长度  $\bar{a} = 10 \text{ mm}$ , 最大孔隙度  $\phi_c = 0.001$ , 临界损伤  $D_c = 0.56$ , 孔隙演化参数  $m_d = 0.7$ , 损伤演化系数  $n_1 = 0.28$ ,

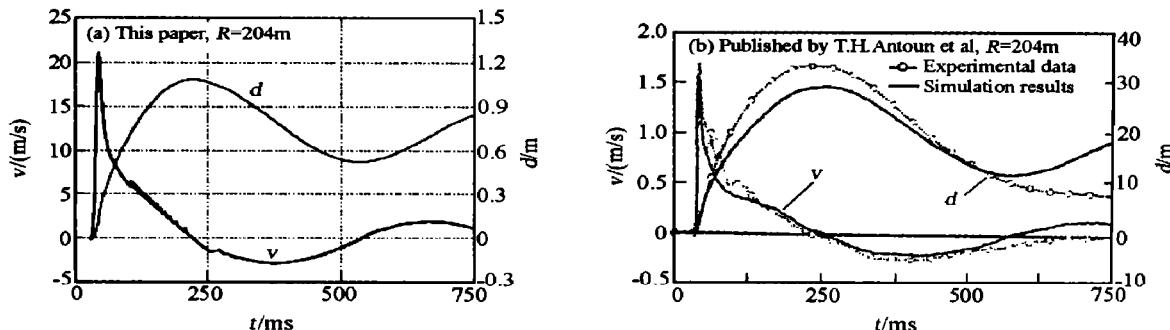


图 2 质点的速度和位移波形

Fig. 2 Computational results of velocity and displacement

损伤演化指数  $n_2=0.07$ , 摩擦系数  $f=0.03$ 。

图 2 为爆炸当量为 62kt 时, 204m 处质点的速度和位移波形。在本文的计算结果中, 质点速度在加载达到峰值后随应力的卸载而减小, 直至出现一个长而浅的负速度波形。由于速度方向改变, 质点向反向(爆心方向)运动, 使位移波形产生了一个下冲。在 Piledriver 地下核试验(当量 62kt)现场测量波形和 T.H. Antoun 等的计算结果中, 波形的主要特征, 包括速度峰值、负速度大小以及波形的宽度和回弹位移等都与试验结果十分接近。

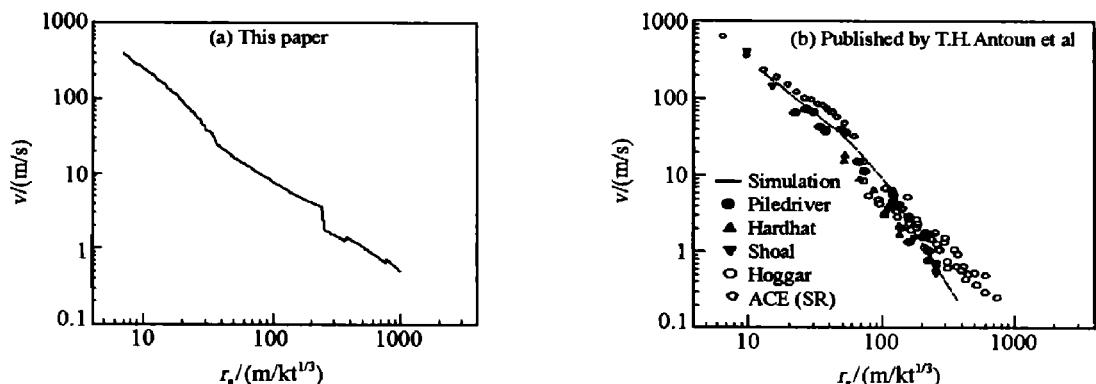


图 3 峰值质点速度随比例爆心距的衰减规律

Fig. 3 Attenuation rule of peak particle velocity with scaled radius

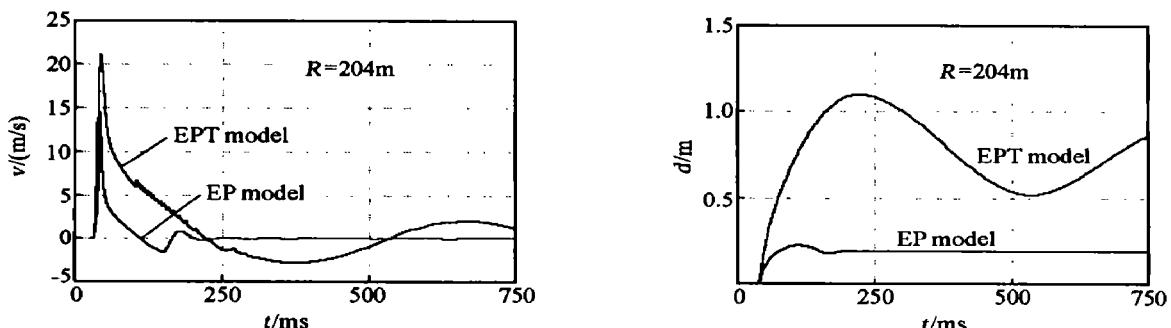


图 4 不同本构模型计算的波形

Fig. 4 Velocity and displacement waves of different constitutive models

图 3 为本文计算峰值速度随比例爆心距的衰减, 同一爆炸当量地下爆炸试验实测数据及 T.H. Antoun 等的计算结果。从图中可以看出, 两者的峰值变化趋势是一致的。

图 4 是采用不同本构模型计算的 204m 处的速度和位移波形, 其中 EP 模型不考虑损伤演化, 纯粹采用弹塑性本构模型。显然, 无论是速度峰值或是整个波形曲线, 不考虑损伤的计算结果均与地下爆炸实测波形或国外计算结果(图 2(b))相差甚大。因此, 本构模型对弹塑性波的传播及其演化有重要影响。从计算实践还可知, 单纯地调整弹塑性本构模型参数是无法获得与实测波形(图 2(b))相吻合的计算结果的。因此, 引入含损伤本构模型是研究近场应力波特征的关键。图 5 表示剪胀对计算结果的影响, 比较图中的两条曲线可知, 引入剪胀效应对应力波波形有一定影响。

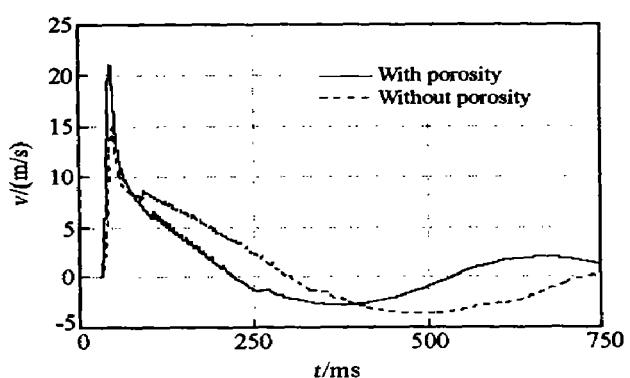


图 5 有/无剪胀模型的速度波形比较

Fig. 5 Velocity waveform at given point with/without distortion dilation

## 5 总 结

建立了一种新的含损伤弹塑性本构模型，并应用于地下强爆炸的数值模拟中，得到了与国外地下试验测量数据和数值模拟都十分接近的计算结果，从而验证了本文所提出的岩石本构模型的有效性。

### 参考文献：

- [1] Stevens J L, Rimer N, Day S M. Constraints on modeling of underground explosion in granite[ R]. Report SSS-R-87-8312, S-Cubed division, Maxwell Labs, 1986.
- [2] Vorobiev O Y, Antoun T H, Lomov I N, et al. A strength and damage model for rock under dynamic loading[ A]. Furnish M D, Chhabildas L C, Hixson R S. Shock Compression of Condensed Matter—1999[ C]. New York: Amer Inst Physics, 2000: 317—320.
- [3] Antoun T H, Vorobiev O Y, Lomov I N, et al. Simulations of an underground explosion in granite[ A]. Furnish M D, Chhabildas L C, Hixson R S. Shock Compression of Condensed Matter—1999[ C], New York: Amer Inst Physics, 2000: 1279—1282.
- [4] Rubin M B, Vorobiev O Y, Glenn L A. Mechanical and numerical modeling of a porous elastic-viscoplastic material with tensile failure[ J]. Int J Solids and Structure, 2000, 37: 1841—1871.
- [5] Tuller F R, Butcher B M. A criterion for the time-dependence of dynamic fracture[ J]. Int J Fract Mech, 1968, 4(4): 431—437.
- [6] 刘文韬. 岩石含损伤本构模型和地下爆炸效应研究[ D]. 合肥: 中国科技大学, 2002.
- [7] 余寿文, 冯西桥. 脆性材料的微裂纹扩展区模型[ A]. 黄克智, 肖纪美. 材料的损伤断裂机理和宏微观力学理论[ C]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [8] 白以龙, 柯孚久, 夏蒙芬. 固体中微裂纹系统统计演化的基本描述[ J]. 力学学报, 1991, 23(3): 290—298.  
BAI Yi-long, KE Fu-jiu, XIA Meng-fen. Formulation of statistical evolution of microcracks in solids[ J]. Acta Mechanica Sinica, 1991, 23(3): 290—298.

## A damage constitutive model of rocks and its applications in underground explosion

LIU Wen-tao<sup>1</sup>, WANG Xiao-jun<sup>1</sup>, ZHOU Zhong<sup>1</sup>, JIANG Song-qing<sup>2</sup>

(1. University of Science and Technology of China, Hefei 230026, Anhui, China;

2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

**Abstract:** A new constitutive model of rocks considering the effects of plastic hardening, distortional dilation and damage softening is described. The ground motions caused by the underground explosions were studied numerically with the new model. The numerical results show that both the waveforms and the peak velocities are in good agreement with the experimental and numerical data published by other research groups.

**Key words:** mechanics of explosion; propagation of explosion; constitutive model; underground explosion; damage; porosity