文章编号：1001-1455(2004)01-0049-05

# 计算机模拟升降法试验随机序列产生与统计检验*

董海平，蔡瑞娇，严　楠，张天飞
(北京理工大学爆炸灾害预防、控制国家重点实验室，北京 100081)

摘要：阐述了计算机模拟升降法试验中随机序列产生的基本原理。从参数分布、均匀性和不相关性三个方面对该随机序列进行了统计检验，并以该随机序列为基础，通过计算机模拟升降法试验，求得了感度分布标准差估计值的纠偏因子表，实例证明该纠偏因子表是有效的。

关键词：爆炸力学；随机序列；计算机模拟；升降法试验；感度试验；纠偏因子
中图分类号：O212.6　　国标学科代码：130·3599　　文献标志码：A

## 1　引　言

升降法试验是测定火炸药和火工品感度的主要试验方法之一，在火工品感度试验中应用很广。由于受研制周期和试验成本的限制，在实际的升降法试验中，当要考虑不同的试验方案对感度分布参数估计的影响时，一般通过计算机模拟试验来分析。计算机模拟试验中的一个关键问题是要在计算机上产生一个符合某种分布的具有严格统计特性的随机序列，来模拟真实的总体。产生符合某种分布的随机序列可分为两步，即先产生均匀分布随机序列，然后产生给定分布的随机序列。

本文中以升降法为例，分析和研究了计算机模拟试验中随机序列的产生方法和检验过程，并以该随机序列为基础，通过计算机模拟试验，求出了感度分布标准差估计值的纠偏因子表。

## 2　计算机模拟升降法试验随机序列的产生及统计检验

### 2.1　计算机模拟升降法试验随机序列的产生

(0, 1)区间上的均匀分布是最简单的连续型分布，只要能在计算机上产生出(0, 1)区间上服从均匀分布的随机序列，其它分布的随机序列就不难求得了[1]。产生(0, 1)区间上的均匀分布随机序列的方法很多，在计算机模拟升降法试验中采用的是 D.H.Lehmer 在 1951 年提出的乘同余法[2]

$$z_i \equiv a z_{i-1} \quad (\text{modle} \quad M), \qquad r_i = z_i / M$$

式中：$a$ 为乘子，$z_0$ 为初始值或种子，$M$ 为模，$z_i$ 为 1 到 $M-1$ 之间的整数，$r_i$ 为(0, 1)区间上的小数。

根据周期要长、产生速度要快、统计特性要优等技术要求，可采用素数模乘同余法来产生(0, 1)区间上均匀分布的随机序列。由试验量的要求和目前计算机字长都是 32 位及素数模乘同余法原理，可选择参数如下[3]

$$M = 2^{31} - 1 = 2147483647, \qquad a = 2^{32/2} + 3 = 65539, \qquad z_0 = 749586231$$

该序列在一个周期内包含了从 1 到 $M-1$ 的全部数(不包含 0)，即它的周期为 $M-1$(即 2147483646)。在计算机模拟升降法试验中，即使一次模拟 10000 发产品的试验，同样条件下的试验模拟 10000 次，共需随机数 100000000 个，比该序列的周期($M-1$)要小，因此在模拟中不会出现随机数周期重复的现象，则该随机序列可应用于计算机模拟试验中。为了保证以上随机序列具有严格意义上的随机性，本文中从以下三个方面对其进行统计检验[3]：(1)参数检验；(2)均匀性检验；(3)独立性检验。

* 收稿日期：2002-12-22；修回日期：2003-09-08
作者简介：董海平(1969—　)，男，博士后。

### 2.2 计算机模拟升降法试验随机序列统计检验

#### 2.2.1 参数检验

参数检验是指确认以上随机序列的均值、方差的估计量和理论值的差异是否显著。通常采用 $u$ 检验方法。按 $u$ 经验公式，可构建相应检验统计量为

$$u_1=\frac{\bar{r}-E(\bar{r})}{\sqrt{D(s^2)}}=\sqrt{12n}\,(\bar{r}-1/2) \tag{1}$$

$$u_2=\frac{s^2-E(s^2)}{\sqrt{D(s^2)}}=\sqrt{180n}\,(s^2-1/12) \tag{2}$$

式中：$\bar{r}$、$s^2$ 是该随机序列的样本均值和方差的估计量，$n$ 为样本容量，$E$、$D$ 为求数学期望和方差。当 $n$ 足够大时，$u_1$、$u_2$ 渐进服从 $N(0,1)$分布。

选取显著水平 $\alpha=0.05$，根据 $N(0,1)$分位点表查得拒绝域的临界值为1.96，对 $n$ 个随机数按(1)式和(2)式计算（$n$ 分别取1024，10000，100000，500000）。计算结果见表1。

表1 模拟产生随机序列分布参数检验结果

**Table 1 Verification results of distributed parameters of random numerical series generated by simulator**

| $n$ | 观察值 | | 理论值 | | 统计量值 | | 理论分布 | 显著水平 | 拒绝域 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\bar{r}$ | $s^2$ | $\bar{r}$ | $s^2$ | $u_1$ | $u_2$ | | | |
| 1024 | 0.49154 | 0.08630 | 0.5 | 0.0833 | −0.93742 | 1.28639 | $N(0,1)$ | 0.05 | ≥1.96 |
| 10000 | 0.49653 | 0.08405 | 0.5 | 0.0833 | −1.20314 | 1.00980 | | | |
| 100000 | 0.49929 | 0.08337 | 0.5 | 0.0833 | 0.77496 | 0.30274 | | | |
| 500000 | 0.50019 | 0.08331 | 0.5 | 0.0833 | 0.47682 | −0.20944 | | | |

由表1数据可知 $|u_1|<1.96$，$|u_2|<1.96$，则接受该随机序列来自(0,1)区间均匀分布的总体假设。

#### 2.2.2 均匀性检验

均匀性检验用来检查随机序列在(0,1)区间的数值分布是否符合均匀概率分布，具体确认观察值落在各个区间的频率与理论频率的差异是否显著。

将(0,1)区间分成 $k$ 个不相交的等长小区间。$N$ 个观察值落在第 $j$ 区间的频数为 $f_{0j}$，假设观察值来自均匀分布的总体，那么落在每一个小区间的理论频率应相等，且各为 $1/k$，理论频数 $f_{1j}$ 也各相等，均为 $n/k$，则统计量

$$x^2=\sum_{j=1}^{k}\frac{(f_{0j}-f_{1j})^2}{f_{1j}}=\frac{k}{n}\sum_{j=1}^{k}\left[f_{0j}-\frac{n}{k}\right]^2 \tag{3}$$

当 $n$ 充分大时渐进服从 $\chi^2(k-1)$分布。

选取显著水平 $\alpha=0.05$，根据 $\chi^2_{\alpha,k-1}$分位点表查得 $k=16$、40时的拒绝域的临界值分别为24.996、54.572。$n$ 分别取10000，100000，500000，为随机序列的长度。按(3)式计算出统计量 $\chi^2(k-1)$的值，计算结果见表2。

表2 模拟产生随机数均匀性检验结果

**Table 2 Results of uniformity verification of random numerical series generated by simulator**

| $n$ | $k$ | 观察频数 | 理论频数 | 统计量值 $\chi^2(k-1)$ | 显著水平 | 拒绝域(临界值) $\chi^2_{\alpha,k-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10000 | 16 | 645 643 653 617 625 618 667 603<br>626 550 625 615 653 614 635 611 | 625 | 17.273 | 0.05 | >24.996 |
| | 40 | 252 244 284 248 260 268 241 280<br>261 220 240 248 263 231 261 270<br>274 243 235 248 261 246 240 224<br>205 247 244 249 251 249 284 253<br>247 237 246 273 241 243 239 250 | 250 | 43.04 | 0.05 | >54.572 |

续表 2

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100000 | 16 | 6302 6346 6200 6162 6197 6312 6389 6272 6222 6259 6250 6071 6241 6293 6248 6236 | 6250 | 13.385 | 0.05 | ＞24.996 |
| | 40 | 2555 2467 2540 2565 2521 2438 2470 2587 2449 2418 2473 2435 2551 2446 2603 2541 2536 2559 2525 2500 2574 2443 2421 2512 2531 2498 2511 2462 2373 2477 2548 2443 2503 2465 2575 2532 2490 2492 2544 2426 | 2500 | 46.238 | 0.05 | ＞54.572 |
| 500000 | 16 | 31143 31332 31118 31285 31133 31210 31524 31177 31369 31134 31071 31272 31385 31260 31370 31217 | 31250 | 7.2471 | 0.05 | ＞24.996 |
| | 40 | 12548 12393 12358 12664 12512 12282 12478 12668 12555 12420 12451 12493 12580 12264 12555 12466 12613 12721 12502 12399 12533 12520 12508 12407 12535 12410 12464 12510 12471 12488 12735 12354 12462 12503 12591 12713 12426 12454 12515 12479 | 12500 | 35.917 | 0.05 | ＞54.572 |

从表 2 数据可看出，$\chi^2(k-1) < \chi^2_{\alpha, k-1}$，则接受该随机序列来自(0,1)区间均匀分布的总体假设。

### 2.2.3　独立性检验

独立性检验用来确认随机数序列中各数据间不存在相关性。随机数之间是否相互独立，可用各阶自相关系数是否为 0 来检验。$j$ 阶自相关系数用来描述随机数 $r_1, r_2, \cdots, r_n$ 中所有相距为 $j$ 的两数之间的相关性。$j$ 阶自相关系数的估计量为

$$\hat{P}_j = \left[\frac{1}{n-j}\sum_{i=1}^{n-j} r_i r_{i+1} - (\bar{r})^2\right] \Big/ s^2 \tag{4}$$

式中：$\bar{r}$ 和 $s^2$ 分别为样本均值和样本方差。在原假设 $P_j = 0$ 之下，当 $n$ 充分大时，统计量

$$u_j = P_j \sqrt{n-j} \tag{5}$$

渐进地服从标准正态分布 $N(0,1)$。

取显著水平 $\alpha = 0.05$，根据 $N(0,1)$分位点表查得拒绝域的临界值为 1.96，$n = 10000$，按(5)式可以对要检验的随机序列分别计算 $j = 1, 2, \cdots, 20$ 时的 $u_j$。计算结果见表 3。

表 3 模拟产生随机数序列独立性检验结果

**Table 3 Results of uncorrelated verification of random numerical series generated by simulator**

| $j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_j$ | 0.0055387 | 0.0057740 | 0.0060462 | 0.0061608 | 0.0064412 | 0.0067280 | 0.0069328 | 0.0071983 | 0.0074248 | 0.0075172 |
| $u_j$ | 0.55385 | 0.57735 | 0.60453 | 0.61596 | 0.64396 | 0.67260 | 0.69304 | 0.71955 | 0.74214 | 0.75134 |
| 显著水平 | 0.05 | | | | | | | | | |
| 拒绝域(临界值) | ≥1.96 | | | | | | | | | |

| $j$ | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_j$ | 0.0077549 | 0.0079693 | 0.0082155 | 0.0083859 | 0.0086264 | 0.0088654 | 0.0087837 | 0.0089276 | 0.0090736 | 0.0089934 |
| $u_j$ | 0.77506 | 0.79646 | 0.82101 | 0.83801 | 0.86199 | 0.88583 | 0.87762 | 0.89195 | 0.90650 | 0.89844 |
| 显著水平 | 0.05 | | | | | | | | | |
| 拒绝域(临界值) | ≥1.96 | | | | | | | | | |

从表 3 数据可见，$|u_j|<1.96$，则接受 $P_j=0$ 的假设，即可认为在显著水平 $\alpha=0.05$ 下接受该随机序列不相关的假设。

## 3 感度分布标准差估计值纠偏因子的确定及实例说明

### 3.1 感度分布标准差估计值纠偏因子表的确定

在升降法试验中，人们都知道标准差 $\sigma$ 的估计值系统地偏低[1]。在火工品可靠性评估中，若以此标准差 $\sigma$ 的估计值为基础进行外推，常造成可靠性的评估是冒进的。因此需要对标准差 $\sigma$ 的估计值进行修正或纠偏，使可靠性的评估更精确。但到目前为止，对标准差 $\sigma$ 的估计值的纠偏因子还研究得不多，还没有一个成熟的修正因子表。本文中以上述随机序列为基础，进行计算机模拟升降法试验，求出标准差 $\sigma$ 的估计值的纠偏因子表，供火工品可靠性评估中使用。

假定火工品感度分布为正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，在样本量 $n$、某步长、某初始刺激量下，进行计算机模拟升降法试验，由模拟出的感度数据，计算参数的极大似然估计。将以上过程重复 $N$ 次，得到 $N$ 个参数的估计值 $(\hat{\mu}_1,\hat{\sigma}_1)$, …, $(\hat{\mu}_N,\hat{\sigma}_N)$。由 $N$ 个 $\sigma$ 的估计值 $\hat{\sigma}_1$, …, $\hat{\sigma}_N$，可用经验分布函数[4]

$$G_N(z)\approx\begin{cases}0 & z<\hat{\sigma}_{(1)}\\ i/N & \hat{\sigma}_{(i)}\leqslant z<\hat{\sigma}_{(i+1)}\\ 1 & z\geqslant\hat{\sigma}_{(N)}\end{cases}$$

来估计 $\sigma$ 估计量分布。式中 $\hat{\sigma}_{(1)}$, …, $\hat{\sigma}_{(N)}$ 为估计 $\hat{\sigma}_1$, …, $\hat{\sigma}_N$ 从小到大的排序。

计算 $\sigma_\alpha$，$\sigma_\alpha$ 为 $G_N(z)$ 经验分布函数的 $\alpha$ 下侧分位点，即，$G_N(z)=P(z\geqslant\sigma_\alpha)=1-\alpha$。令

$$\sigma_\alpha/\sigma=\varepsilon^*$$

称 $\varepsilon^*$ 为升降法 $\sigma$ 估计值的纠偏因子[4]。

考虑到在实际产品的升降法试验中，步长和样本量可能取不同的值，本文中利用以上随机序列产生方法，进行了不同条件下的计算机模拟升降法试验，求得不同条件下的 $\sigma$ 估计值的纠偏因子，以满足工程的应用，结果见表 4。

表 4 正态分布 $\sigma$ 估计值的纠偏因子

**Table 4 Correction factor of standard deviation $\sigma$ estimator for normal distribution**

| 样本量 $n$ | 步长 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $0.5\sigma$ | $0.6\sigma$ | $0.75\sigma$ | $0.8\sigma$ | $0.9\sigma$ | $1\sigma$ |
| 20 | 0.456 | 0.510 | 0.575 | 0.590 | 0.633 | 0.688 |
| 30 | 0.521 | 0.565 | 0.612 | 0.624 | 0.657 | 0.691 |
| 50 | 0.620 | 0.649 | 0.669 | 0.683 | 0.704 | 0.720 |
| 60 | 0.655 | 0.679 | 0.704 | 0.713 | 0.723 | 0.735 |

注：$\sigma$ 为感度分布中的标准差的真值。

从表 4 可看出，在步长为 $0.5\sigma$，样本量为 20 的情况下，纠偏因子为 0.456，即 $\sigma$ 估计值比真值偏小 1/0.456 倍，偏小很多，若不进行纠偏，必定使可靠度评估时变得冒进。另外从表 4 也可看出，纠偏因子随着步长的增加而逐渐变大。为说明纠偏因子的作用，下面举一个实例说明。

### 3.2 实例说明

某针刺雷管是为配合炮兵通用多用途子弹系列而研制的改型雷管。大样本试验证明了其感度分布为对数正态分布，分布参数为 $\mu=2.41$cm，$\sigma=0.64$cm，可以以此大样本的参数值作为真值，计算某刺激量处的可靠度点估计值。然后进行升降法试验，根据升降法数据求得分布参数估计值为：$\hat{\mu}=2.37$cm，$\hat{\sigma}=0.52$cm，以此参数估计值进行外推，分为对 $\sigma$ 估计值纠偏前和纠偏后两种情况，求得同一刺激量处的可靠度点估计值，结果如表 5 所示，其中纠偏因子 $\varepsilon^*=0.669$。

表 **5** 纠偏前后的数据对比

**Table 5 Results comparing between before and after standard deviation σ corrected**

| 刺激量/cm | 可靠度真值 | 可靠度估计值 | |
|---|---|---|---|
| | | 纠偏前 | 纠偏后 |
| 4.30 | 0.990 | 0.9981 | 0.9830 |
| 5.23 | 0.999 | 0.9998 | 0.9967 |

从表 5 可以看出，利用升降法数据对可靠度进行外推时，若不对 σ 估计值进行纠偏，会使可靠度估计值变得冒进；而采用文中给出的纠偏因子进行纠偏后，可靠度估计值比真值略为保守，这也是符合可靠度估计应略为保守的原则的。

## 4　结　论

计算机模拟升降法试验中的随机序列由素数模乘同余法发生器产生是可行的，是能反映产品随机性的。在火工品可靠性试验和评估中，可以采用计算机模拟试验代替实际产品的感度试验来获取大规模试验的规律性信息。本文中利用计算机模拟升降法试验，解决了感度分布参数 σ 估计值的纠偏问题，实际纠偏效果符合工程实际。在今后应继续加强计算机模拟试验的研究，以降低试验成本和解决工程问题。

参考文献：

[1]　程兴新，曹敏.统计计算方法[M].北京：北京大学出版社，1989.

[2]　吴新瞻，吴新垣.随机模型与计算机模拟[M].北京：电子工业出版社，1990.

[3]　王惠刚.计算机仿真原理及应用[M].北京：国防科技大学出版社，1976.

[4]　田玉斌.敏感性产品可靠性研究[D].北京：北京理工大学，2000.

# Generation and verification of random numerical series for computer simulation sensitivity test

DONG Hai-ping*，CAI Rui-jiao，YAN Nan，ZHANG Tian-fei

(*National Key Lab of Prevention and Control of Explosion Disaster*，
*Beijing Institute of Technology*，*Beijing* 100081，*China*)

**Abstract**：The principle of generating random numerical series for computer simulation sensitivity test is introduced。The random numerical series are verified through parameter verification，uniformity verification，uncorrelated verification.Based on the above random numerical series，the correction factor table of standard deviation σ is obtained through computer simulation up-and-down sensitivity test.

**Key words**：mechanics of explosion；random numerical series；computer simulation；up-and-down test；sensitivity test；correction factor

* Corresponding author：DONG Hai-ping；　E-mail address：dhpphd@bit.edu.cn；　Telephone：010-68912706