

文章编号: 1001-1455(2003)05-0415-05

动载荷下延性材料中微孔洞的增长模型^{*}

周洪强^{1,2}, 孙锦山², 王元书²

(1. 中国工程物理研究院北京研究生部, 北京 100088;
2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088;)

摘要: 采用细观动力学的方法, 假定基体材料不可压缩, 将高加载条件下控制孔洞增长的偏微分方程组化为一阶常微分方程组, 从而可利用 Euler 法或 Runge-Kutta 法求解。模型的数值分析表明, 对 OFHC 铜来说, 应变硬化效应、应变率效应阻碍了孔洞的增长, 热效应对孔洞增长影响不大, 而环境温度的升高促进了孔洞的增长。

关键词: 固体力学; 孔洞增长; 数值分析; OFHC 铜; 体胞; 损伤度

中图分类号: O346.5 国标学科代码: 130°1540 文献标志码: A

1 引言

实验观测表明^[1~2], 延性材料动态断裂是由其内部微孔洞的成核、增长以及汇合造成的。M. M. Carroll 等^[3]曾采用细观动力学分析法研究了含孔洞的理想弹塑性材料在球对称载荷作用下的响应问题。考虑内部有一个球形孔洞的球形体胞, 当基体材料不可压缩时, 由运动方程可得

$$\tau^2 Y_0 Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = -p_s + \text{sign}(p_s) \int_a^b \frac{2\sigma_e}{r} dr \quad (1)$$

式中: a 和 b 分别为孔洞和体胞的半径; 初值分别为 a_0 和 b_0 ; p_s 为作用于外边界的球对称载荷; σ_e 为流动应力; $\alpha = b^3 / (b^3 - a^3)$, 初值为 α_0 ; $\tau^2 = \rho_s a_0^2 / (3Y_0(\alpha_0 - 1)^{2/3})$, ρ_s 为基体材料密度; Y_0 为基体的屈服应力; $Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha)$ 表示惯性孔洞增长的影响。

在 Carroll-Holt 模型中, 损伤内变量以孔隙度 $f = (a/b)^3$ 表示。在此模型基础上, 许多工作者采用基体等效应力的不同形式来研究应变硬化、应变率和热效应对孔洞增长的影响^[4~12], 这些模型在延性材料的层裂研究中被广泛地应用。然而, 对于比较常用的基体本构关系, 除非经过“特别的挑选”, 否则上述方程无法表示为孔隙度的显式表达式, 必须通过数值方法才能求解, 但文献中没有明确给出具体的数值方法。

本文中采用细观动力学方法, 从力学基本方程出发, 根据基体材料不可压缩假设, 分析承受外载的空心球体胞球壳的运动过程, 得到用一阶常微分方程组表示的孔洞增长方程, 从而可利用成熟的 Euler 法或 Runge-Kutta 法求解。以 OFHC 铜作为基体材料, 采用 J-C 本构模型, 对所得的孔洞增长演化方程进行数值分析, 得到了一些有意义的结论。

2 空心球体胞模型

考虑一空心球单元体胞, 当在外边界上作用有球对称载荷 $-p_s(t)$ 之后发生塑性流动, 其边界条件如下

$$\begin{cases} \sigma_r |_{r=a} = 0 \\ \sigma_r |_{r=b} = -p_s \end{cases} \quad (2)$$

* 收稿日期: 2002-06-18; 修回日期: 2003-05-27

作者简介: 周洪强(1970—), 男, 博士。

在孔洞增长方程的推导过程中作以下假定^[4]: 基体材料为塑性不可压缩的; 忽略基体材料弹性和弹塑性变形对孔洞增长的贡献; 孔洞在增长过程中保持球形。忽略体力的作用, 体胞球壳在塑性流动过程中的连续、动量和能量方程写为

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} = 0 \quad (3)$$

$$\rho_s \dot{u} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} \quad (4)$$

$$\rho_s \dot{e} = \sigma_r \frac{\partial u}{\partial r} + 2\sigma_\theta \frac{u}{r} \quad (5)$$

式中: e 为基体材料的比内能; σ_r 和 σ_θ 分别为径向应力和环向应力; r 是质点的径向 Euler 坐标, 其对应的 Lagrange 坐标为 r_0 ; $u = \dot{r}$ 为质点的径向速度。基体材料的应变率为

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \dot{\epsilon}_\theta = \dot{\epsilon}_\varphi = \frac{u}{r}, \quad \dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{r\varphi} = \dot{\epsilon}_{\theta\varphi} = 0 \quad (6)$$

将连续方程式(3)对径向坐标积分可知乘积 ur^2 只是时间的函数, 设

$$ur^2 = S(t) \quad (7)$$

将式(7)对 t 微分, 并注意到 $u = \dot{r}$, 得

$$\dot{u} = \frac{\dot{S}}{r^2} - \frac{2S\dot{r}}{r^5} \quad (8)$$

将式(8)代入式(4), 得

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \rho_s \frac{\dot{S}}{r^2} - \frac{2\rho_s S \dot{r}}{r^5} - \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} \quad (9)$$

将式(9)从体胞内边界 a 开始积分, 并代入边界条件 $\sigma_r|_{r=a} = 0$, 得

$$\sigma_r = -2 \int_a^r \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} dr + \rho_s S \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right] + \frac{1}{2} \rho_s S^2 \left[\frac{1}{r^4} - \frac{1}{a^4} \right] \quad (10)$$

式(10)即为球壳中径向应力的表达式。

将上式中的积分上限取为 $r = b$, 代入边界条件 $\sigma_r|_{r=b} = -p_s$ 得

$$\dot{S} = \frac{-\frac{p_s}{\rho_s} + \frac{2}{\rho_s} \int_a^r \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} dr - \frac{1}{2} S^2 \left[\frac{1}{b^4} - \frac{1}{a^4} \right]}{\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]} \quad (11)$$

式(11)即为球壳的运动方程已经化为关于时间函数 S 的常微分方程。

将式(7)代入能量方程式(5), 并注意到连续方程式(3), 得

$$\rho_s \dot{e} = -\frac{2S}{r^3} (\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (12)$$

在材料高速运动过程中, 塑性应变产生的塑性功大部分将转变成热。由于变形过程极其短暂, 所产生的热来不及扩散而在局部区域沉积下来, 使该区域的温度急剧增加, 从而使材料产生热软化效应, 对孔洞的增长产生影响。因此, 可以认为在高速运动过程中是近似定容绝热的, 此时有

$$de = c_V dT \quad (13)$$

由式(12)、(13)可导出温度变化率的表达式

$$\dot{T} = -\frac{2S}{\rho_s c_V} \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r^3} \quad (14)$$

本文中考虑的是球对称塑性变形, 在体胞的厚壁球壳中 $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$, 若使用单拉伸时两种屈服条件重合的条件, 则 Tresca 屈服条件和 Mises 屈服条件的表达式完全相同, 即

$$\sigma_e = |\sigma_r - \sigma_\theta| \quad (15)$$

由于孔洞膨胀时, $u > 0$, $S = ur^2 > 0$, $\sigma_r < \sigma_\theta$; 孔洞崩塌时, $u < 0$, $S = ur^2 < 0$, $\sigma_r > \sigma_\theta$ 。所以

$$\sigma_r - \sigma_\theta = -\text{sign}(S) \sigma_e \tag{16}$$

基体材料的等效塑性应变^[13]

$$\epsilon_e^p = 2 \left| \ln \frac{r}{r_0} \right| \tag{17}$$

相应的等效塑性应变率

$$\dot{\epsilon}_e^p = 2 \left| \frac{\dot{u}}{r} \right| \tag{18}$$

综合以上诸式, 可得计算孔隙度的方程式为

$$\begin{cases} \dot{S} = \frac{-\frac{p_s}{\rho_s} + \frac{2}{\rho_s} \text{sign}(S) \int_a^r \frac{\sigma_e}{r} dr - \frac{1}{2} S^2 \left[\frac{1}{b^4} - \frac{1}{a^4} \right]}{\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]} \\ \dot{T} = \frac{2 |S|}{\rho_s c_V} \cdot \frac{\sigma_e}{r^3} \\ \dot{r} = \frac{S}{r^2} \end{cases} \tag{19}$$

当给定初始条件 $t = 0$ 时, $u = u_0, T = T_0(r), a = a_0, b = b_0$ 及材料常数, 就可通过将式(19)化为差分格式, 用 Euler 法或 Runge-Kutta 法求解。

3 数值分析与讨论

以 OFHC 铜为例, 假定体胞承受线性增加的静水压力, 采用 J-C 本构模型^[14~15], 对孔洞增长演化模型进行数值分析, 研究应变硬化效应、应变率效应、热效应以及环境温度对孔洞增长的影响。J-C 模型认为, 材料的屈服流应力可以表示为应变、应变率和温度的函数

$$\sigma_e = [Y_0 + B(\epsilon_e^p)^n] [1 + C \ln \dot{\epsilon}_e^*] [1 - (T^*)^m] \tag{20}$$

式中: $\dot{\epsilon}_e^* = \dot{\epsilon}_e^p / \dot{\epsilon}_0$ 是量纲一应变率 ($\dot{\epsilon}_0 = 1.0 \text{ s}^{-1}$); 约化温度 $T^* = (T - T_r) / (T_m - T)$, T_r 为参考温度, T_m 为材料的熔点温度; 其余五个参数 Y_0, B, n, C 和 m 均为材料常数。

计算中的材料参数: $Y_0 = 90 \text{ MPa}, B = 292 \text{ MPa}, C = 0.025, n = 0.31, m = 1.09, \rho_s = 8960 \text{ kg/m}^3, T_m = 1386 \text{ K}, T_r = 298 \text{ K}, a_0 = 10^{-6} \text{ m}, f_0 = 10^{-4}, u_0 = 0$ 。如果不作特别说明, 初始温度 $T_0 = 298 \text{ K}$, 体胞承受线性增加的静水压力; 初始加载为 -5 GPa , 加载率为 -50 kPa/s 。

图 1、2、3 分别给出了应变硬化效应、应变率效应和热效应对孔洞增长的影响, 从图中的曲线可知, 应变硬化效应和应变率效应阻碍了孔洞的增长, 而热效应可以忽略。图4给出了初始温度对孔洞增长

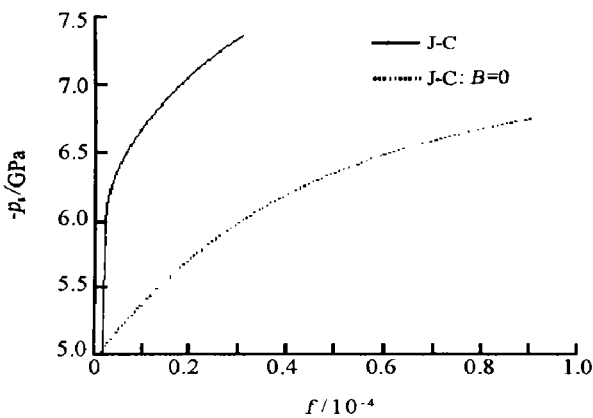


图 1 应变硬化对孔洞增长的影响
Fig.1 Influence of strain hardening in the growth of void

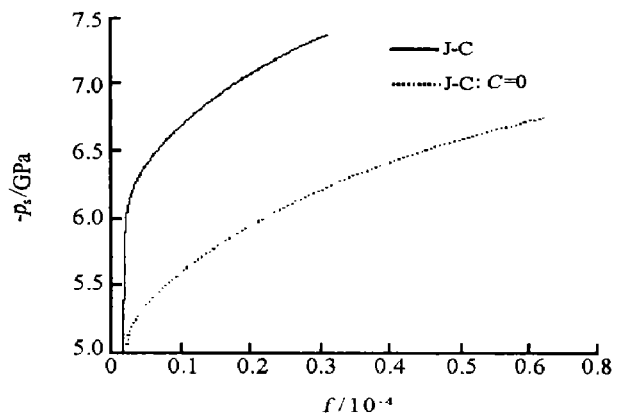


图 2 应变率效应对孔洞增长的影响
Fig.2 Influence of strain rate in the growth of void

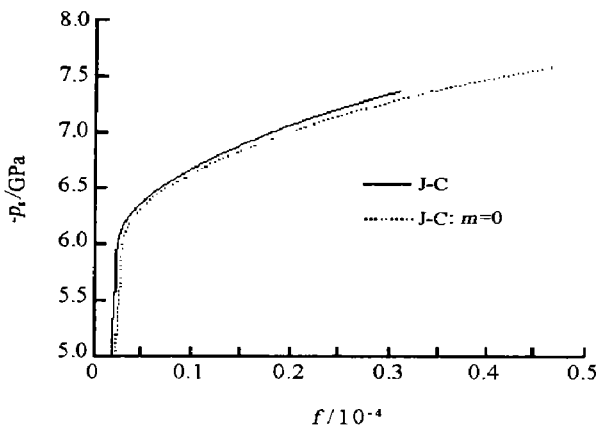


图 3 热效应对孔洞增长的影响
Fig.3 Influence of thermal softening
in the growth of void

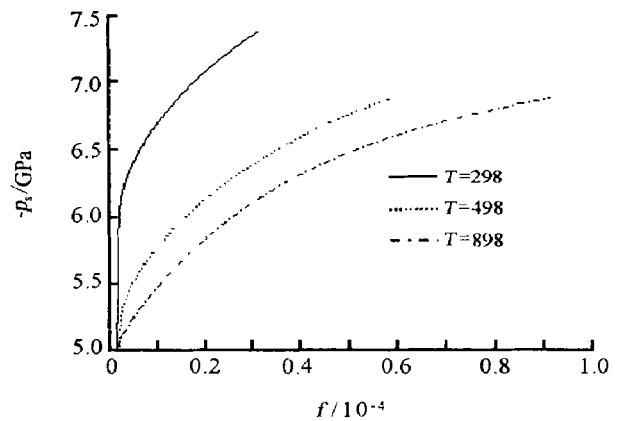


图 4 环境温度对孔洞增长的影响
Fig.4 Influence of environment temperature
in the growth of void

的影响。基体材料中的温度由两部分组成 $T = T_0 + T'$, T_0 是初始温度(环境温度), T' 是由塑性功产生的热引起的,从图中的曲线可知环境温度对孔洞增长有较大的影响,环境温度的升高促进了孔洞的增长。

4 结束语

利用基体不可压缩条件,导出乘积 ur^2 只是时间的函数,得到以时间为自变量的一阶常微分方程表示的孔洞增长方程,即将偏微分方程的初、边值问题化为常微分方程的初值问题来求解。OFHC 铜的 J-C 本构关系对单元体胞在高加载率下的计算结果说明,对于 OFHC 铜来说,应变硬化效应和应变率效应阻碍了孔洞的增长,热效应对孔洞增长影响不大,而环境温度的升高促进了孔洞的增长。

参考文献:

- [1] Meyers M A, Aifone C T. Dynamic fracture (spalling) of metals[J]. Progress in Material Science, 1983, 28: 1—96.
- [2] Curran C R, Seaman L, Shockey D A. Dynamic failure of solids[J]. Physics Reports, 1987, 147(5~6): 253—388.
- [3] Carroll M M, Holt A C. Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials[J]. Journal of Applied Physics, 1972, 43: 1626—1636.
- [4] Johnson J N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids [J]. Journal of Applied Physics, 1981, 52: 2812—2825.
- [5] Perzyna P. Internal state variable description of dynamic fracture of ductile solids[J]. International Journal of Solids & Structures, 1986, 22(7): 797—818.
- [6] 王泽平,恽寿榕.延性材料层裂的数值模拟[J].爆炸与冲击, 1991, 11(1): 20—25.
WANG Ze-ping, YUN Shou-rong. Numerical calculations of spallation in ductile solids [J]. Explosion and Shock Waves, 1991, 11(1): 20—25.
- [7] Cortes R. The growth of microvoids under intense dynamic loading [J]. International Journal of Solids & Structures, 1992, 29(11): 1339—1350.
- [8] 黄风雷,王泽平.纯铜一维动态损伤研究[J].固体力学学报, 1993, 14(4): 287—296.
HUANG Feng-lei, WANG Ze-ping. Study on one-dimensional dynamic damage of pure copper[J]. Acta mechanica solida sinica, 1993, 14(4): 287—296.
- [9] 郑坚,王泽平.高应变率下延性多孔介质中孔洞的动态演化[J].固体力学学报, 1994, 15(3): 189—198.
ZHENG Jian, WANG Ze-ping. Evolution of voids in ductile porous materials at high strain rate[J]. Acta mechanica solida sinica, 1994, 15(3): 189—198.
- [10] 郑坚,王泽平,孙成友.韧性材料在强动载作用下的损伤演化[J].固体力学学报, 1995, 16(4): 336—342.
ZHENG Jian, WANG Ze-ping, SUN Cheng-You. Damage evolution in ductile materials under intense dynamic loading [J]. Acta mechanica solida sinica, 1995, 16(4): 336—342.
- [11] Wang Ze-ping, HUANG Feng-lei, Hou Min, et al. Description of two-dimensional spallation in pure copper[J]. International Journal of Fracture, 1993, 60: 195—208.

- [12] Wang Ze-ping. Growth of voids in porous ductile materials at high strain rate[J]. *Journal of Applied Physics*, 1994, 76(3): 1535—1542.
- [13] Johnson W, Mellor P B. *Engineering Plasticity* [M]. London: Van Nostrand Reinhold, 1973.
- [14] Johnson G R, Cook W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures[A]. *Proceedings of 7th International Symposium on Ballistics*[C], The Hague, The Netherlands (April): [s. n.], 1983: 541—547.
- [15] Johnson G R, Cook W H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1985, 21(1): 31—48.

The growth of microvoids in ductile materials under dynamic loading

ZHOU Hong-qiang^{1,2*}, SUN Jin-shan², WANG Yuan-shu²

(1. *Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China;*

2. *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*)

Abstract: Using meso-dynamics method and assuming the material as incompressible, the partial differential equations controlling the growth of voids under high strain rates can be deduced to ordinary differential equations, which can be solved by some existing methods such as Euler or Runge-Kutta method. Numerical analysis indicates that strain hardening and strain rate hardening are to resist the growth of voids, whereas the ambient temperature is to promote the growth of voids in OFHC. It is also shown that the thermal softening has negligible influence on the growth of voids.

Key words: solid mechanics; growth of voids; numerical analysis; cell; porosity

* Corresponding author: ZHOU Hong-qiang

E-mail address: zhouhq@iapcm.ac.cn; Telephone: 010-62014411-2654