

文章编号: 1001-1455(2003)06-0481-07

# 一般物态方程形式下爆轰产物的一维等熵流动\*

孙承纬, 赵 锋, 文尚刚, 陈 军

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 四川 绵阳 621900)

摘要: 研究了一般物态方程形式下一维平面和柱、球面对称 CJ 爆轰波后产物的等熵流动, 给出 Riemann 不变量的表达式、Euler 和 Lagrange 形式的自相似流动方程组, 得到一个高精度近似解析解, 在实验测量合理的范围内本文理论与实验基本符合。为了具体应用上述理论, 给出四种普遍公认的物态方程( $\gamma$ 律、JWL、HOM 和 W.C. Davis 近来提出的形式)的等熵线和声速曲线, 以及较一般情形中产物或惰性介质沿等熵线的比内能表达式。四种等熵线差别不大, 表明爆轰数值模拟中不但要应用产物的等熵线, 还应注意产物能量状态方程是否适当。本文的理论计算方法, 可作为产物一维流动数值模拟正确性的有效校核手段。

关键词: 流体力学; 一维等熵流动; 物态方程; 爆轰产物; 爆轰

中图分类号: O354; O381

国标学科代码: 130°2517

文献标志码: A

## 1 引 言

气体动力学一维不定常等熵流动的基本理论, 尤其是特征线、简单波和 Riemann 不变量等概念, 构成了解析研究爆轰波传播、产物流动及其与介质相互作用的主要方法。而数值模拟计算广泛使用各种形式的介质物态方程, 例如爆轰产物的 HOM、JWL 等经验型方程。由于数值离散化, 柱、球面散心爆轰的数值模拟存在明显的人为几何误差, 必须用理论或实验的结果进行校核和修正。爆轰产物的飞散、驱动和固体材料中波的传播及相互作用等基本问题的理论研究, 也要求把现有的等熵流动理论方法推广到更广泛的物态方程情形, 进而为一些典型问题的实验和数值模拟结果提供参考基准(benchmark)。

一维柱、球面散心爆轰产物流场的理论研究始于 G. I. Taylor<sup>[1]</sup>、K. P. Stanukovich<sup>[2]</sup>的工作, R. Cheret 等<sup>[3]</sup>对球面散心波进行研究, 证实了实验测量的产物粒子速度剖面与数值计算相一致。赵锋等<sup>[4]</sup>实验测量了散心波后产物的粒子速度和压力, 笔者<sup>[5]</sup>提出了一个大范围适用的散心爆轰波后流场的高精度近似解, 而其他作者的近似解大都只适用于波阵面后不大的范围。很多爆轰理论研究都是关于  $\gamma$  律爆轰产物的, 而且不考虑反应区。考虑有限反应区的 ZND 模型只适用于平面爆轰波, 对于柱、球面对称的 ZND 结构的反应流动理论模型, 至今只有 J. Jones<sup>[6]</sup>的工作取得一定的成功。当反应区厚度比波阵面半径小得多时, 散心爆轰波的速度基本不变, 本文中使用的不计反应区厚度的 CJ 结构爆轰波后产物一维等熵流动模型是符合实际的, 特点是把使用的物态方程推广到较一般情形。

反应区厚度很薄时, 散心爆轰波后流场量下降的空间梯度(或他们的随体时间导数)十分大, 要求实验诊断技术必须有极快的响应, 否则测到的波阵面峰值偏低, 流场量下降剖面不够陡。正因为这个原因, 至今还未得到公认的散心爆轰阵面后流场量的实验测量值<sup>[3-4, 7]</sup>。

本文中根据一维等熵流动的基本方程组, 考虑了一般物态方程形式下 Riemann 不变量和平面爆轰波的 Taylor 波解, 建立了欧拉和拉格朗日两种表述形式下一维自相似平、柱、球面流动的微分方程组。对于常用的 JWL、HOM(即 BKW)和 W.C. Davis<sup>[8]</sup>提出的产物物态方程以及数值计算编码(如 LS-DYNA)中采用的形式, 给出了理论计算所需的声速表达式, 包括类似 Gruneisen 方程形式的一般性固体物态方程。还作图表示了这四种典型物态方程对应的声速和等熵线。理论计算与散心爆轰实验作了比较, 粒子速度历程符合较好, 但实验测量的压力历程明显偏高, 说明有关实验技术尚待改进。

\* 收稿日期: 2003-01-07; 修回日期: 2003-03-11

作者简介: 孙承纬(1939—), 男, 研究员, 博士生导师。

## 2 一维等熵流动方程组和 Riemann 不变量

均匀传播的爆轰波阵面后的爆轰产物无粘性流动通常是等熵的。记  $r$  为 Euler 空间坐标,  $t$  为时间,  $u, \rho, c, p, e$  分别为产物的粒子速度、密度、声速、压力和比内能, 比容  $v = 1/\rho$ 。把 Euler 坐标系  $(r, t)$  中爆轰产物的一维等熵流动方程组写成沿特征线  $C_{\pm}: dr/dt = u \pm c$  的导数形式<sup>[9]</sup>

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + (u \pm c) \frac{\partial}{\partial r} \right] \left[ u \pm \int c d \ln \rho \right] = \mp \frac{N \rho u c}{r} \quad (1)$$

式中:  $N = 0, 1, 2$  分别表示平面、柱和球对称的流动。记  $\sigma \equiv \int c d \ln \rho = \int dp/(\rho c) = \int di/c$ , 称  $\alpha = u + \sigma$ ,  $\beta = u - \sigma$  为该流动的两个 Riemann 不变量。通常取无穷远处  $p \rightarrow 0$  为参考点, 则可记为  $\sigma = \int_0^p dp/(\rho c) = \int_v^{+\infty} (c/v) dv$ 。容易验证在  $\gamma$  律产物物态方程情形下,  $\sigma = 2c/(\gamma - 1)$ 。一般形式下, 利用等熵线总可把  $p, \rho, c$  三者相互表示。以产物 JWL 方程过 CJ 点的等熵线为例

$$p = A e^{-R_1 \bar{v}} + B e^{-R_2 \bar{v}} + C \bar{v}^{-(\omega+1)} \quad (2)$$

式中:  $A, B, C, R_1, R_2$  和  $\omega$  为常数; 相对比容  $\bar{v} = v/v_0$ ,  $v_0$  是炸药的初始比容。从上式导出

$$c^2 = \left[ \frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_s = v_0 \bar{v}^{-2} [A R_1 e^{-R_1 \bar{v}} + B R_2 e^{-R_2 \bar{v}} + C(\omega+1) \bar{v}^{-(\omega+2)}] \quad (3)$$

因而有

$$\sigma = \int_{\bar{v}}^{+\infty} \frac{c}{v} d\bar{v} = \sqrt{v_0} \int_{\bar{v}}^{+\infty} [A R_1 e^{-R_1 \bar{v}} + B R_2 e^{-R_2 \bar{v}} + C(\omega+1) \bar{v}^{-(\omega+2)}] \frac{1}{2} d\bar{v} \quad (4)$$

特别当  $\bar{v} = v_J/v_0$  时, 取  $\sigma = \sigma_J$ ;  $\rho \rightarrow 0$  或  $\bar{v} \rightarrow +\infty$  时,  $\sigma \rightarrow 0$ 。

平面流动时 ( $N = 0$ ), (1) 式表示在两族特征线  $C_{\pm}$  上,  $\alpha$  和  $\beta$  分别为常值。  $\alpha$  和  $\beta$  中有一个为常值的流动称为简单波, 显然这时有一族特征线是直线。

对于通过 CJ 点的产物等熵流动, 若  $C_+$  族是中心稀疏波,  $x/t = u + c$ , 则 Riemann 不变量  $\beta$  在全流场为常数 (等于 CJ 点处的值), 因此沿每条  $C_+$  特征线有

$$u - u_J = -(\sigma - \sigma_J) = \int_{p_J}^p \frac{dp}{\rho c} \quad (5)$$

式中: 下标为 J 的量表示该变量在 CJ 点的值。上式广泛应用于反向稀疏波从自由面传入的情形, 如爆轰产物的出流, 冲击波在样品后自由面的反射, 等等。

流动区与真空区相邻时, 介质出流的速度称为逃逸速度  $u_{\infty} = u_J - \sigma_J$ 。引入自相似变量  $\xi = x/(Dt)$ ,  $D$  是定常爆速, 据上所述可以解出平面一维爆轰产物等熵流动的 Taylor 波解为

$$\begin{cases} c + \sigma = D\xi - u_{\infty} \\ u = (\sigma - c + D\xi + u_{\infty})/2 \end{cases} \quad (6)$$

这里  $\sigma$  可看作为  $c$  的单值函数, (6) 式实际是确定  $u, c$  为  $\xi$  的函数的超越方程组。

## 3 柱、球面散心爆轰波后产物的流场

不把一维等熵流动方程组化为 Riemann 不变量  $\alpha, \beta$  的方程, 引入自相似变量  $\xi = r/(Dt)$  进行变换, 再分别解出  $u$  和  $\bar{v}$  的导数, 得到另一种形式的流动方程组

$$\frac{du}{d\xi} = \frac{Nuc^2}{\xi[(u - D\xi)^2 - c^2]}, \quad \frac{d\bar{v}}{d\xi} = \frac{-Nu(u - D\xi)\bar{v}}{\xi[(u - D\xi)^2 - c^2]} \quad (7)$$

其初始条件是爆轰波阵面上变量取已知的 CJ 参数

$$u = u_J, \quad \bar{v} = \bar{v}_J, \quad \xi = 1 \quad (8)$$

(7)、(8) 式结合类似 (3) 式那样的等熵线关系, 进行数值求解, 就完全确定了产物在爆轰波后的 Euler 坐标系中的流场。(7) 式同样适用于存在自起爆时 ( $t = 0$ ) 开始均匀运动的平面活塞 ( $N = 0$ ), 或从主轴线上 ( $N = 1$ )、球心 ( $N = 2$ ) 处匀速向外膨胀活塞的情形, 此时定解条件应增加一个活塞边界处的速度连续条

件,作为产物流动区中间可能出现的第二冲击波自相似运动的定解条件<sup>[5]</sup>。

为了便于把理论计算结果直接与 Lagrange 量计的实验测量结果核对,应当使用 Lagrange 坐标  $(h, t)$  中的产物流动方程组,并寻求其流场的解。 $h$  取为该点至起爆点(线、面)的初始距离。为此,先计算自相似变量  $\xi$  的随体时间导数

$$\frac{d\xi}{dt} = \left[ \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right] \left[ \frac{r}{Dt} \right] = \frac{1}{t} \left[ \frac{u}{D} - \xi \right] \quad (9)$$

把(7)式用随体时间导数形式表示,即得 Lagrange 坐标中的流动方程组

$$\begin{cases} D \frac{du}{dt} = \frac{Nuc^2}{\xi t} \frac{u - D\xi}{(u - D\xi)^2 - c^2} \\ D \frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{Nu\bar{v}}{\xi t} \frac{(u - D\xi)^2}{(u - D\xi)^2 - c^2} \\ D \frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{t} (u - D\xi) \end{cases} \quad (10)$$

定解条件是

$$\xi = 1, \quad u = u_J, \quad \bar{v} = \bar{v}_J, \quad t = h/D \quad (11)$$

取不同的  $h$  为参数对上述方程组作数值积分,结合物态方程的计算(例如(4)、(5)式),即得 Lagrange 坐标  $h$  所对应粒子的各流场量的历史。

笔者曾得到  $\gamma$  律爆轰产物散心爆轰流动的高精度近似解<sup>[5]</sup>。由于散心爆轰波阵面处各流场量的空间导数为无穷,这个近似解应当用新自变量  $\eta = \sqrt{2(1-\xi)}$  来表示,其随体导数是

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{d\eta}{d\xi} \frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{\eta t} \left[ \xi - \frac{u}{D} \right] \quad (12)$$

通过  $\xi = 1 - \eta^2/2$  和 Euler 坐标系中的近似解,对(12)式直接积分,初始条件即(11)式,得到

$$\frac{Dt}{h} = \left[ \frac{c}{a}\eta^2 + \frac{b}{a}\eta + 1 \right]^{\frac{1}{2c}} \left[ \frac{\frac{2c\eta}{b + \sqrt{\Delta}} + 1}{\frac{2c\eta}{b - \sqrt{\Delta}} + 1} \right]^{\frac{b}{2c\sqrt{\Delta}}} \quad (13)$$

式中

$$a = \frac{\gamma}{\gamma+1}, \quad b = \frac{1}{\gamma+1} \sqrt{\frac{N\gamma}{\gamma+1}}, \quad c = \frac{-1}{\gamma+1} \left[ \frac{\gamma-1}{2} + \frac{N}{8} + \sqrt{\frac{N\gamma}{\gamma+1}} - \frac{\gamma-1}{2} \left[ \sqrt{\frac{N\gamma}{\gamma+1}} + \frac{3-\gamma}{\gamma-1} \right] \epsilon \right],$$

$$\Delta = b^2 - 4ac, \quad \epsilon = \frac{N}{[12(\gamma+1) - 2N(2-N)(\gamma-1)(6-\gamma)]}$$

对于给定的  $h$ , (13)式得出函数  $\eta(t)$ ,代入 Euler 坐标的解就得到该  $h$  点的速度  $u(t)$  和声速  $c(t)$ ,再换算可得到其压力  $p(t)$  等流场量的历程。为了检验本文理论的正确性,将计算结果与实验作比较。图1和图2是单个雷管起爆 PETN 传爆药柱和圆柱形 JOB9003 炸药柱的实验,在拉格朗日坐标(即离雷管底面的距离  $h$ ) 8、13 和 18mm 处设置电磁粒子速度计或锰铜压力计,测量这些位置处的粒子速度历程或产物压力历程。

由图可见,粒子速度历程的结果比压力历程更符合实验一些,  $h$  坐标较大位置的结要果符合实验一些。这里应注意如下一些问题:(1) 单雷管起爆药柱中传播的并不是几何上完全的散心波,各流场量的历程只有开始一段时间是反映球面散心波的行为的,以后则是稀疏波的影响;在  $h$  坐标较小的位置,柱、球面波的速度可能略低于正常爆速;(2) 若不计反应区的厚度,柱、球面波后流场量的空间梯度(或时间梯度)为无限大,因此只有响应极快的量计才能测量到波阵面处的流场量值;(3) 量计的工作段很难做成球面形状,而且工作段很难随球面波运动而横向扩展,造成几何上的误差。若量计可以经受横向变形而扩展,则其性能会发生变化,造成测量标定上的误差。总之,散心爆轰波后产物流场的精确测量并非易事,实验中应认真对待。

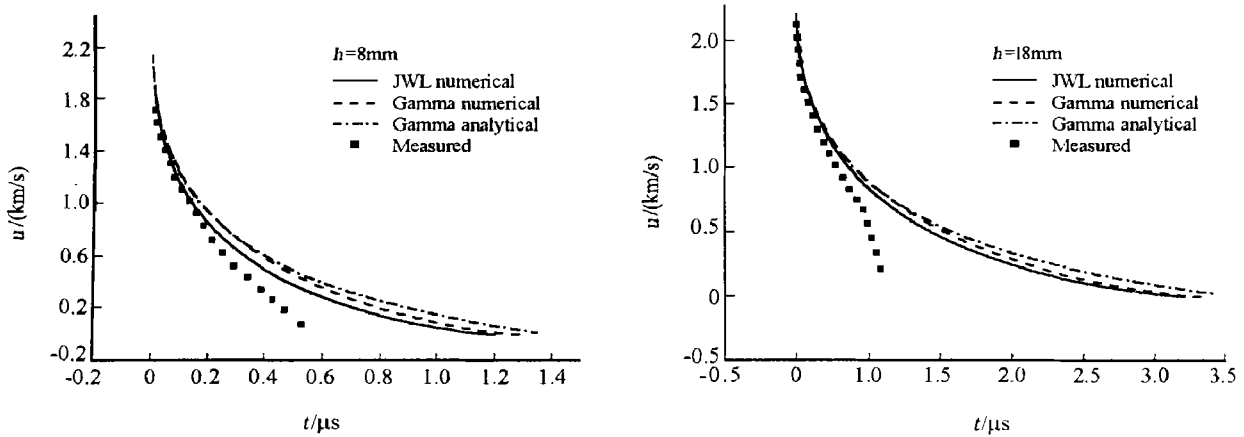


图 1 球面散心爆轰波后拉格朗日坐标下的粒子速度历程

Fig. 1 The particle speed of detonation products behind the CJ front in spherical geometry

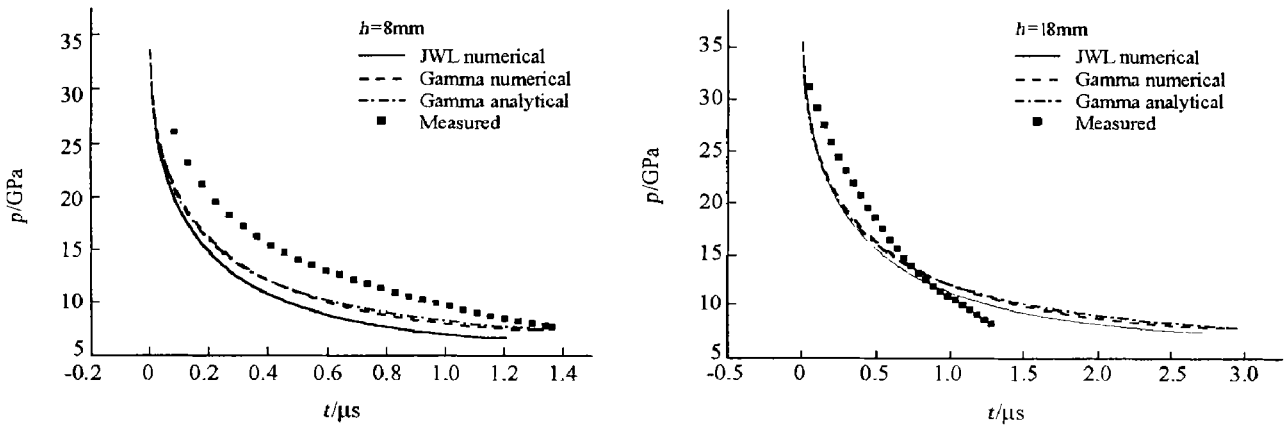


图 2 球面散心爆轰波后拉格朗日坐标下的产物压力历程

Fig. 2 The pressure of detonation products behind the CJ front in spherical geometry

#### 4 一般物态方程形式下爆轰产物和惰性介质的等熵线及声速

由(7)和(10)式可知,一般物态方程下爆轰产物和惰性介质的一维等熵流动方程组的积分已归结为寻求声速表达式  $c(\bar{v})$ ,通常应先根据给定的物态方程计算介质的等熵线(下标  $s$ ),再计算声速。

如果已知压力和比内能形式的等熵线表达式  $p_s(v)$ 和  $e_s(v)$ ,利用 Gruneisen 物态方程则可以确定此参考线周围相当范围内的介质状态。如果有实验测量的等熵线  $p_s(v)$ ,根据热力学定律给出的沿等熵线关系  $p_s = -(\partial e / \partial v)_s$ ,计算比内能的等熵关系  $e_s(v)$ ,就可得出相应范围内的完全物态方程。不论对于爆轰产物或是惰性介质,这条途径都是相同的。

当前最常见的物态方程参考线是 Hugoniot 线或冲击绝热线(下标 H)。虽然根据实验测量的冲击绝热线数据,可以导出力学物态方程  $p_H(v)$ ,但若确定相应的比内能参考线  $e_H(v)$ 就困难得多,这时必须知道 Gruneisen 系数与比容的关系  $\Gamma(v)$ ,只能应用各种近似的方法<sup>[10]</sup>。如果实验上能够较准确地测量冲击压力  $p_H(v)$ 、冲击温度  $T_H(v)$ 和定容比热  $c_V(v)$ ,则可以计算确定  $\Gamma(v)$ 。

常用的爆轰产物和惰性介质物态方程形式还有 HOM 方程,其中爆轰产物等熵线是根据 BKW 方程的计算数据拟合的

$$p_s/100\text{GPa} = \exp[A + B \ln v + C (\ln v)^2 + D (\ln v)^3 + E (\ln v)^4] \quad (14)$$

近年来, W. C. Davis<sup>[8]</sup>根据对爆轰性能的综合要求提出了较为全面的产物物态方程,具有双指数形状

$$p_s = \frac{k-1+F(v)}{k-1+a} p_c 2^{-\frac{a}{n}} \left[ \frac{v}{v_c} \right]^{-(k+a)} \left| \left[ \frac{v}{v_c} \right]^n + \left[ \frac{v}{v_c} \right]^{-n} \right|^{\frac{a}{n}} \quad (15)$$

$$F(v) = 2a \left[ \frac{v}{v_c} \right]^{-n} \left| \left[ \frac{v}{v_c} \right]^n + \left[ \frac{v}{v_c} \right]^{-n} \right|^{-1} \quad (16)$$

式中： $A、B、C、D、E$  和  $k、a、n$  为给定的物态方程的系数， $p_c、v_c$  为等熵线的参考点状态。容易导出，这两种物态方程对应的沿等熵线声速

HOM 方程

$$c^2 = -0.01 v p_s [B + 2C \ln v + 3D (\ln v)^2 + 4E (\ln v)^3] \quad (17)$$

Davis 方程

$$c^2 = v p_s \left[ k + F(v) + \frac{2a - F(v)}{k - 1 + F(v)} \frac{nF(v)}{a} \right] \quad (18)$$

(17) 式中  $c$  的单位是  $\text{km/s}$ 。上面二式中的方括号部分(或其绝对值)相当于产物流动的等熵指数  $\gamma$ ，不过在这里并不是常数。图 3 为假设具有共同 CJ 点的上述四种物态方程形式下，计算的 PBX-9404 炸药爆轰产物沿等熵线的压力及声速平方与比容的关系。计算中，PBX-9404 炸药爆轰产物的  $\gamma$  律方程、(5) 式、(22) ~ (23) 式的有关系数分别为： $\rho_0 = 1.852 \text{g/cm}^3$ ， $\gamma = 2.99$ ， $p_J = 35.6 \text{GPa}$ ， $v_J = 0.405 \text{cm}^3/\text{g}$ ；

$A = 854.5 \text{GPa}$ ， $B = 20.493 \text{GPa}$ ， $C = 0.75 \text{GPa}$ ， $R_1 = 4.6$ ， $R_2 = 1.35$ ， $\omega = 0.25$ ； $A = -3.539063$ ， $B = -2.577376$ ， $C = 0.2600754$ ， $D = 0.01390836$ ， $E = -0.01139630$ ； $k = 1.3$ ， $a = 0.8067$ ， $n = 1.447$ ， $p_c = 3.376 \text{GPa}$ ， $v_c = 0.8727 \text{cm}^3/\text{g}$ 。声速  $c$  的单位是  $\text{km/s}$ ，压力  $p$  的单位是  $\text{GPa}$ 。

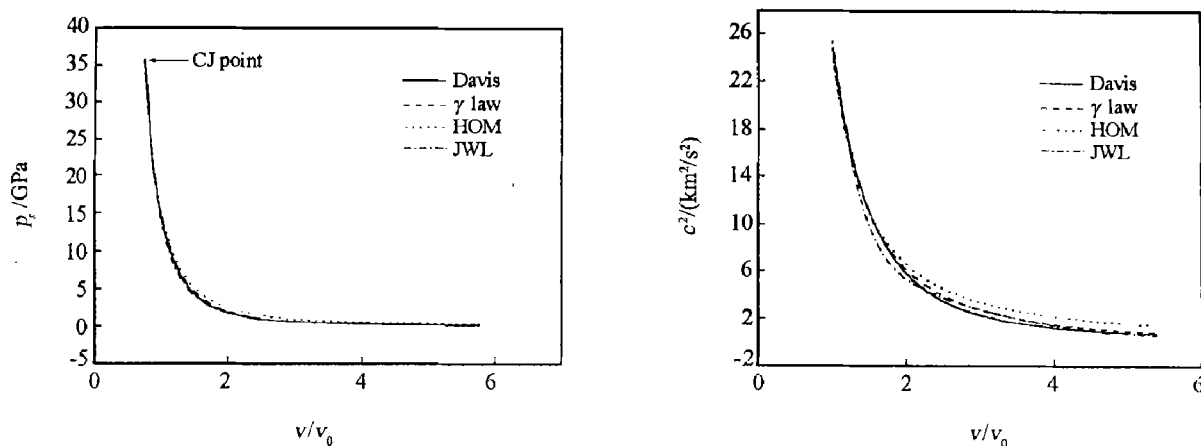


图 3 四种物态方程下 PBX-9404 炸药爆轰产物的等熵线和声速曲线

Fig. 3 The isentrope and sound speed of PBX-9404 detonation products

四种物态方程的结果大致相近，他们之间的差异只涉及爆轰驱动的较精确的计算，如 W. Fickett 等<sup>[9]</sup>所指仅是 10% 之内的调整。应当注意，完全物态方程通过比内能的关系描述了偏离等熵线的一般状态，在爆轰的数值模拟中不能仅仅使用产物的等熵线，应当设法确定比较正确的产物能量物态方程<sup>[11]</sup>。这里重要的一步是确定等熵线上的比内能关系。

很多种爆轰产物和惰性介质的物态方程可以统一表示为

$$p = a(\bar{v}) + b(\bar{v})e \quad (19)$$

例如三维计算编码 LS-DYNA 的爆轰产物物态方程 JWL、SACK 和 JWLb 和 Gruneisen 方程等，都可写成 (19) 式的形式。为了确定声速，先要从 (19) 式求出等熵线  $p_s(v)$ 。根据热力学公式  $p_s = -(\partial e / \partial v)_s$ ，(19) 式就是确定等熵线  $e_s(v)$  的微分方程，其定解条件是此等熵线经过给定的参考点  $c$  (对爆轰产物通常是 CJ 点)，即  $\bar{v} = \bar{v}_c$  时， $p = p_c$ 。积分可得

$$e_s(\bar{v}) = \exp \left[ - \int_{\bar{v}_c}^{\bar{v}} v_0 b(\bar{v}) d\bar{v} \right] \int_{\bar{v}_c}^{\bar{v}} v_0 a(\bar{v}) \exp \left[ \int_{\bar{v}_c}^{\bar{v}} v_0 b(\bar{v}) d\bar{v} \right] d\bar{v} + \frac{p_c - a(\bar{v}_c)}{b(\bar{v}_c)} \exp \left[ - \int_{\bar{v}_c}^{\bar{v}} v_0 b(\bar{v}) d\bar{v} \right] \quad (20)$$

这类方程(如JWL方程、系数  $\Gamma$ 为常数的Gruneisen方程)的特点是  $b(\bar{v}) = \Gamma(v_0\bar{v})$ , (20)式可写为

$$e_s(\bar{v}) = v_0^{-\Gamma} \int_{\bar{v}}^{\bar{v}_c} v_0 \bar{v}^{-\Gamma} a(\bar{v}) d\bar{v} + \frac{p_c - a(\bar{v}_c)}{b(\bar{v}_c)} \left[ \frac{\bar{v}}{\bar{v}_c} \right]^{-\Gamma} \quad (21)$$

代入(19)式可得等熵线上的压力

$$p_s(\bar{v}) = a(\bar{v}) + b(\bar{v})e_s(\bar{v}) \quad (22)$$

继续求导可得等熵线上的声速

$$c^2 = -v_0 \bar{v}^{-2} \frac{dp_s}{d\bar{v}} = v_0 \bar{v}^{-2} \left[ ab + \left[ b^2 - \frac{db}{d\bar{v}} \right] e_s - \frac{da}{d\bar{v}} \right] \quad (23)$$

以及等熵指数  $\gamma$  的表达式

$$\gamma = \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right]_s = \frac{c^2}{pv} = \frac{\bar{v}}{a + be_s} \left[ ab + \left[ b^2 - \frac{db}{d\bar{v}} \right] e_s - \frac{da}{d\bar{v}} \right] \quad (24)$$

四种炸药爆轰产物的  $\gamma-v/v_0$  关系如图 4 所示。由此可知,一般物态方程形式下的爆轰产物或惰性介质的理想一维等熵流动,均可以进行解析研究。这些解析解或其数值结果可进一步用于爆轰产物飞散、爆轰驱动、稀疏波传播和层裂等应用问题的计算,尤其是他们作为产物或惰性介质一维等熵流动的严格理论结果,可为一维数值模拟编码的计算提供正确有效的校核手段。(24)式的一个可能的用途是,依据设定的  $\gamma(\bar{v})$  函数确定物态方程中  $a(\bar{v})$ 、 $b(\bar{v})$  应满足的条件,得到相关的等熵线和完全物态方程。

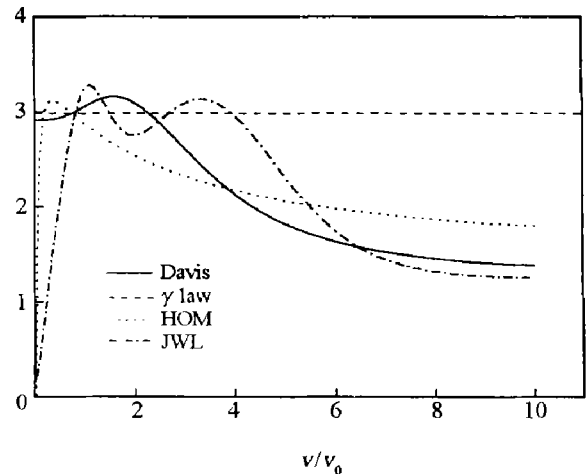


图 4 四种物态方程下 PBX-9404 炸药爆轰产物的等熵指数与比容的关系曲线

Fig.4 Isentropic index  $\gamma$  versus  $v/v_0$  of PBX-9404 detonation products

## 参考文献:

- [1] Taylor G I. The dynamics of the combustion products behind plane and spherical detonation fronts in explosives[J]. Proc Roy Soc A, 1950, 200: 235-247.
- [2] Stanukovich K P. Unsteady motions of continua media (in Russian)[M]. Москва: ГИТЛ, 1955.
- [3] Cheret R, Verdes G. Divergent spherical detonation waves in a solid explosive[A]. Jacobs S J. Proc of the Fifth Symp (Int) on Detonation[C]. Virginia: Office of Naval Research, 1970: 31-39.
- [4] ZHAO Feng, SUN Cheng-wei, Chen Pei-qi. The flow of products behind the diverging detonation front[A]. Proc of 17th Int Pyro Seminar with 2nd ISPE[C]. Beijing, China: BIT, 1991: 931-936.
- [5] 孙承纬. 自持的和活塞驱动的散心爆轰波[J]. 爆炸与冲击, 1987, 7(1): 15-26.  
SUN Cheng-wei. Self-supported and piston-driven divergent detonation waves[J]. Explosion and Shock Waves, 1987, 17(1): 15-26.
- [6] Jones J. The spherical detonation[J]. Adv Appl Math, 1991, 12: 147-186.
- [7] Bukiet B G. Computation of a diverging Comp-B detonation[A]. Lee E L. Proc of the Ninth Symp (Int) on Detonation [C]. Oregon: Office of Naval Research, 1989: 751-756.
- [8] Davis W C. Equation of state for detonation products[A]. Short J M. Proc of the Eleventh Int Symp on Detonation[C]. Colorado: Naval Surface Warfare Center, 1998: 303-308.
- [9] Fickett W, Davis W C. Detonation[M]. Berkeley: University of California Press, 1979.
- [10] 汤文辉, 张若棋. 物态方程理论及计算概论[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999.
- [11] Davis W C. Complete equation of state for unreacted solid explosive[J]. Combustion and Flame, 2000, 120: 339-403.

## One dimensional isentropic flow of detonation products with general equation of state

SUN Cheng-wei<sup>\*</sup>, ZHAO Feng, WEN Shang-gang, CHEN Jun  
(*Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics,  
Mianyang 621900, Sichuan, China*)

**Abstract:** The one dimensional isentropic flow of detonation products behind CJ front in planar, cylindrical and spherical geometries and with general forms of equation of state (EOS) is considered in this paper, where approximate solutions to the self-similar flow equations in both Eulerian and Lagrangian coordinates are determined and found to be in agreement with the experimental data reasonably. In order to employ the theory mentioned above, the isentropics and the sound speed curves for four forms of detonation products' EOS ( $\gamma$ -law, JWL, HOM and W.C.Davis proposed one) have been calculated. In addition the expression of specific internal energy for inert media as well as the products along the isentropic in general cases is derived. The slight difference among the four isentropics implies that it is insufficient for us to use solely the products' isentropics in numerical simulations of detonation, a proper energetic EOS for detonation products is equally important. The theoretical results here can be employed as an effective method to verify the 1-D numerical simulations for detonation products flow fields.

**Key words:** fluid mechanics; one dimensional isentropic flow; equation of state; detonation products; detonation

---

\* Corresponding author: SUN Cheng-wei