

文章编号: 1001-1455(2003)06-0551-10

粘弹性地基钢板爆炸焊接的计算模型^{*}

陈健美^{1,2}, 周卓夫³, 张新明², 唐建国²

(1. 湖南城市学院土木工程系, 湖南 益阳 413000;

2. 中南大学材料科学与工程学院, 湖南 长沙 410083;

3. 长沙通信职业技术学院数学系, 湖南 长沙 410015)

摘要: 提出了一个钢坯爆炸焊接的计算模型。模型的数学表达式表明了振型函数、广义坐标及其频率与钢坯力学性能、土基力学性能和钢坯尺寸的具体关系。通过挠度的解析表达式, 可获得这种爆炸加工的动态响应特性, 为工程实践中优化参数和动态分析提供了有效工具。

关键词: 爆炸力学; 计算模型; 爆炸焊接; 钢坯; 梁机械振动

中图分类号: O347.3 国标学科代码: 130°3599 文献标志码: A

1 引言

在诸多复层钢材的生产方法中, 采用连铸钢坯, 通过爆炸焊接包覆一层特殊金属材料, 预制复层钢材坯件, 然后通过轧制生产复合板、复合带, 即爆炸焊接-轧制法, 是一种行之有效的方法。这种方法的优点在于对轧制设备的要求不特别高, 界面结合质量好, 钢坯可采用廉价的连铸坯, 待包覆的金属板较厚, 不像其它方法, 如室温-固相烧结法等, 需要使用成品钢带以及严格的表面处理程序。这种方法用来生产多种规格的板和带, 继而可焊接出不同尺寸的复合管。

但是, 预制大型复合钢坯是一个复杂的结构, 受爆炸冲击、应力波作用以及土-结构相互作用问题。我们在实践中曾遇到过特长连铸坯双面爆炸焊接的断裂问题。特别是连铸坯的爆炸焊接, 由于本身的冲击韧性低, 随着坯件尺寸加大, 炸药量增多, 工艺要求更严。因此, 解决这个复杂的动力学问题, 需要先进的计算模型指导工程实践。

2 计算模型

2.1 地基模型

大型复层钢坯爆炸焊接加工过程中, 基坯都是置于土基之上的。从工程实用的观点出发, 是需要对土基夯实的。多次爆炸焊接的结果, 相应于对土基循环加载, 可以将复杂的循环加载过程分解为初次加载与再次加载两种过程^[1]。

初次加载包括从开始加载到某个最大应力状态, 从前一个循环过程中的最大应力状态到后一个循环过程中更大的应力状态。这里强调土基夯实的重要性, 初次加载过程中, 土质材料的屈服及塑性流动假设已经达到最大应力状态。再次加载过程包括卸载与重新加载直到前最大应力状态, 土介质的本构特性可以简单地采用线弹性模型来近似^[2~5]。在这样的条件下, 钢坯被看成是置于粘弹性基础之上的。梁的下板面受方向向上的力为

$$q' = K_1 w - K_2 \frac{\partial w}{\partial x^2} + K_3 \frac{dw}{dt} \quad (1)$$

式中: K_1 为土基弹性系数; K_2 为与挠度有关的土基弹性系数; K_3 为土基阻尼系数; w 与 x 的意义如图 1 所示; t 为爆炸加载后的时间。

* 收稿日期: 2002-09-02; 修回日期: 2003-02-09

作者简介: 陈健美(1957—), 男, 博士研究生, 高级工程师。

2.2 压力波模型

爆炸冲击波作用的实际情况是,炸药爆炸的爆轰波作用于与之相贴的缓冲材料上,通过这种传质再作用于金属板上,共同获得能量和动量加速撞击基坯。这种撞击并非正碰撞,而是有碰撞角的斜向碰撞。撞击过程是复杂的,对基坯的作用在时间和空间上表现为波动现象,这已为大量实验资料所证实^[6~7]。

尽管压力波很复杂,对基坯既有纵向作用,又有横向作用,但经典机械振动理论指出,在线弹性的条件下,平面刚架结构中采用的单元的动力性质将是承受轴向激振力而作纵向振动的杆和承受横向激振力而作横向振动的梁这两种性质的综合,这两种性质是可以简单叠加的,即它们之间是不相耦合的^[8]。

考虑到基坯两端是自由的,轴向力不会引起像梁两端固定那样的振动失稳,因此,本文的讨论限于激振力是横向作用的梁振动。因此,基坯上承受的压力波可近似地用一指数函数来表示^[9]

$$p = p_m e^{-t/\theta_m} \quad (2)$$

式中: p_m 为压力波波头的最大峰值压力; t 为时间; θ_m 为指数衰减的时间参数。

上述波的函数形式只能近似地符合冲击波,仅为使用起来方便。实际上,压力波驻点作用的驰豫时间很短,为微秒量级,其波形还受复板和缓冲层的影响。这个波的函数表示作用于基坯上某点的压力随时间的变化情况,它是沿基坯以一定的速度 v 随炸药爆轰波方向运动的,这样的时空关系在数学上可通过 δ 函数来表示。这里采用的压力模型的数学表述

$$F(x, t) = p_m e^{-t/\theta_m} \delta(x - (c \pm vt)) \quad (3)$$

式中: $F(x, t)$ 是作用于基坯上的冲击波载荷; c 为起爆点位置坐标; v 为压力波传播速度。

受弯构件上的爆炸冲击荷载还可采用等效初始峰值三角形荷载函数表示

$$F(x, t) = p_m (1 - t/T_0) \quad (4)$$

式中: T_0 为等效初始峰值三角形荷载函数的周期。

2.3 爆炸焊接复合坯的力学模型

爆炸焊接有许多方法,如平行复合法、小倾角法、对称复合法等,大型板坯爆炸复合一般都采用平行复合法。起爆方法的种类及其爆轰波阵面形状决定着最终结合界面波纹的形态分布和对基坯的加载方式。假设采用的是线状波起爆,波阵面是直线,沿轴向扫过基坯。这样,可取基坯的单位宽度,结构简化为两端自由的置于土基上的梁结构。前已述及,复板对基坯的撞击呈小倾角,也即梁承受有激振力的轴向分量。基坯受激运动归结为弹性体振动问题,即简化为梁的弯曲振动及梁振动在横向冲击

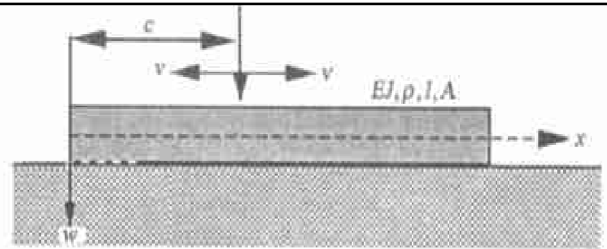


图1 梁受冲击荷载作用示意图

Fig.1 Schematic diagram of the girder with impact loading

波激振条件下的动态响应问题。问题的提法如下:两端自由的均匀梁,置于弹性地基上,梁上某处 $x = c$ 突然起爆呈线状波爆轰的炸药,使梁上承受从 $x = c$ 位置开始以速度 v 传播的压力波。同时,复合板呈“铺地毯”似地焊接一层金属,求梁的动态响应。如图1所示,这个过程中,梁的上表面受力为

$$p(x, t) = -\rho' h' \frac{d^2 w}{dt^2} (u(x - (c - vt)) - u(x - (c + vt))) + p_m (1 - t/T_0) \delta(x - (c \pm vt)) \quad (5)$$

$u(x)$ 、 $\delta(x)$ 分别为海维赛德(Heaviside)和狄拉克(Dirac)函数; ρ' 、 h' 分别为包复层密度和厚度。

2.3.1 梁的横向振动微分方程

当考虑梁单元的转动惯量、剪切变形、地基反力及包复层附加质量影响时,梁的横向振动的微分方程为^[8]

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho J \left[1 + \frac{E}{K_f G} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = q + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{EJ}{K_f GA} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad (6a)$$

式(6a)中, 左边第三项、第四项分别表达了转动惯量和剪切变形的影响; 右边项为梁的上下侧的表面力项, 即 $q = p(x, t) - q'(x, t)$ 。

因此, 梁的横向振动的具体微分方程为

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho J \left[1 + \frac{E}{K_f G} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^2 w}{\partial t^4} = q + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{EJ}{K_f GA} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \\ = - \left[K_1 w - K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_3 \frac{\partial w}{\partial t} \right] + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \left[K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t^2} + K_3 \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} \right] - \\ \frac{EJ}{K_f GA} \left[K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + K_3 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right] + p + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{EJ}{K_f GA} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (6b)$$

为采用分离变量法求解方程, 将地基阻尼项(含 K_3 项)保留在方程的右边, 其余各项移至左边, 即动力方程为

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho J \left[1 + \frac{E}{K_f G} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^2 w}{\partial t^4} + K_1 w - K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \\ \frac{\rho^2 J}{K_f G} \left[K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t^2} \right] + \frac{EJ}{K_f GA} \left[K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right] \\ = - K_3 \left[\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} - \frac{EJ}{K_f GA} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right] + p + \frac{\rho^2 J}{K_f G} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{EJ}{K_f GA} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (7)$$

式中: ρ 为梁的单位体积质量; J 为横截面对中心主轴的惯性矩; A 为梁的横截面积; K_f 为决定截面形状的常数; E 为梁的弹性模量; K 为土基的弹性系数; G 为剪切弹性模量。

2.3.2 边界条件和初始条件

自由端边界条件: 自由端边界条件是弯矩与剪力等于零, 即

$$EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0, \quad EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0, \quad EJ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_{x=0} = 0, \quad EJ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = 0 \quad (8)$$

$$\text{初始条件} \quad w(x, 0) = 0, \quad w'(x, 0) = 0 \quad (9)$$

2.3.3 固有频率和主振型

梁自由弯曲振动的解可通过分离变量法求得, 令式(7)的齐次方程的解为 $w(x, t) = W(x)T(t)$, 代入方程后得

$$\left[EJ - EJK_2/(K_f GA) \right] \overset{\dots}{W} + \left[EJK_1/(K_f GA) - K_2 \right] \overset{\dots}{W} + K_1 W + \left\{ \rho A - \rho^2 JK_1/(K_f G) \right\} W + \\ \left[\rho^2 JK_2/(K_f G) - \rho J(1 + E/(K_f G)) \right] \overset{\dots}{W} \} (T''/T) + \rho^2 J/(K_f G) W (T'''/T) = 0 \quad (10)$$

由此得分离变量方程

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[EJ - EJK_2/(K_f GA) \right] \overset{\dots}{W} + \left\{ [EJK_1/(K_f GA) - K_2] - \right. \\ & \left. \left[\rho^2 JK_2/(K_f G) - \rho J[1 + E/(K_f G)] \right] \right\} \overset{\dots}{\omega} \overset{\dots}{W} + \\ & \left\{ K_1 - \left[\rho A - \rho^2 JK_1/(K_f G) \right] \right\} \overset{\dots}{\omega} + \rho^2 J/(K_f G) \overset{\dots}{\omega} \overset{\dots}{W} = 0 \\ & T'' + \overset{\dots}{\omega} T = 0 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\text{令} \quad \left\{ \begin{aligned} f &= [EJ - EJK_2/(K_f GA)] \\ C_1 &= [EJK_1/(K_f GA) - K_2] - \left\{ \rho^2 JK_2/(K_f G) - \rho J[1 + E/(K_f G)] \right\} \overset{\dots}{\omega} \\ C_2 &= \left\{ K_1 - \left[\rho A - \rho^2 JK_1/(K_f G) \right] \right\} \overset{\dots}{\omega} + \rho^2 J/(K_f G) \overset{\dots}{\omega} \end{aligned} \right.$$

ω 为角频率。

第一个方程的解为

$$W(x) = A \operatorname{ch}(\alpha_0 x) + B \operatorname{sh}(\alpha_0 x) + C \cos(\beta_0 x) + D \sin(\beta_0 x) \quad (12)$$

$$\text{式中: } \alpha_0 = (\omega \sqrt{2}) \sqrt{(-C_1 + \sqrt{C_1^2 - 4fC_2})/(\overset{\dots}{\omega} f^{1/2})}, \quad \beta_0 = (\omega \sqrt{2}) \sqrt{(C_1 + \sqrt{C_1^2 - 4fC_2})/(\overset{\dots}{\omega} f^{1/2})}$$

第二个方程的解为

$$T(t) = a_1 \sin(\varphi) + a_2 \cos(\varphi) \quad (13)$$

中: a_1 和 a_2 为振型函数的振幅。

式(10)是振型函数的控制方程, 相应的主振型需由端点条件式(6a)来确定, 通过运算可得

$$\begin{cases} A - C = 0 \\ B - D = 0 \\ \alpha_{02}(A \operatorname{ch}(bl) + B \operatorname{sh}(bl)) - \beta_{02}(C \cos(bl) + D \sin(bl)) = 0 \\ \alpha_{03}(A \operatorname{sh}(bl) + B \operatorname{ch}(bl)) + \beta_{03}(C \sin(bl) - D \cos(bl)) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

A, B, C 与 D 具有非零解的条件为

$$\begin{vmatrix} \alpha_{02} \operatorname{ch}(bl) - \beta_{02} \cos(bl) & \alpha_{02} \operatorname{sh}(bl) - \beta_{02} \sin(bl) \\ \alpha_{03} \operatorname{sh}(bl) + \beta_{03} \sin(bl) & \alpha_{03} \operatorname{ch}(bl) - \beta_{03} \cos(bl) \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

得频率方程

$$1 + (\alpha_0/\beta_0)^5 - (\alpha_0/\beta_0)^2 [1 + \alpha_0/\beta_0] \operatorname{ch}(bl) \cos(bl) - (\alpha_0/\beta_0)^2 [1 - \alpha_0/\beta_0] \operatorname{sh}(bl) \sin(bl) = 0 \quad (16)$$

这个超越方程有无穷个零点根 $\lambda_i (i=1, 2, \dots)$, 当 $\beta_0=0$ 时, 梁作刚体运动, 这对应着 $\beta_0=0$, 即 $p_0^2 = K/(\rho A)$ 。表 1 是由给定的条件算得的 β_i 值, 其拟合式为 $\beta_i l \approx (i + 1/2)\pi, i \geq 1$ 。

表 1 在给定条件下频率方程的一些根的 β_i 值

Table 1 Some β_i values of the frequency equation with giving conditions

i	0	1	2	3	4	5	...
$\beta_i l$	0	4.730	7.853	10.996	14.137	17.279	...

由(14)式可求得

$$A_i = C_i, \quad B_i = D_i, \quad \frac{B_i}{A_i} = \frac{\operatorname{ch}(\beta_i l) - \cos(\beta_i l)}{\operatorname{sh}(\beta_i l) - \sin(\beta_i l)} = -\frac{\operatorname{sh}(\beta_i l) + \sin(\beta_i l)}{\operatorname{ch}(\beta_i l) - \cos(\beta_i l)} = \gamma_i \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

从而得到相应的振型函数为

$$Y_i(x) = \operatorname{ch}(\beta_i x) + \cos(\beta_i x) + \gamma_i (\operatorname{sh}(\beta_i x) + \sin(\beta_i x)) \quad (17)$$

由分离变量法得到固有频率表达式为

$$\begin{cases} p_0 = \sqrt{K/\rho A} \\ p_i = \sqrt{(\beta_i^4 EJ + K)/(\rho A)} \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

式中: p_0 对应着刚体模态; $p_i (i=1, 2, \dots)$ 对应着变形固有模态。

图 2 是通过数值计算得到的各主振型的函数图形。可见, 为奇数的图形关于中轴对称; 为偶数的图形反对称。频率越高, 节点越密, 因此当坏件越短, 频率越高时, 应考虑转动惯量和剪切变形影响项。反之, 可忽略。

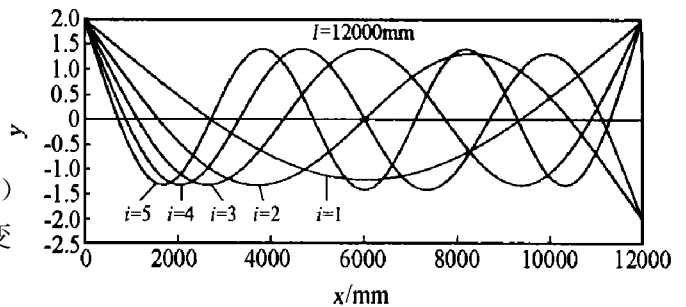


图 2 第 1~5 个振型函数的图形

Fig.2 The figures of first to fifth vibration function

3 梁弯曲振动的动态响应

3.1 主振型叠加法

设激振力为
$$F(x, t) = \begin{cases} p_m e^{t/\theta_m} \delta(x - (c + vt)) & 0 \leq x \leq c \\ p_m e^{t/\theta_m} \delta(x + (c + vt)) & c \leq x \leq l \end{cases} \quad (19)$$

梁的挠度可表示为振型函数的级数

$$y(x, t) = \sum_i Y_i(x) q_i(t) \quad (20)$$

将式(20)代入式(6a), 得

$$\sum_i EJ Y_i''''(x) q_i + \sum_i \rho A [K/(\rho A q_i) + \ddot{q}_i] Y_i(x) = F(x, t) \quad (21)$$

用 $Y_j(x) (j \neq i)$ 乘式(21), 并在全长进行积分, 考虑到振型函数的正交关系, 可得广义坐标 q_i 的下列运动微分方程

$$\ddot{q}_i + 2\zeta p_i \dot{q}_i + p_i^2 q_i = \frac{Q_i}{M_i} = \frac{1}{M_i} \int_0^l F(x, t) Y_i(x) dx \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

式中： M_i 称为第*i*阶振型的广义质量

$$\begin{aligned} M_0 &= \int_0^l \rho A Y_0^2(x) dx = 4 \rho A l \\ M_i &= \int_0^l \rho A Y_i^2(x) dx = \int_0^l \rho A (\operatorname{ch}(\beta_i x) + \cos(\beta_i x) + \gamma_i (\operatorname{sh}(\beta_i x) + \sin(\beta_i x)))^2 dx \\ &= \rho A \left(l + \frac{1}{4\beta_i} (\operatorname{sh}(2\beta_i l) + \sin(2\beta_i l)) + \frac{1}{\beta_i} (\cos(\beta_i l) \operatorname{sh}(\beta_i l) + \operatorname{ch}(\beta_i l) \sin(\beta_i l)) + \right. \\ &\quad \left. \frac{\gamma_i}{\beta_i} (2\sin(\beta_i l) (\operatorname{sh}(\beta_i l) + \sin(\beta_i l)) + \operatorname{sh}^2(\beta_i l)) + \right. \\ &\quad \left. \frac{\gamma_i^2}{4\beta_i} (\operatorname{sh}(2\beta_i l) - \sin(2\beta_i l)) + \frac{\gamma_i^2}{\beta_i} (\operatorname{ch}(\beta_i l) \sin(\beta_i l) - \operatorname{sh}(\beta_i l) \cos(\beta_i l)) \right) \end{aligned} \quad (23)$$

故得到初始条件为零的梁的挠度为

$$y(x, t) = \sum_i Y_i(x) q_i(t) \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

$$q_i(t) = \begin{cases} \frac{1}{M_i (2\sqrt{\zeta^2 - 1} p_i)} \int_0^l \int_0^l F(x, \tau) Y_i(x) [e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) p_i (t - \tau)} - e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) p_i (t - \tau)}] dx d\tau & \zeta > 1 \\ \frac{1}{M_i} \int_0^l \int_0^l F(x, \tau) Y_i(x) (t - \tau) e^{-\zeta p_i (t - \tau)} dx d\tau & \zeta = 1 \\ \frac{1}{M_i \sqrt{1 - \zeta^2} p_i} \int_0^l \int_0^l F(x, \tau) Y_i(x) e^{-\zeta p_i (t - \tau)} \sin \sqrt{1 - \zeta^2} p_i (t - \tau) dx d\tau & \zeta < 1 \end{cases} \quad (25)$$

4 算例与讨论

4.1 端点起爆的钢坯爆炸焊接

钢坯可简化为均匀的粘弹性支承的梁，且限于讨论 $\zeta \leq 1$ 的情况，冲击荷载为

$$F(x, t) = -p_m e^{-t/\theta_m} \delta(x - vt) \quad 0 \leq t \leq l/v \quad (26)$$

对应于广义坐标 q_i 的广义力 Q_i 为

$$\begin{cases} Q_0 = - \int_0^l p_m e^{-t/\theta_m} \delta(x - vt) Y_0 dx = -2 p_m e^{-t/\theta_m} \\ Q_i = \int_0^l F(x, t) Y_i(x) dx = - \int_0^l p_m e^{-t/\theta_m} \delta(x - vt) Y_i(x) dx \\ = - p_m e^{-t/\theta_m} ((\operatorname{ch}(\varphi t) + \cos(\varphi t)) + \gamma_i (\operatorname{sh}(\varphi t) + \sin(\varphi t))) \end{cases} \quad (27)$$

上述方程对应于零初始条件的解为

$$\begin{aligned} q_0(t) &= - \left[\frac{p_m q_0}{4 \rho A l q_0^2} \right] \cdot 2 \int_0^{\mu'} e^{-\zeta/\theta_m p_0 \zeta (t - \tau)} \sin q_0(t - \tau) d\tau = - \left[\frac{p_m q_0}{4 \rho A l q_0^2} \right] \cdot 2 \theta_m^2 e^{-p_0 \zeta t} \cdot \\ &\quad \left[\frac{-e^{-(1/\theta_m - p_0 \zeta) \mu'} ((1/\theta_m - p_0 \zeta) \sin(q_0(t - \mu)) - q_0 \cos(q_0(t - \mu)))}{(1 - \theta_m p_0 \zeta)^2 + \theta_m^2 q_0^2} + \right. \\ &\quad \left. \frac{((1/\theta_m - p_0 \zeta) \sin(q_0 t) - q_0 \cos(q_0 t))}{(1 - \theta_m p_0 \zeta)^2 + \theta_m^2 q_0^2} \right] \\ q_i(t) &= - \frac{p_m q_i}{M_i q_i^2} \int_0^{\mu} e^{-\tau/\theta_m} e^{-p_i \zeta (t - \tau)} ((\operatorname{ch}(\varphi \tau) + \cos(\varphi \tau)) + \gamma_i (\operatorname{sh}(\varphi \tau) + \sin(\varphi \tau))) \sin(q_i(t - \tau)) d\tau \\ &= - \left[\frac{p_m q_i}{M_i q_i^2} \right] \cdot (\theta_m^2/2) \{ e^{-p_i \zeta t} \cdot \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
& - \frac{e^{-(1/\theta_m - p_i \zeta)\mu} ((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t + (\varphi - q_i)\mu) + (\varphi - q_i) \cos(q_i t + (\varphi - q_i)\mu))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi - q_i)^2} + \\
& \frac{((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t) + (\varphi - q_i) \cos(q_i t))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi - q_i)^2} + \\
& \frac{e^{-(1/\theta_m - p_i \zeta)\mu} ((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t - (\varphi + q_i)\mu) + (\varphi + q_i) \cos(q_i t - (\varphi + q_i)\mu))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi + q_i)^2} - \\
& \frac{((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t) + (\varphi + q_i) \cos(q_i t))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi + q_i)^2} + \\
& \frac{e^{(\varphi - (1/\theta_m - p_i \zeta))\mu} ((\varphi - (1/\theta_m - p_i \zeta)) \sin(q_i (t - \mu)) + q_i \cos(q_i (t - \mu)))}{(\theta_m \varphi - (1 - \theta_m p_i \zeta))^2 + \theta_m^2 q_i^2} - \\
& \frac{((\varphi - (1/\theta_m - p_i \zeta)) \sin(q_i t) + q_i \cos(q_i t))}{(\theta_m \varphi - (1 - \theta_m p_i \zeta))^2 + \theta_m^2 q_i^2} + \\
& \frac{e^{-(\varphi + 1/\theta_m - p_i \zeta)\mu} (-(\varphi + (1/\theta_m - p_i \zeta)) \sin(q_i (t - \mu)) + q_i \cos(q_i (t - \mu)))}{(\theta_m \varphi + (1 - \theta_m p_i \zeta))^2 + \theta_m^2 q_i^2} - \\
& \frac{(-(\varphi + (1/\theta_m - p_i \zeta)) \sin(q_i t) + q_i \cos(q_i t))}{(\theta_m \varphi + (1 - \theta_m p_i \zeta))^2 + \theta_m^2 q_i^2}
\end{aligned} \right\} +$$

$\gamma_i e^{-p_i \zeta} \circ$

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{e^{(\varphi - (1/\theta_m - p_0 \zeta))\mu} ((\varphi - (1/\theta_m - p_0 \zeta)) \sin(a_i (t - \mu)) + a_i \cos(a_i (t - \mu)))}{(\theta_m \varphi - (1 - \theta_m p_0 \zeta))^2 + \theta_m^2 a_i^2} - \\
& \frac{((\varphi - (1/\theta_m - p_0 \zeta)) \sin(q_i t) + p_0 \cos(q_i t))}{(\theta_m \varphi - (1 - \theta_m p_0 \zeta))^2 + \theta_m^2 q_i^2} - \\
& \frac{e^{-(\varphi + 1/\theta_m - p_0 \zeta)\mu} (-(\varphi + (1/\theta_m - p_0 \zeta)) \sin(q_i (t - \mu)) + q_i \cos(q_i (t - \mu)))}{(\theta_m \varphi + (1 - \theta_m p_0 \zeta))^2 + \theta_m^2 q_i^2} + \\
& \frac{(-(\varphi + (1/\theta_m - p_0 \zeta)) \sin(q_i t) + q_i \cos(q_i t))}{(\theta_m \varphi + (1 - \theta_m p_0 \zeta))^2 + \theta_m^2 q_i^2}
\end{aligned} \right\} +$$

$$\left. \begin{aligned}
& - e^{-(1/\theta_m - p_i \zeta)\mu} \left\{ \frac{(\varphi - q_i) \sin(q_i t + (\varphi - q_i)\mu)}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi - q_i)^2} - \right. \\
& \left. \frac{(1/\theta_m - p_i \zeta) \cos(q_i t + (\varphi - q_i)\mu)}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi - q_i)^2} \right\} + \\
& \frac{((\varphi - q_i) \sin(q_i t) - (1/\theta_m - p_i \zeta) \cos(q_i t))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi - q_i)^2} - \\
& e^{-(1/\theta_m - p_i \zeta)\mu} \left\{ \frac{(\varphi + q_i) \sin(q_i t - (\varphi + q_i)\mu)}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi + q_i)^2} - \right. \\
& \left. \frac{(1/\theta_m - p_i \zeta) \cos(q_i t - (\varphi + q_i)\mu)}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi + q_i)^2} \right\} + \\
& \frac{((\varphi + q_i) \sin(q_i t) + (1/\theta_m - p_i \zeta) \cos(q_i t))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\varphi + q_i)^2}
\end{aligned} \right\} t \geq \mu \quad (28)$$

式中: $\varphi = \beta v$, $q_i = \sqrt{1 - \zeta^2} p_i$ 时序应分三段, 即 $0 \leq t \leq t_0$, $t_0 \leq t \leq l/v$, $t \geq l/v = \mu$, $F(x, t) = 0$ 。

考虑到 t_0 是微秒级, μ 是毫秒级, 这里仅给出梁的瞬态振动中 $t \geq \mu$ 之后的剩余振动, $t \leq \mu$ 时的振动, 只需在表达式中将 μ 换为 t 。

4.2 中点起爆的钢坯包复

此时, 冲击波的激振函数表示为

$$F(x, t) = -p_m e^{-\nu/\theta_m} \{ \mathfrak{F}[x - (\frac{l}{2} + vt)] + \mathfrak{F}[x - (\frac{l}{2} - vt)] \} \quad 0 \leq t \leq \frac{l}{2v}$$

广义力 Q_i 为

$$\begin{cases} Q_0 = -4p_m e^{-t/\theta_m} \\ Q_i = -\int_0^l p_m e^{-t/\theta_m} Y_i(x) \{ \delta(x - (\frac{l}{2} + vt)) + \delta(x - (\frac{l}{2} - vt)) \} dx \\ = -p_m e^{-t/\theta_m} \{ Y_i[\beta_i(\frac{l}{2} + vt)] + Y_i[\beta_i(\frac{l}{2} - vt)] \} \\ = -p_m e^{-t/\theta_m} \{ 2[\cos \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \sin \frac{\beta_i l}{2}] \cos(\omega t) + 2[\text{ch} \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \text{sh} \frac{\beta_i l}{2}] \text{ch}(\omega t) \} \end{cases}$$

上述方程(22)对应于零初始条件的解为

$$q_0(t) = - \left[\frac{p_m q_0}{4 \rho A l q_0^2} \right] \cdot 4 \int_0^{\mu'} e^{-\zeta/\theta_m} e^{-p_0 \zeta(t-\tau)} \sin(q_0(t-\tau)) d\tau$$

$$= - \left[\frac{p_m q_0}{4 \rho A l q_0^2} \right] \cdot \theta_m^2 e^{-p_0 \zeta t} \cdot \left\{ \frac{-e^{-(1/\theta_m - p_0 \zeta)\mu'} ((1/\theta_m - p_0 \zeta) \sin(q_0(t - \mu')) - q_0 \cos(q_0(t - \mu'))) + q_0 \cos(q_0(t - \mu'))}{(1 - \theta_m p_0 \zeta)^2 + \theta_m^2 q_0^2} + \frac{((1/\theta_m - p_0 \zeta) \sin(q_0 t) - q_0 \cos(q_0 t))}{(1 - \theta_m p_0 \zeta)^2 + \theta_m^2 q_0^2} \right\}$$

$$q_i(t) = - \left[\frac{p_m q_i}{M_i q_i^2} \right] \int_0^{\mu'} e^{-\tau/\theta_m} e^{-p_i \zeta(t-\tau)} (2(\cos \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \sin \frac{\beta_i l}{2}) \cos(\omega \tau) + 2(\text{ch} \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \text{sh} \frac{\beta_i l}{2}) \text{ch}(\omega \tau)) \cdot \sin(q_i(t-\tau)) d\tau = - \left[\frac{p_m q_i}{M_i q_i^2} \right] \theta_m^2 \cdot \{ (\cos \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \sin \frac{\beta_i l}{2}) e^{-p_i \zeta t} \cdot$$

$$\left[\frac{-e^{-(1/\theta_m - p_i \zeta)\mu'} ((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t + (\omega - q_i)\mu') + (\omega - q_i) \cos(q_i t + (\omega - q_i)\mu')) + (\omega - q_i) \cos(q_i t + (\omega - q_i)\mu')}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\omega - q_i)^2} + \frac{((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t) + (\omega - q_i) \cos(q_i t))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\omega - q_i)^2} + \frac{-e^{-(1/\theta_m - p_i \zeta)\mu'} ((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t - (\omega + q_i)\mu') - (\omega + q_i) \cos(q_i t - (\omega + q_i)\mu')) + (\omega + q_i) \cos(q_i t - (\omega + q_i)\mu')}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\omega + q_i)^2} + \frac{((1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t) - (\omega + q_i) \cos(q_i t))}{(1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 (\omega + q_i)^2} \right] +$$

$$(\text{ch} \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \text{sh} \frac{\beta_i l}{2}) e^{-p_i \zeta t} \cdot$$

$$\left\{ \frac{e^{(\omega - 1/\theta_m + p_i \zeta)\mu'} ((\omega - (1/\theta_m - p_i \zeta)) \sin(q_i(t - \mu')) + q_i \cos(q_i(t - \mu')))}{(\theta_m \omega - 1 + \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 q_i^2} - \frac{((\omega - (1/\theta_m - p_i \zeta)) \sin(q_i t) + q_i \cos(q_i t))}{(\theta_m \omega - 1 + \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 q_i^2} + \frac{e^{-(\omega + 1/\theta_m - p_i \zeta)\mu'} (-(\omega + 1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i(t - \mu')) + q_i \cos(q_i(t - \mu')))}{(\theta_m \omega + 1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 q_i^2} - \frac{(-(\omega + 1/\theta_m - p_i \zeta) \sin(q_i t) + q_i \cos(q_i t))}{(\theta_m \omega + 1 - \theta_m p_i \zeta)^2 + \theta_m^2 q_i^2} \right\} \quad t \geq \mu'$$

(29)

式(29)中, $\mu' = \mu/2 = l/2v$ 给出的是梁振动在 $t > \mu'$ 之后的剩余振动。

表达式(28)、(29)还可进一步简化。考虑到爆轰波作用时间短暂, 且是连续作用在复板上, 复板和基板的作用是个瞬时连续碰撞过程, 外荷载可简化为某个平均集中力扫过全梁, 即 $\bar{F} = -\bar{p} \delta(x-vt)$, $0 \leq t \leq l/v$ (端点起爆情形); $\bar{F} = -\bar{p} (\delta(x - (1/2 + vt)) + \delta(x - (1/2 - vt)))$, $0 \leq t \leq l/2v$ (中点起爆情形)。以下给出 $\zeta=0$ 时的算式。

端点起爆情形

$$\begin{aligned}
 q_0(t) &= - \left[\frac{\bar{p} p_0}{4 \rho A l p_0^2} \right] \cdot 2 \int_0^\mu \sin(p_0(t - \tau)) d\tau = - \left[\frac{\bar{p} p_0}{4 \rho A l p_0^2} \right] \cdot 2 (\cos(p_0(t - \mu)) - \cos(p_0 t)) \\
 q_i(t) &= - \left[\frac{\bar{p} p_i}{M_i p_i^2} \right] \int_0^\mu ((\operatorname{ch}(\omega \xi) + \cos(\omega \xi)) + \gamma_i (\operatorname{sh}(\omega \xi) + \sin(\omega \xi))) \sin(p_i(t - \xi)) d\xi = - \left[\frac{\bar{p} p_i}{M_i p_i^2} \right] \cdot \\
 &\left[\begin{aligned}
 &\left[\frac{1}{\alpha_i^2 - p_i^2} (\omega \sin(\omega \mu) \sin(p_i(t - \mu)) - p_i \cos(\omega \mu) \cos(p_i(t - \mu)) + p_i \cos(p_i t)) + \right. \\
 &\left. \frac{1}{\alpha_i^2 + p_i^2} (\omega \operatorname{sh}(\omega \mu) \sin(p_i(t - \mu)) + p_i \operatorname{ch}(\omega \mu) \cos(p_i(t - \mu)) - p_i \cos(p_i t)) \right] + \\
 &\gamma_i \left[\frac{1}{\alpha_i^2 + p_i^2} (\omega (\operatorname{ch}(\omega \mu) \sin(p_i(t - \mu)) - \sin(p_i t)) + p_i \operatorname{sh}(\omega \mu) \cos(p_i(t - \mu))) \right] + \\
 &\left[\frac{1}{\alpha_i^2 - p_i^2} (\omega \sin(p_i t) - \omega \cos(\omega \mu) \sin(p_i(t - \mu)) - p_i \sin(\omega \mu) \cos(p_i(t - \mu))) \right]
 \end{aligned} \right] t \geq \mu \quad (30)
 \end{aligned}$$

中点起爆情形

$$\begin{aligned}
 q_0(t) &= - \left[\frac{\bar{p} p_0}{4 \rho A l p_0^2} \right] \cdot 4 \int_0^{\mu'} \sin p_0(t - \xi) d\xi = - \left[\frac{\bar{p} p_0}{4 \rho A l p_0^2} \right] \cdot 4 (\cos(p_0(t - \mu')) - \cos(p_0 t)) \\
 q_i(t) &= - \left[\frac{\bar{p} p_i}{M_i p_i^2} \right] \cdot \\
 &\int_0^{\mu'} \left[2 \left(\cos \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \sin \frac{\beta_i l}{2} \right) \cos \omega \xi + 2 \left(\operatorname{ch} \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \operatorname{sh} \frac{\beta_i l}{2} \right) \operatorname{ch} \omega \xi \right] \sin p_i(t - \xi) d\xi = - \left[\frac{\bar{p} p_i}{M_i p_i^2} \right] \cdot \\
 &\left[\begin{aligned}
 &\frac{2 \left(\cos \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \sin \frac{\beta_i l}{2} \right)}{\alpha_i^2 - p_i^2} (\omega \sin \omega \mu' \sin p_i(t - \mu') - p_i \cos \omega \mu' \cos p_i(t - \mu') + p_i \cos p_i t) + \\
 &\frac{2 \left(\operatorname{ch} \frac{\beta_i l}{2} + \gamma_i \operatorname{sh} \frac{\beta_i l}{2} \right)}{\alpha_i^2 + p_i^2} (\omega \operatorname{sh} \omega \mu' \sin p_i(t - \mu') + p_i \operatorname{ch} \omega \mu' \cos p_i(t - \mu') - p_i \cos p_i t)
 \end{aligned} \right] t \geq \mu' \quad (31)
 \end{aligned}$$

在式(28)、(29)、(30)、(31)中,令 $\mu=t$ 或 $\mu'=t$ 就得到梁在时域 $0 \leq t \leq \mu$ 或 $0 \leq t \leq \mu'$ 的广义坐标及挠度的表达式。

当考虑摩擦时,(28)~(31)式中的自由振动项会迅速衰减。

为了说明本计算模型的实际意义,现对一工程实例进行运算和分析。在尺寸为 $150\text{mm} \times 150\text{mm} \times 150\text{mm}$ 的连铸钢坯上,双面爆炸焊接 3mm 厚的不锈钢00Cr17。材料和工况条件如表2所示。

表2 材料和爆炸焊接参数

Table 2 The parameters of materials and explosively working

l/m	\bar{p}/GPa	E/GPa	J/m^4	$v/(\text{m/s})$	K/GPa	σ_b/GPa
12	0.75	200	4.21875×10^{-5}	3000	0.4	0.35

在作梁的内力弯矩 $M = EJ_{y_{xx}}$ 的分析时,只需分析变形模态项。图3给出了 $t = \mu = 0.004\text{s}$ 或 $t = \mu' = 0.002\text{s}$ 时梁截面的变形分布和弯矩分布,下侧受拉。比较可见,端点起爆时的变形和弯矩最大值向起爆端靠拢,分布是不对称的,下侧受拉。中点起爆时,变形和弯矩分布是对称的,上侧受拉。当考虑对土基的压力时,应计及梁的刚体运动。对本文提出的模型进行详细的分析,留待专门的论述。

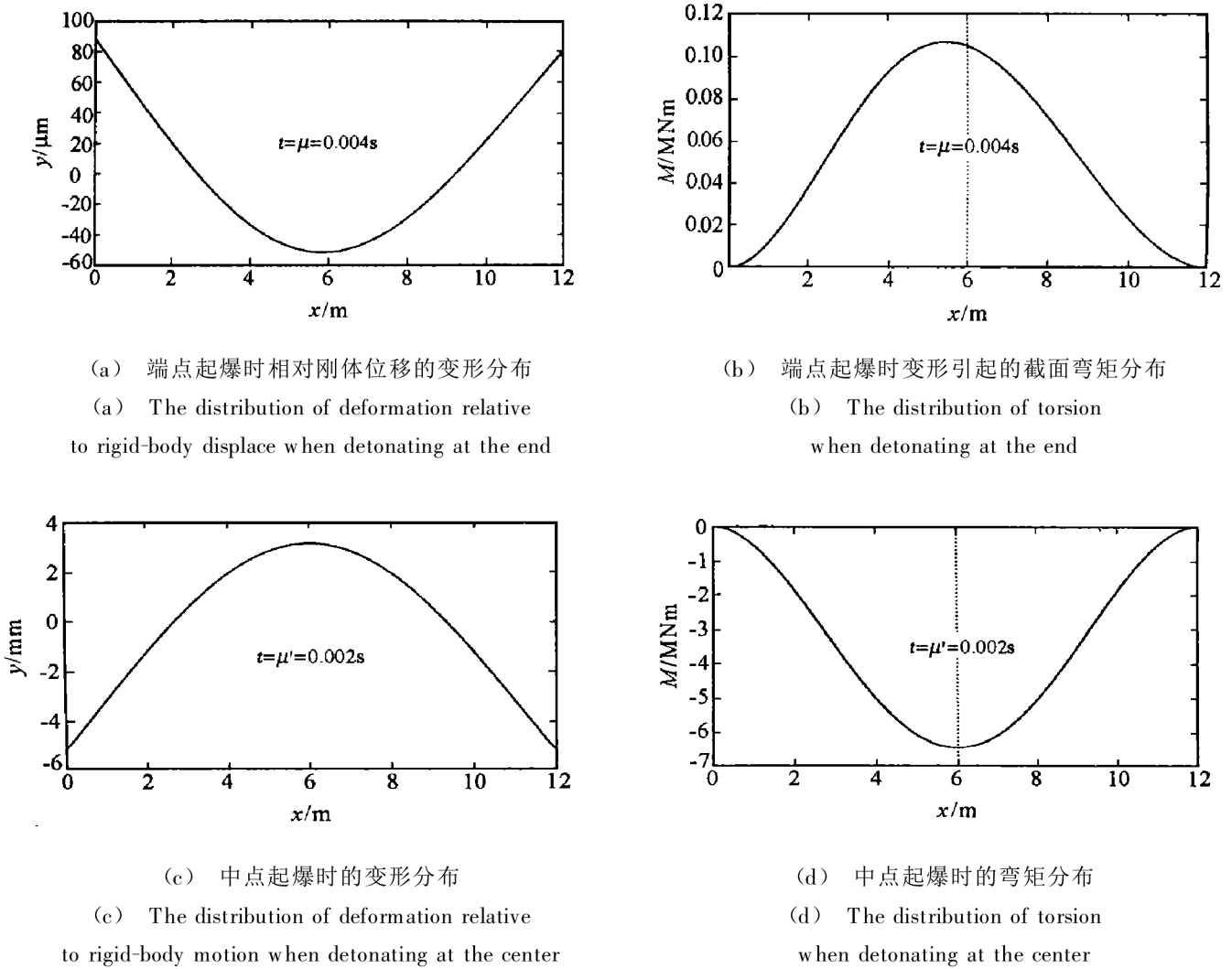


图 3 焊接终了时的“变形”挠度及弯矩分布

Fig.3 The distributions of deformation flexure and torsion as to the end of welding

5 结 论

(1) 在机械振动理论的基础上提出了一个钢坯爆炸焊接的解析计算模型。此模型揭示了钢坯简化为受横向荷载作用下梁的动态响应与钢坯的力学性能、几何尺寸和土基力学性能的量化关系, 这为工程实践中进行参数优化和动态分析提供了理论依据。

(2) 通过挠度的解析表达式, 可获得梁振动的动态响应特性及几何的、力学的性能, 并可获得对焊接性能的影响参数^[12]。

(3) 分析挠度的表达式可知, 特长钢坯的爆炸焊接(尤其是二次爆焊)需严格考虑土基性能和起爆方式, 进一步控制爆炸焊接的质量, 避免爆炸加工造成的损失。

参考文献:

[1] 章根德, 韦昌富. 循环荷载下砂质土的本构模型[J]. 固体力学学报, 1998, 19(4): 299—303.
ZHANG Gen-de, WEI Chang-fu. The constitutive model for sandy soil under cyclic loading[J]. Acta Mechanic Solid Sinica, 1998, 19(4): 299—303.

[2] Huang T K, Chen W F. Simple procedure for determining cap-plasticity model parameters[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 116(3): 492—572.

[3] Zhang G D. The generalized nonlinear constitutive cap model system for geological material[A]. ZHU We-yuan. Rock Mechanics in China[C]. Shanghai, China; [s. n.], 1995: 1—13.

- [4] Makhlof H M, Stewart J J. Factors influencing the modulus of elasticity of dry sand[A]. Proceedings of the 16th International Conferencing on Soil Mechanics and Foundations Engineering [C] . Montreal, Canada; McGill University Press, 1965, 1: 298—302.
- [5] Duncan J M, Chang C Y. Nonlinear analysis of stress-strain in soils [J] . Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1970, 76: 1629—1653.
- [6] Roscoe K H, Borland J B. On the generalized stress-strain behavior of wet clays[A]. Engineering Plasticity[C] . Heyman J, Leckie F A. London: Cambridge University Press, 1968.
- [7] 郑远谋. 爆炸焊接和金属复合材料及其工程应用[M] . 长沙: 中南大学出版社, 2002: 173—175.
- [8] 郑兆昌. 机械振动[M] . 北京: 机械工业出版社, 1980: 340—430.
- [9] 郑哲敏, 杨振声, 等. 爆炸加工[M] . 北京: 国防工业出版社, 1981.
- [10] 季文美, 方同, 陈松淇. 机械振动[M] . 北京: 科学出版社, 1985: 356—380.
- [11] 庞家驹. 机械振动习题集[M] . 北京: 清华大学出版社, 1982: 257.
- [12] 史长根, 王耀华. 爆炸焊接两种起爆方式的对比试验研究[J] . 焊接技术, 1999 (6): 8—10.
SHI Chang-gen, WANG Yao-hua. The comparative testing and study of two detonate modes of explosively welding [J] . Weld Technology, 1999, (6): 8—10.

A calculation model for explosive cladding of steel billet

CHEN Jian-mei^{1,2*}, ZHOU Zhuo-fu³, ZHANG Xin-ming², TANG Jian-guo²

(1. Department of Civil Engineering, Hunan City College, Yiyang 413000, Hunan, China;

2. School of Material Science and Engineering, Central South University,
Changsha 410083, Hunan, China;

3. Department of Mathematics, College of Changsha Career Communication Technology,
Changsha 410015, Hunan, China)

Abstract: A calculation model is proposed for explosive cladding of steel billet. The relations of the vibration mode, the frequencies, the general coordinates of vibration, the mechanical properties and the size of the steel billet, the mechanical property of soil foundation have been described quantitatively in the mathematical expressions of the model. The response characteristics in the cladding process can be obtained by the mathematic expression of flexibility of girder and an effective stool has been provided for optimizing parameters and dynamic analyzing in engineering practice.

Key words: mechanics of explosion; calculation model; explosive welding; steel billet; machinery vibration for girder

* Corresponding author; CHEN Jian-mei

E-mail address: jianmei-chen@yahoo.com.cn

Telephone: 0731-8830265