

文章编号: 1001-1455(2004)03-0212-07

卵形头部刚性弹侵彻厚靶的半解析模型*

王 政^{1,2}, 倪玉山¹, 曹菊珍², 王元书², 张 文¹

(1. 复旦大学力学与工程科学系, 上海 200433;

2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘要: 基于确定靶体中速度势和速度场的方法分析刚性卵形头部弹体对有限厚靶的侵彻问题。推导了靶体中速度场与应力场的计算方法, 利用据此编制的计算程序, 计算了卵形头部钢弹体对铝靶的侵彻与穿透问题, 给出了侵彻深度与剩余速度同初始碰撞速度的关系。结果表明, 在对实验参数不经过任何调整的情况下, 得到了同试验曲线相吻合的结果。可以看出该方法的有效性。

关键词: 爆炸力学; 侵彻; 速度场; 穿透; 速度势

中图分类号: O383.3

国标学科代码: 130°3530

文献标志码: A

1 引言

从 19 世纪初开始就有人致力于侵彻问题理论分析的研究, 到目前为止已经有许多理论分析的方法。一种方法是利用动量或能量守恒方程计算作用在弹体上的阻力^[1~4], 或者通过分析并计算球形腔或柱形腔膨胀问题来得到弹体的阻力^[5~11], 进而求解侵彻问题。另外, 如果忽略弹与靶的材料强度, 可以将弹与靶看成无粘流体, 从而建立侵彻的流体力学模型, 这种方法适合于高速或超高速碰撞问题^[12~13]。A. Tate^[14~15]对流体力学模型进行了修正, 在 Bernoulli 方程中加入与材料屈服强度相关的塑性项, 然后用一维流体力学方法分析侵彻过程。

近年来, 利用确定速度势函数得到靶体的速度场与应力场, 进而求得作用在弹体上的阻力的方法有了新的进展^[16~22]。M. B. Rubin 等研究指出, 金属材料在侵彻过程中的弹性-粘塑性本构方程可以用理想粘塑性或理想塑性模型近似, 另外, 将弹体形状假设为 Rankine 卵形可以得到简单的靶体速度势函数, 便于进行靶体速度场及弹体运动的理论分析^[23~25]。利用速度势函数, 可以简化速度场的分析, 得到二维速度场和应力场的结果, 这是同空腔膨胀理论以及 A. Tate 等的流体力学侵彻分析模型有显著区别的一点。

本文中参照文献[24~25]的方法, 对刚性 Rankine 卵形弹正侵彻有限厚金属靶问题, 推导了靶体中速度场与应力场以及弹体运动方程的计算方法。并利用基于靶体速度场分析方法编制的计算程序计算了卵形头部长杆钢弹对铝靶的侵彻与穿透问题, 对计算结果与实验结果的比较进行了分析讨论。

2 基本方程

2.1 坐标系与控制方程

弹体与靶体各取一套柱坐标系, $\{r, \theta, \xi\}$ 与 $\{r, \theta, z\}$, 如图 1 所示。弹体坐标原点在离弹体头部 $R_\infty/2$ 处, R_∞ 为无限长弹体尾部的半径。弹体与靶体坐标系之间的关系为

$$\xi = z - x(t) - R_\infty/2 \quad (1)$$

式中: $x(t)$ 为弹体头部到靶体坐标原点的距离。

弹体选用 Rankine 卵形, 头部形状如图 2 所示, 弹体曲面方程为

* 收稿日期: 2003-06-18; 修回日期: 2003-07-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(59509008), 中国工程物理研究院基金项目(JS-WX-01)

作者简介: 王 政(1972—), 男, 博士研究生, 助理研究员。

$$R(\xi) = \left[\frac{R_\infty^2 - \xi^2}{2} + \frac{\xi}{2} (\xi^2 + 2R_\infty^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

假设靶体为不可压缩理想弹、塑性材料, 质量守恒与动量守恒方程为

$$\text{div } \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\rho \mathbf{v} = -\nabla p + \text{div } \boldsymbol{\sigma}' \quad (4)$$

总应力张量

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}' \quad (5)$$

弹性本构关系为

$$\boldsymbol{\sigma}' = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

式中: \mathbf{v} 为速度, ρ 为密度, p 为压力, $\boldsymbol{\sigma}'$ 为偏应力张量, \mathbf{I} 为单位张量。

塑性本构关系选用等向强化模型

$$\boldsymbol{\sigma}' = \frac{2Y}{3\varepsilon_{\text{eq}}}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 分别是应变张量和应变率张量, Y 、 μ 分别为靶体材料的动态屈服强度与剪切模量, ε_{eq} 为等效应变率。

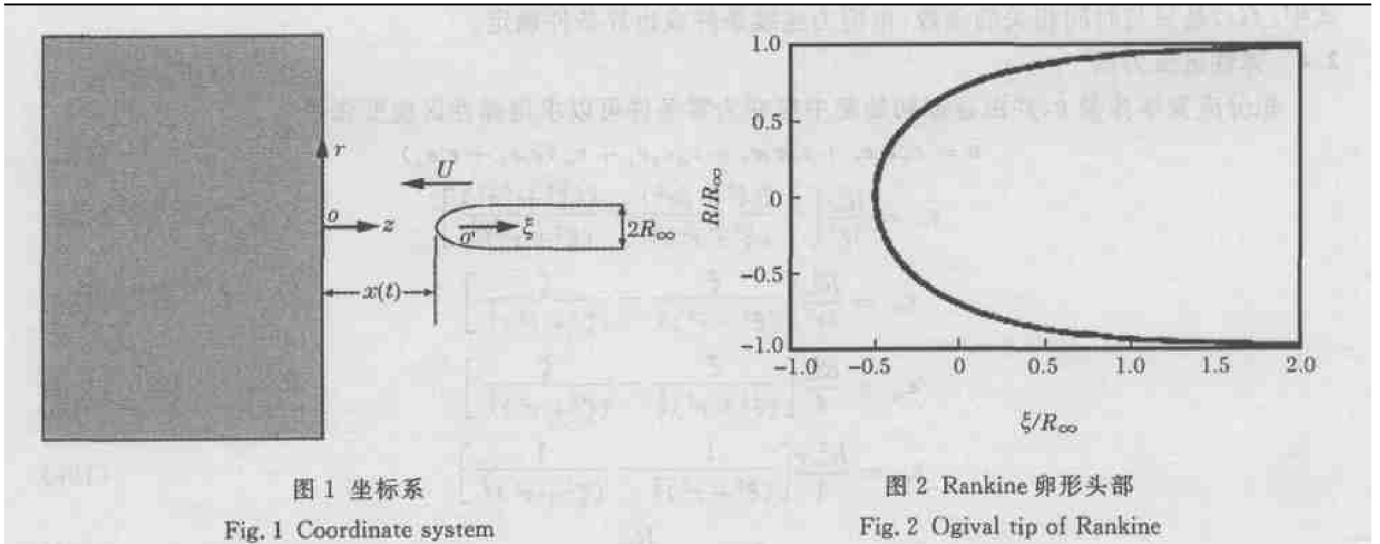


图 1 坐标系

Fig. 1 Coordinate system

图 2 Rankine 卵形头部

Fig. 2 Ogival tip of Rankine

2.2 靶中速度场

对无旋运动, 存在速度势 $\phi(r, z, t)$, 使得

$$\mathbf{v} = \nabla\phi \quad (8)$$

代入质量与动量守恒方程式(3)、(4)得到

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \left[\rho \left[\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi \right] + p \right] = \text{div } \boldsymbol{\sigma}' \quad (10)$$

对 Rankine 卵形, A.L. Yarin 等^[24] 给出速度势函数为

$$\phi = \dot{x} \left[\frac{R_\infty^2}{4} \right] \frac{1}{(\xi^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (11)$$

从而靶中速度场为

$$v_r = -\dot{x} \left[\frac{R_\infty^2 r}{4(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (12a)$$

$$v_\theta = 0 \quad (12b)$$

$$v_z = -\dot{x} \left[\frac{R_\infty^2 \xi}{4(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (12c)$$

假设应变率 $\dot{\epsilon}$ 等于速度梯度对称部分, 根据此速度场, 求得应变率张量及等效应变率

$$\dot{\epsilon} = - \left[\frac{\dot{x}R_{\infty}^2}{4(\xi^2 + r^2)^{\frac{5}{2}}} \right] [(\xi^2 - 2r^2)\mathbf{e}_r\mathbf{e}_r + (\xi^2 + r^2)\mathbf{e}_{\theta}\mathbf{e}_{\theta} + (r^2 - 2\xi^2)\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z - 3r\xi(\mathbf{e}_r\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_z\mathbf{e}_r)] \quad (13)$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{eq}} = - \frac{\dot{x}R_{\infty}^2}{2(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (14)$$

式中: \mathbf{e}_r 、 \mathbf{e}_{θ} 与 \mathbf{e}_z 分别是 r 、 θ 与 z 方向的单位向量。

2.3 塑性区应力场

由塑性本构关系式(7)及应变张量和应变率张量表达式(13)可得到塑性区偏应力张量

$$\sigma' = Y \left[\frac{1}{3(\xi^2 + r^2)} \right] [(\xi^2 - 2r^2)\mathbf{e}_r\mathbf{e}_r + (\xi^2 + r^2)\mathbf{e}_{\theta}\mathbf{e}_{\theta} + (r^2 - 2\xi^2)\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z - 3r\xi(\mathbf{e}_r\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_z\mathbf{e}_r)] \quad (15)$$

$$\text{div } \sigma' = \nabla \left[-Y \ln \left[\frac{\xi^2 + r^2}{R_{\infty}^2} \right] \right] \quad (16)$$

将式(16)与速度势函数的表达式(11)代入运动方程(10), 积分得到塑性区压力

$$p = f(t) + \rho x^2 \left[-\frac{R_{\infty}^2 \xi}{4(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{R_{\infty}^4}{32(\xi^2 + r^2)^2} \right] - \dot{\rho} x \frac{R_{\infty}^2}{4(\xi^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} - Y \ln \left[\frac{\xi^2 + r^2}{4R_{\infty}^2} \right] \quad (17)$$

式中: $f(t)$ 是只与时间相关的函数, 由应力连续条件或边界条件确定。

2.4 弹性区应力场

积分应变率张量 $\dot{\epsilon}$, 并由碰撞初始靶中应变为零条件可以求得弹性区应变张量

$$\epsilon = \epsilon_{rr}\mathbf{e}_r\mathbf{e}_r + \epsilon_{\theta\theta}\mathbf{e}_{\theta}\mathbf{e}_{\theta} + \epsilon_{zz}\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z + \epsilon_{rz}(\mathbf{e}_r\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_z\mathbf{e}_r) \quad (18a)$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{R_{\infty}^2}{4r^2} \left[-\frac{\xi(\xi^2 + 2r^2)}{(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\zeta(\zeta^2 + 2r^2)}{(\zeta^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (18b)$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{R_{\infty}^2}{4r^2} \left[\frac{\xi}{(\xi^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\zeta}{(\zeta^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (18c)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{R_{\infty}^2}{4} \left[\frac{\xi}{(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\zeta}{(\zeta^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (18d)$$

$$\epsilon_{rz} = \frac{R_{\infty}^2 r}{4} \left[\frac{1}{(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(\zeta^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (18e)$$

$$\zeta = z - \frac{R_{\infty}}{2} \quad (18f)$$

再由弹性本构关系式(6)即可求得弹性区偏应力 σ' 。由于

$$\text{div } \sigma' = 2\mu \text{div } \epsilon = \mathbf{0} \quad (19)$$

类似塑性区压力求解方法, 可得到弹性区的压力

$$p = g(t) + \rho x^2 \left[-\frac{R_{\infty}^2 \xi}{4(\xi^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{R_{\infty}^4}{32(\xi^2 + r^2)^2} \right] - \dot{\rho} x \frac{R_{\infty}^2}{4(\xi^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (20)$$

式中: $g(t)$ 是只与时间相关的函数, 由应力边界条件确定。

2.5 确定函数 $f(t)$ 和 $g(t)$ 的方法

图3为弹体侵入后某一时刻靶板弹塑性区示意图, 弹体附近为塑性区, 较远为弹性区, 靶板厚度为 H , 塑性区到达的深度为 z_2 。

如果塑性区没有到达靶背面, 假设 $r=0$ 且 $z=-H$ 处弹性应力 σ 的轴向分量 σ_{zz} 为零, 确定 $g(t)$ 为

$$g(t) = \dot{\rho} x R_{\infty} \left[-\frac{1}{4\xi_1} \right] - \rho x^2 \left[\frac{1}{4\xi_1^2} - \frac{1}{32\xi_1^4} \right] - \frac{\mu}{2} \left[\frac{1}{\xi_1^2} - \frac{1}{\zeta_1^2} \right] \quad (21a)$$

$$\xi_1 = -\frac{H}{R_{\infty}} - \frac{x}{R_{\infty}} - \frac{1}{2} \quad (21b)$$

$$\zeta_1 = -\frac{H}{R_{\infty}} - \frac{1}{2} \quad (21c)$$

利用弹塑性界面处应力连续条件可以确定 $f(t)$, 这里只考虑对称轴上 $r=0$ 且 $z=z_2$ 处轴向应力分量 σ_z 的连续条件。确定轴上弹、塑性区边界 $z=z_2$ 用 Von Mises 屈服条件

$$\left[\frac{3}{2} \sigma' \cdot \sigma' \right]^{\frac{1}{2}} - Y = \mu (6 \epsilon \cdot \epsilon)^{\frac{1}{2}} - Y = 0 \quad (22)$$

将应变张量 ϵ 的表达式代入式 (22), 利用 $r=0$ 且 $z=z_2$ 得到

$$\frac{1}{\xi_2^2} - \frac{1}{\zeta_2^2} = \frac{4Y}{3\mu} \quad (23a)$$

$$\zeta_2 = \frac{\xi_2}{R_\infty} = \frac{z_2}{R_\infty} - \frac{1}{2} = \xi_2 + \frac{x}{R_\infty} \quad (23b)$$

$$\xi_2 = \frac{\zeta_2}{R_\infty} = \frac{z_2}{R_\infty} - \frac{x}{R_\infty} - \frac{1}{2} \quad (23c)$$

在 $r=0$ 且 $z=z_2$ 处分别求弹性区与塑性区 σ_z , 由 σ_z 连续条件得到

$$f(t) = \rho \dot{x} R_\infty \left[-\frac{1}{4\xi_1} \right] - \rho x^2 \left[\frac{1}{4\xi_1^2} - \frac{1}{32\xi_1^4} \right] + Y \ln \xi_2^2 - \frac{\mu}{2} \left[\frac{1}{\xi_1^2} - \frac{1}{\zeta_1^2} \right] \quad (24)$$

如果弹塑性边界已经到达靶体背面, 记弹塑性边界与靶背面交界的径向位置为 r_3 , 弹外表面与靶背面交界的径向位置为 R_3 (如果弹体头部还没有到达靶背面, 则 R_3 为零), 假设靶背面塑性区轴向上的平均应力为零, 即

$$\frac{2}{r_3^2 - R_3^2} \int_{R_3}^{r_3} \sigma_z(r, -H, t) r dr = 0 \quad (25)$$

可得到

$$\begin{aligned} f(t) = & \rho \dot{x} R_\infty \frac{1}{2(\bar{r}_3^2 - R_3^2)} [(\xi_1^2 + \bar{r}_3^2)^{\frac{1}{2}} - (\xi_1^2 + R_3^2)^{\frac{1}{2}}] - \\ & \rho x^2 \frac{1}{2(\bar{r}_3^2 - R_3^2)} \left[\frac{\xi_1}{(\xi_1^2 + \bar{r}_3^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\xi_1}{(\xi_1^2 + R_3^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{16(\xi_1^2 + \bar{r}_3^2)} - \frac{1}{16(\xi_1^2 + R_3^2)} \right] + \\ & Y \frac{1}{(\bar{r}_3^2 - R_3^2)} [\bar{r}_3^2 \ln(\xi_1^2 + \bar{r}_3^2) - R_3^2 \ln(\xi_1^2 + R_3^2)] - \frac{2}{3} Y \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $\bar{r}_3 = r_3 / R_\infty, R_3 = R_3 / R_\infty$ 为被 R_∞ 除后的量纲一的量。

2.6 弹体运动方程

Rankine 卵形弹质量

$$M = \frac{\pi \rho_p R_\infty^3}{2} \left[\frac{2}{3} (1 - R_L^2)^{\frac{3}{2}} - (1 - R_L^2)^{\frac{1}{2}} + (1 - R_L^2)^{-\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \right] \quad (27)$$

弹的轴向运动方程为

$$F = M \dot{x} \quad (28)$$

式中: ρ_p 为弹体密度, R_L 为弹体尾部半径, F 是弹体受到的轴向总阻力。

如图 3 所示, R_5 为靶正面处弹体半径, R_6 为弹体上正应力为零处半径, 即满足

$$\sigma_{nn}(R_6) = 0 \quad (29)$$

则弹靶分离点半径 R_4 确定为

$$R_4 = \min(R_5, R_L, R_6) \quad (30)$$

弹体表面应力矢量

$$\mathbf{t} = \sigma \mathbf{n} = \sigma_{nn}(R) \mathbf{n} + \sigma_{n\tau}(r) \boldsymbol{\tau} \quad (31)$$

式中: $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}$ 分别为弹体表面法向与切向单位矢量, $\sigma_{nn}, \sigma_{n\tau}$ 分别为弹体表面正应力与剪应力。忽略剪应

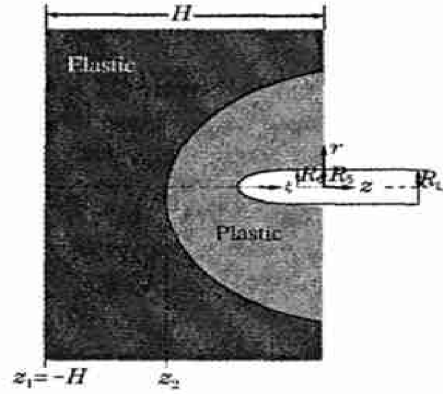


图 3 弹体侵入后靶弹塑性区示意图
Fig.3 Elastic-plastic zone of the target with penetrating of the projectile

力 $\sigma_{n\tau}$, 只考虑正应力 σ_{nn} , 面积微元用 da 表示, 则通过积分可以得到弹体受到的轴向总阻力

$$F = \int \mathbf{t} \cdot \mathbf{e}_z da \approx - \int_0^{2\pi} \int_{R_3}^{R_4} \sigma_{nn}(R) R dR = - 2\pi \int_{R_3}^{R_4} \sigma_{nn}(R) R dR \quad (32)$$

积分(32)式, 可以将弹体受到的总阻力记为如下形式

$$F = -A(x, \dot{x})\ddot{x} + B(x, \dot{x})\dot{x}^2 + C(x, \dot{x}) \quad (33)$$

式中: $A(x, \dot{x})$ 、 $B(x, \dot{x})$ 、 $C(x, \dot{x})$ 分别是弹体的虚拟质量、形状阻力、塑性阻力。

这样, 弹体的运动方程式(28)可以写为

$$[M + A(x, \dot{x})]\ddot{x} = B(x, \dot{x})\dot{x}^2 + C(x, \dot{x}) \quad (34)$$

初值条件为: $x(0)=0, \dot{x}(0)=-v_0, v_0(\gt 0)$ 为弹体初始速度。

3 计算结果

基于上述靶体中速度场、弹塑性应力场的分析及弹体的运动方程和初值条件, 编制了求解侵彻问题的数值计算程序。其中, 求解弹体运动方程用的是 Runge-Kutta 方法。

利用该程序对卵形头部钢长杆弹对铝靶的侵彻和穿透问题进行计算, 表 1 为计算模型的弹、靶模型与材料参数, 计算时材料参数均为实验值, 实验结果及材料参数见文献[26~27]。

表 1 计算模型

Table 1 Models of computation

| 模型 | 弹 | | | | | 靶 | | | | |
|----|----|----|---------------|----------------------|--------------|----|-------------------------------|------------------|----------------|---------------|
| | 材料 | 形状 | l/mm | R_∞/mm | M/g | 材料 | $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$ | μ/GPa | Y/MPa | h/mm |
| 1 | 钢 | 卵形 | 88.9 | 6.45 | 81 | 铝 | 2710 | 26 | 396 | 26.3 |
| 2 | 钢 | 卵形 | 82.9 | 3.55 | 25 | 铝 | 2710 | 26 | 396 | ∞ |

图 4 为模型 1 穿靶后剩余速度与初始碰撞速度关系计算结果与实验值的比较, 图 5 为模型 2 侵彻深度与碰撞速度关系计算结果与实验值的比较。由图 4~5 可见, 对头部形状为卵形的钢长杆弹对铝靶的侵彻和穿透问题, 计算得到的剩余速度和侵彻深度同实验值符合得很好。这表明上述侵彻过程的分析方法是切实可行的。

该分析方法的前提首先是假设靶体介质作无旋运动, 因而存在速度势函数, 这在弹靶是正碰撞的情形是合适的。其次, 选用 Rankine 卵形弹体大大简化了侵彻分析过程, 其合理性是因为 Rankine 卵形弹体的外形同卵形头部长杆弹体相似, 而且对一定厚度靶板的侵彻问题而言, 弹体头部形状的影响是较小

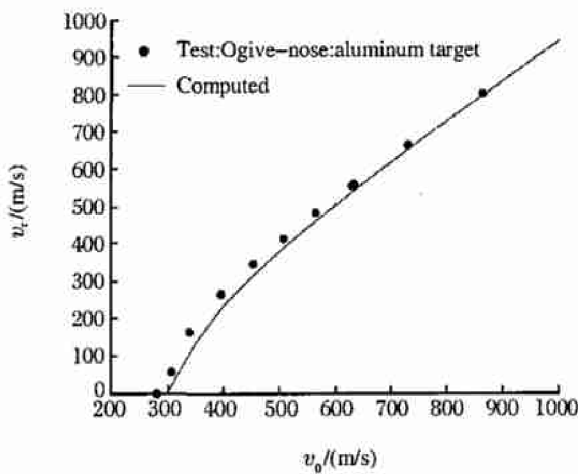


图 4 卵形头部钢弹穿透铝靶计算与实验比较
Fig. 4 Comparison of the computation with experimental results of ogival nose steel projectile perforating aluminum target

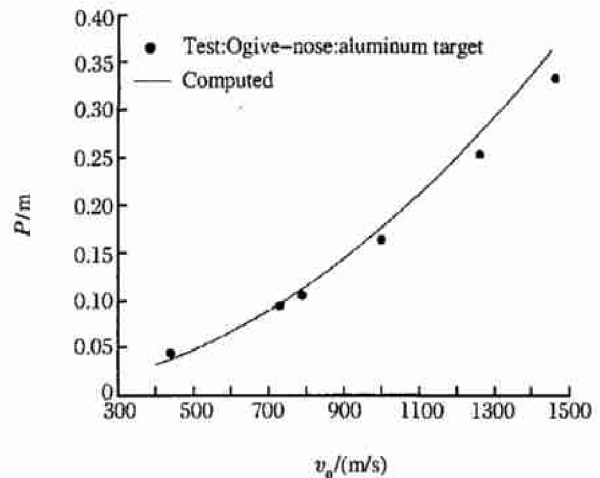


图 5 卵形头部钢弹侵彻铝靶计算与实验比较
Fig. 5 Comparison of the computation with experimental results of ogival nose steel projectile penetrating aluminum target

的。另外,刚性弹体的假设使得该分析方法只适合分析弹体变形很小的侵彻过程,但是图5显示初始碰撞速度为1500m/s时计算的穿深同实验值也比较符合,这表明适用初始碰撞速度的范围还是很大的。图4~5的结果也表明,对铝材料而言该分析方法所采用的等向强化的本构关系也是合适的,实际上许多大型的数值模拟程序就使用这一本构关系描述金属材料载荷和变形的关系。总之,确定速度势函数,计算靶中速度场、应力场的侵彻问题分析方法得到了同实验一致的分析结果,是因为该分析方法有其坚实的理论基础。

4 结 论

相对于目前其它的侵彻分析方法来讲,基于靶体中速度势函数和速度场分析的方法有其独特的优越性。首先,这是一个二维分析方法。并且,该分析方法有其坚实的理论基础,计算时无需对材料参数作任何调整,可以得到同实验一致的分析结果。当然,对于斜碰撞、弹体与Rankine卵形弹体相差较大或者有较大变形,以及岩石或混凝土类靶体等的侵彻问题,该分析方法不能完全适用,需要更进一步研究。

参考文献:

- [1] Recht R F, Jpson T W. Ballistic perforation dynamics[J]. *J Appl Mech*, 1963, 30: 384—390.
- [2] Awerbuch J, Bondner S R. Analysis of the mechanics of perforation of projectiles in metallic plates[J]. *Int J Solids Struct*, 1974, 10: 671—684.
- [3] Awerbuch J, Bondner S R. Experimental investigation of normal perforation of projectiles in metallic plates[J]. *Int J Solids Struct*, 1974, 10: 685—699.
- [4] Liss J, Goldsmith W, Kelly J M. A phenomenological penetration model of plates[J]. *Int J Impact Engng*, 1983, 1: 321—341.
- [5] Bishop R F, Hill R, Mott N F. The theory of indentation and hardness[J]. *Proceedings of the Royal Society*, 1945, 57(3): 147—159.
- [6] Goodier J N. On the mechanics of indentation and cratering in the solid targets of strain hardening metal by impact of hard and soft spheres[A]. *Proceedings of the 7th Symposium on Hypervelocity Impact III*[C]. 1965: 215—259.
- [7] Forrestal M J, Okajima K, Luk V K. Penetration of 6061-T651 aluminum targets with rigid long rods[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55: 755—760.
- [8] Luk V K, Amos D E. Dynamic cylindrical cavity expansion of compressible strain-hardening materials[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, 58: 334—340.
- [9] Forrestal M J, Luk V K, Rosenberg Z, et al. Penetration of 7075-T651 aluminum targets with ogive-nose rods[J]. *Int J Solids Struct*, 1992, 29: 1729—1736.
- [10] Forrestal M J, Tzoud D Y, Longcope D B. Penetration into ductile metal targets with rigid spherical-nose rods[J]. *Int J Impact Engng*, 1995, 16(5): 699—710.
- [11] Forrestal M J, Tzoud D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets[J]. *Int J Solids Structures*, 1997, 34(31/32): 4127—4146.
- [12] Birkhoff G, Macdougall D F, Pugh E M, et al. Explosives with lined cavities[J]. *J Appl Phys*, 1948, 19: 563—582.
- [13] Frankel I, Weihs D. Hydrodynamic theory of glancing impact[J]. *J Fluid Mech*, 1990, 216: 212—223.
- [14] Tate A. A theory for the deceleration of long rods after impact[J]. *J Mech Phys Solids*, 1967, 15: 387—399.
- [15] Tate A. Further results in the theory of long rods penetration[J]. *J Mech Phys Solids*, 1969, 17: 141—150.
- [16] Ravid M, Bodner S R. Dynamic perforation of viscoplastic plates by rigid projectiles[J]. *Int J Engng Sci*, 1983, 21: 577—591.
- [17] Ravid M, Bodner S R, Holzman I. Analysis of very high speed impact[J]. *Int J Engng Sci*, 1987, 25: 473—482.
- [18] Ravid M, Bodner S R, Holzman I. A two-dimensional analysis of penetration by an eroding projectile[J]. *Int J Impact Engng*, 1994, 15: 587—603.
- [19] Tate A. A simple hydrodynamic model for the strain field produced in a target by the penetration of a high speed long rod projec-

- tile[J]. *Int J Engng Sci*, 1978, 16: 845—858.
- [20] Tate A. A comment on a paper by Awerbuch and Bodner concerning the mechanics of plate perforation by a projectile[J]. *Int J Engng Sci*, 1979, 17: 341—344.
- [21] Tate A. Long rod penetration models-part I: A flow field model for high speed long rod penetration[J]. *Int J Engng Sci*, 1986, 28: 535—548.
- [22] Tate A. Long rod penetration models-part II: Extensions to the hydrodynamic theory of penetration[J]. *Int J Engng Sci*, 1986, 28: 599—612.
- [23] Rubin M B, Yarin A L. On the relationship between phenomenological models for elastic-viscoplastic metals and polymeric liquids[J]. *J Non-Newtonian Fluid Mech*, 1993, 50: 79—88; 1995, 57: 321.
- [24] Yarin A L, Rubin M B, Roisman I V. Penetration of a rigid projectile into an elastic-plastic target of finite thickness[J]. *Int J Impact Engng*, 1995, 16: 801—831.
- [25] Yossifon G, Rubin M B, Yarin A L. Penetration of a rigid projectile into a finite thickness elastic-plastic target-comparison between theory and numerical computations[J]. *Int J Impact Engng*, 2001, 25: 265—290.
- [26] Piekutowski A J, Forrestal M J, Poomon K L, et al. Perforation of aluminum plates with ogive-nose steel rods at normal and oblique impacts[J]. *Int J Impact Engng*, 1996, 18: 877—887.
- [27] Forrestal M J, Okajima K, Luk V K. Penetration of 6061-T651 aluminum targets with rigid long rods[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55: 755—760.

A semi-theoretical model of ogival nose rigid projectiles penetrating into thick targets

WANG Zheng^{1,2*}, NI Yu-shan¹, CAO Ju-zhen², WANG Yuan-shu², ZHANG Wen¹

(1. *Department of Mechanics and Engineering Science,
Fudan University, Shanghai 200433, China;*

2. *Beijing Institute of Applied Physics and Computational Mathematics,
Beijing 100088, China*)

Abstract: The problem of an ogival nose rigid projectile penetrating into a thick target has been considered in this paper based on a semi-theoretical model in order to determine the velocity potential and the velocity field in the target. The nose shape is simplified as a semi-Rankine ovoid similar to that of real long rod projectiles, and the details in nose shape does not significantly influence the penetration depth and the residual velocity in the case of thick targets. A code was compiled based on the analysis of velocity and stress fields in targets, and used to calculate penetration and perforation of an ogival nose steel projectile into thick aluminum targets. A good agreement in residual velocity and penetration depth between the calculation and the experiments is achieved without any adjustment in material property parameters.

Key words: mechanics of explosion; penetration; velocity field; perforation; velocity potential

* Corresponding author: WANG Zheng