

文章编号: 1001-1455(2004)02-0108-07

# 弹体对混凝土介质侵彻、贯穿的比例换算关系\*

王明洋, 郑大亮, 钱七虎

(解放军理工大学工程兵工程学院结构爆炸试验研究中心, 江苏南京 210007)

摘要: 根据介质抗侵彻的变形和破坏模型, 从近区应力与变形状态实际出发, 利用波阵面上的动量守恒关系和弹体表面的连续运动规律, 推得了介质近区运动学的关系式, 从而得到了作用在弹体表面的应力表达式。通过破碎区与径向裂缝区的能量传输关系, 揭示了侵彻与贯穿问题的比例尺度关系的规律, 给出了具有宽广范围的侵彻计算公式, 并通过与现有经验公式计算结果的对比验证了该公式的可靠性。

关键词: 爆炸力学; 比例尺度关系; 侵彻和贯穿; 混凝土; 应力强度因子

中图分类号: O381

国标学科代码: 130\*3530

文献标志码: A

## 1 引言

弹体对混凝土(岩石)或钢筋混凝土结构的侵彻与贯穿问题一直成为防护工程界关注的热点。尽管这个问题具有极其古老的历史, 目前却没有令人满意的计算理论。这一点就说明了现象的复杂性: 对混凝土(岩石)材料与侵彻和贯穿过程同时发生的有材料的弹性变形和大量的非弹性变形、材料的流动和裂缝的扩展等, 对钢筋混凝土材料除了上述混凝土(岩石)材料的复杂因素外, 还有各组元的能量吸收机制和破坏模式不同以及它们之间相互作用等等。困难不仅仅在于确定过程的主要因素的选择和考虑上, 同时还在很大的动力变形和破坏情况下如何阐述材料的性质上。由于这个原因, 通过试验资料处理所得到的经验公式就成为这个领域内研究的主要成果<sup>[1~3]</sup>。但是这种纯实验方法的主要缺点是, 当弹体比例变化极大以及超越出试验进行范围的过程的其它原始参数变化极大时, 结果的换算是不可靠的。也就是大多数经验公式均没有考虑宽广的尺度关系, 限制了这些公式的应用范围。

本文中, 根据混凝土(岩石)介质的变形和破坏模型, 通过表征弹体侵彻过程中产生径向裂缝的扩展稳定性, 从而在理论上揭示侵彻计算中的比例尺度关系问题。

## 2 基本原理

### 2.1 混凝土介质抗侵彻变形与破坏模型

大量的侵彻试验表明<sup>[4]</sup>, 对于目前钻地弹在混凝土介质中侵彻, 混凝土介质的变形与破坏状态通常分为破碎状态区(近区)、径向裂纹状态区和弹性状态区(如图 1)。

在弹体侵彻过程中混凝土介质的破坏通常伴随着剪应力的急剧减少并转入到破坏状态, 破碎介质的残余强度  $\tau_r^*$  的走向近似呈垂直跌落特征(用图 2 中对应的 AB 段表征), 但大小则取决于变形破坏形成的碎块尺寸大小(边界特征)、约束条件和非粘性摩擦性状。此时, 破碎区介质的运动起着主要的作用, 由破碎块间运动产生的摩擦力增长的传播范围比较小, 所以破碎区介质近似采用理想塑性模型(图 2 的 BC 段来平均加以表征)。径向裂纹区的介质受到破碎区介质的运动(膨胀)形成裂缝破坏, 类似径向柱杆, 主要把破碎带传来的压力过渡到弹性区介质中去。弹性区的特征是具有原始性质的弹性介质, 采用广义的 Hooke 定律  $\tau = G\gamma$  (如图 2 的 OA 段, 式中  $\tau = (\sigma_\theta - \sigma_r)/2$  为最大切应力,  $\sigma_\theta$ 、 $\sigma_r$  是径向及环

\* 收稿日期: 2003-05-07; 修回日期: 2003-11-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(50179038); 国家安全重大基础研究项目(51309-1-7)

作者简介: 王明洋(1966—), 男, 博士, 教授, 博士生导师。

向应力分量,  $\gamma = \epsilon_\theta - \epsilon_r$  为主剪应变,  $\epsilon_r, \epsilon_\theta$  为径向及环向应变分量,  $G$  为剪切弹性模量)。

2.2 弹体的侵彻阻抗和比例尺度关系

根据空腔膨胀理论<sup>[4]</sup>, 破碎区介质的运动方程在球坐标系下其形式为

$$\rho_0 \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} \quad (1)$$

式中:  $\rho_0$  为介质的初始密度;  $v$  为径向质点速度;  $\sigma_r, \sigma_\theta$  为径向及环向应力分量。

近区的破碎介质状态采用 Tresca 塑性条件可以相当完善地描述

$$\sigma_\theta^p - \sigma_r^p = 2 \tau_s^p \quad (2)$$

方程式(1)采用侵彻引起破碎区非相容变形而产生的扩容方程加以补充<sup>[5]</sup>

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2v}{r} = \psi \left( \frac{v}{r} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (3)$$

式中:  $\dot{\epsilon}_V = (\partial v / \partial r) + (2v / r)$  为体积扩容变形率;  $\psi$  为扩容系数;  $\gamma = (v / r) - (\partial v / \partial r)$  为剪切变形变化率。

关系式(3)表征了破碎区介质运动学与破碎块之间的粘性摩擦状态。宏观扩容系数  $\psi$  主要与介质构造参数、应力比(最大剪应力与平均静水应力之比)有关<sup>[6]</sup>。

由关系式(3)容易积分得到运动学关系  $v(r, t) = C(t) / r^k$ , 值得指出的是, 近区中由于径向位移在加载阶段发展的有限性, 存在  $\epsilon_r \gg \epsilon_\theta = \epsilon_\varphi, \epsilon_r \approx \epsilon_V \approx \gamma$  关系。对介质的径向运动速度, 无论对连续介质还是非连续介质均满足守恒定律, 根据动量和质量守恒

$$v_r = c_p \epsilon_r = c_p \left[ 1 - \left| \frac{1}{\sqrt[3]{1 - (a/r)^3}} \right|^2 \right] \approx \eta c_p (a/r)^k = c_p^* (a/r)^k$$

式中:  $\eta$  为等价系数(与近区破碎特性有关), 对混凝土介质  $\eta \approx (1/5) - (1/6)$ ;  $a$  为空腔边界;  $c_p^* = \eta c_p$ ,  $c_p$  为声速; 对于不同的  $k (k = (2 - \psi) / (1 + \psi))$ , 在不同的近区(范围根据侵彻破碎区与空腔半径之比确定)计算得到。

因此, 弹体侵彻近区速度场关系为

$$\begin{cases} v(r, t) = c_p^* (a/r)^k \\ v(a, t) = \dot{a} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\dot{a}$  为空腔的膨胀速度。

把式(2)代入到式(1)中, 并由式(4)积分后得到破坏区内径向应力的一般解

$$\sigma_r^p = 4 \tau_s^p \ln r - \frac{k}{k-1} \rho_0 c_p^* \dot{a} (a/r)^{k-1} + \frac{1}{2} \rho_0 v^2(r, t) + C(t) \quad (5)$$

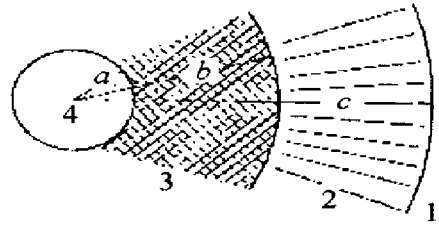
式中:  $C(t)$  为时间的任意函数。

由于在径向裂缝区的精确动力条件对解影响不大, 径向裂缝区介质的惯性效应可不做考虑<sup>[7]</sup>。径向裂缝区类似径向的柱杆, 环向应力分量  $\sigma_\theta^f = 0$ 。考虑到  $-\sigma_r^f(b) = 2 \tau_s^e$  和静平衡方程积分可得到

$$-\sigma_r^f = 2 \tau_s^e b^2 / r^2 \quad (6)$$

利用在  $r = b$  处的连续条件可得

$$\sigma_n(r) = 2 \tau_s^e + 4 \tau_s^p \ln \frac{b}{a} + \frac{k}{k-1} \rho_0 c_p^* \dot{a} \left[ (a/r)^{k-1} - (a/b)^{k-1} \right] - \frac{1}{2} \rho_0 v^2(r, t) [1 - (r/b)^{2k}] \quad (7)$$



1. Elastic zone; 2. Cracking zone; 3. Pulverized zone; 4. Penetrating radius

图 1 混凝土的变形与破坏区

Fig. 1 Deformation and failure zones in concrete

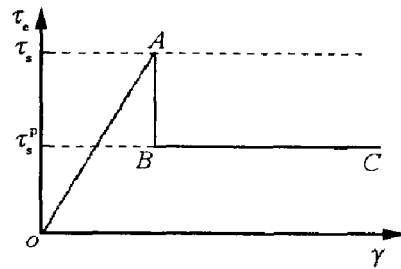


图 2 各变形区的应力应变关系

Fig. 2 Stress-strain relations for various deformation

令  $\lambda_s = 2\tau_s^e [1 + \frac{2\tau_s^p}{\tau_s^e} \ln \frac{b}{a}]$ ,  $\lambda_d = \frac{k}{k-1} [1 - (a/b)^{k-1}]$ ,  $\lambda_e = \frac{1}{2} [1 - (a/b)^{2k}]$ , 由弹体界面的条件, 则上式

$$\sigma_n = -\sigma_r^p = \lambda_s + \lambda_d \rho_0 c_p^* \dot{a} - \lambda_e \rho_0 \dot{a}^2 \quad (8)$$

式(5)~(8)中: 上标 p, f, e 分别表示破碎区、裂纹区、弹性区。

式(8)中第一项表征介质强度的影响, 第二项表征介质惯性的影响, 第三项表征弹体表面介质向后运动的影响。

破碎区的边界  $b$  和裂纹区边界  $c$  必须在整个求解过程中确定。弹性区中应力求解为非静定问题, 需要位移方程。因为空腔球体由零半径膨胀时空腔周壁上是有限的位移, 所以变形较大而不能采用小变形理论。弹体侵入混凝土介质时, 能量主要分配在介质体积压缩存储的位能、耗散的不可恢复变形能和通过边界转移的运动能上。但是对于混凝土结构具有自由表面(迎弹面或背弹面)时的情况, 自由边界的投入使得消耗在介质体积压缩上的能量不大。因此, 混凝土介质可以看成不可压缩介质。并且这一性质原则上表征了破碎区和径向裂纹区介质的有限变形性状和满足了自由边界条件。因此, 破碎区内和裂纹区内的位移  $w$  可直接采用不可压缩条件或由两球面间的体积不变条件  $r^3 - a^3 = (r - w)^3$  加以确定。即

$$w^{p,f}(r) = r - \sqrt[3]{r^3 - a^3} \quad (9)$$

对于弹性区, 有不可压缩条件  $dw/dr + (2w/r) = 0$ , 得到位移的通解  $w^e = D/r^2$ ,  $D$  为待定常数, 变形张量分量容易计算  $\epsilon_r^e = \partial w^e / \partial r = -2D/r^3$ ,  $\epsilon_\theta^e = w^e/r = D/r^3$ , 弹性区平衡方程、应力应变关系和弹性区边界条件

$$\frac{d\sigma_r^e}{dr} + \frac{2(\sigma_r^e - \sigma_\theta^e)}{r} = 0, \quad \frac{\sigma_r^e - \sigma_\theta^e}{2} = G(\epsilon_r^e - \epsilon_\theta^e), \quad \sigma_r^e(R) = 0 \quad (10)$$

根据式(10)可得应力  $\sigma_r^e$  的解为

$$-\sigma_r^e = 4GD \left( \frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right) \quad (11)$$

式(11)中的系数由径向裂纹区和弹性区的边界条件  $\sigma_r^f(c) = \sigma_r^e(c)$  确定为  $D = \tau_s^e b^2 c / 2G [1 - (c/R)^3]$ ,  $R$  为弹性区边界。故式(11)的表达式为

$$-\sigma_r^e = \frac{2\tau_s^e b^2 c}{1 - (c/R)^3} \left( \frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right) \quad (12)$$

为了确定破碎区和径向裂纹区的半径  $b$  和  $c$ , 有两个条件。第一个条件是径向裂纹区与弹性区的位移边界连续条件  $w^f(c) = w^e(c)$ , 考虑径向裂缝区的边界  $c$  处  $w \ll c$ , 式(11)近似为  $w^f(c) = a^3 / (3c^2)$ 。因此, 此连续条件的表达式为

$$\frac{a^3}{3c^2} = \frac{\tau_s^e b^2}{2c G [1 - (c/R)^3]} \quad (13)$$

第二个条件是裂纹增长的能量准则<sup>[8]</sup>。  $c$  增长时所释放的能量与裂纹增长所需的能量相等(后者就是  $c$  增长时表面增大所需要有效表面能  $E_B$ ), 释放出的能量等于外力功的一半, 即  $4\pi b^2 |\sigma_r^p(b)| \Delta w^p(b) / 2 = 2E_B n c \Delta c$ , 根据式(7)、(9)表达式为

$$\frac{4\pi b^2 \tau_s^e}{n} \frac{1}{c} \frac{\partial w^p(b)}{\partial c} = 2E_B \quad (14)$$

式中:  $E_B$  为有效表面能;  $E_B$  与  $K_c$  在平面应变情况下  $E_B = \pi K_c^2 (1 - \nu) / (4G)$ ,  $K_c$  是介质的应力强度因子;  $\nu$  是介质的泊松比;  $n$  是半径为  $c$  的裂缝阵面表面上裂缝单位周长, 取  $n = 6\pi$ , 相当于裂纹沿着通过球心的三个平面上展开。

根据式(9)和式(13), 设  $x = (c/R)^3$ ,  $y = (a/c)^3$ ,  $\beta = 6.0\tau_s^e / G = 6.0\gamma_0$ ,  $a/b = \sqrt{\beta / (1-x)y}^{1/3} / 2$ , 上式可得

$$-\frac{y^{5/3}(1-x)(1+2x)}{2\sqrt{\beta/(1-x)y}} \left\{ 1 - \left[ 1 - y \left( \frac{y(1-x)}{\beta} \right)^{-3/2} \right]^{-2/3} \right\} = \frac{3n\gamma_0 E_B}{4\pi \tau_s^e a} = \frac{\pi(1-\nu)}{32} \frac{\beta^2}{a/l} \quad (15)$$

式中： $\gamma_0 = \tau_s^e / G$  为极限剪应变； $l = (K_c / \tau_s^e)^2$ 。

当式(15)左边部分对  $c$  的一次导数等于零时(稳定区内它是负值)，裂缝区就出现失稳。即

$$\frac{\partial}{\partial c} \left[ -\frac{\gamma^{5/3}(1-x)(1+2x)}{2\sqrt{\beta/(1-x)}y} \left| 1 - \left[ 1 - y \left( \frac{\gamma(1-x)}{\beta} \right)^{-3/2} \right]^{-2/3} \right| \right] \quad (16)$$

解式(16)得  $x = 0.25$ ，将其代入式(14)得  $c/a$  的关系，根据  $x$  与  $c/R$  的关系，得临界状态的比值  $\eta_1$

$$R^*/a = \eta_1 \sqrt{a/l} \quad (17)$$

式中： $R^*$  为弹性区边界的临界值。

由公式(17)可以得出贯穿条件：根据式(17)计算到背面的距离，如果在这个距离内时，裂缝超越出背面，贯穿体形成，并且开始对弹体的运动阻抗产生影响。根据式(13)可得如下关系  $\eta_2$

$$a/b = \eta_2 \sqrt[4]{a/l} \quad (18)$$

式中：右边分母项中  $l$  表征了强度特征参数对应的破坏块体平均尺寸参数。因此，正是  $a/b$  揭示了不同口径弹体侵彻同一种介质的比例换算关系。

### 2.3 侵彻计算公式

当弹体着靶速度  $v_0 \leq 1000$  m/s 时，忽略式(8)中第三项的影响，根据牛顿第二定律得到锥形弹体的侵彻深度表达式

$$h = \frac{m}{B} \left[ v_0 - \frac{A}{B} \ln \left( 1 + \frac{B}{A} v_0 \right) \right] \quad (19)$$

式中

$$\begin{cases} A = \frac{1}{8} \tau_s^e \pi d^2 (1 + 2\mu' l_d/d) \left[ 4.5 - 4 \ln \left[ \eta_2 \sqrt[4]{\frac{d}{2l}} \right] \right] \\ B = \frac{1}{2} \rho_0 c_p^* \pi d^2 \frac{1 + 2\mu' l_d/d}{\sqrt{1 + 4l_d^2/d^2}} \frac{k}{k-1} \left[ \frac{1}{2} - \frac{4}{k+7} \left[ \eta_2 \sqrt[4]{\frac{d}{2l}} \right]^{k-1} \right] \end{cases}$$

$\mu'$  为弹体与介质间的滑动摩擦系数，弹头长度  $l_d = r_0 \tan \theta_0$ ， $r_0$  为弹体半径， $\theta_0$  为弹头锥角的半角； $d$  为弹体直径； $l_d/d$  为弹头长度与弹体直径之比，对于通常的弹体， $l_d/d$  在 1.5 ~ 3.0 之间，且  $\sqrt{1 + (l_d/r_0)^2} / (l_d/r_0) \approx 1$ 。

计算还表明，对于普通混凝土介质， $v_0 > 550$  m/s 时，式(19)中的对数项的影响小于 5%，因此，式(19)可简化为

$$h = M \lambda_1 \lambda_2 K_p v_0 / d^2 \quad (20)$$

式中：弹形系数  $\lambda_1 = \sqrt{1 + 4l_d^2/d^2} / \{ [1 + 2\mu' l_d/d] \sqrt{\pi} \}$ ，计算结果如图 3，弹体比例换算系数  $\lambda_2 = 2 / \{ k / (k-1) [1/2 - (4/(k+7)) (\eta_2 \sqrt[4]{d/2l})^{k-1}] \sqrt{\pi} \}$ ，弹径系数计算结果如图 4，对于混凝土介质  $k=2$ ，则  $\lambda_2 = 2 / (1 - 8\eta_2 \sqrt[4]{d/2l}/9)$ ，侵彻系数  $K_p = 1 / (\rho_0 c_p^*)$ 。

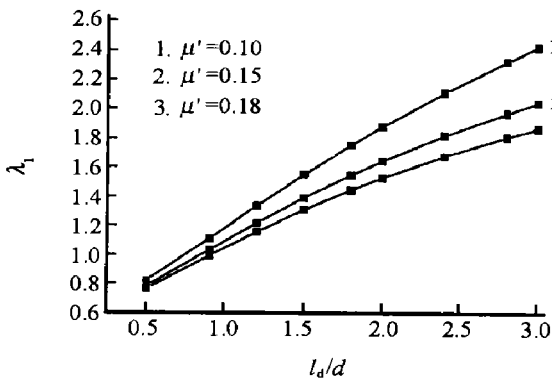


图 3 弹形系数与长径比的关系

Fig.3 Relation with the factor of caliber shape and the ratio of length to diameter of the caliber

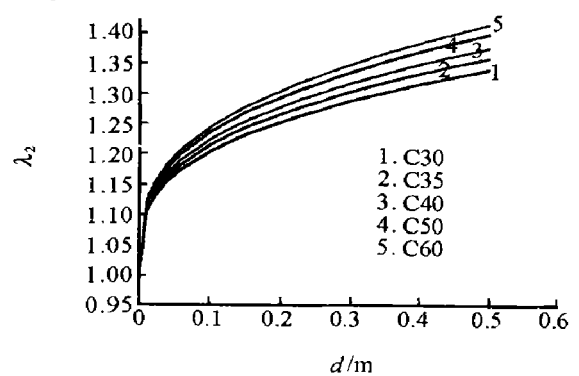


图 4 不同强度混凝土的弹径系数与弹径的关系

Fig.4 Relation with the factor of diameter of the caliber and its diameter for different strength concrete

公式(20)可以方便推广到多层介质中的侵彻计算问题,而且从理论上说明了我国规范采用的修正别列赞公式中各经验项的物理意义,为规范的修订提供了理论基础。

### 3 侵彻计算公式与国内外经验公式的对比

弹体与介质间的滑动摩擦系数  $\mu' \approx 0.1$ ,介质的剪切屈服强度  $\tau_s^e$  按下式近似计算:对普通混凝土,  $\tau_s^e = 0.225 \sqrt{f_c}$ ,  $f_c$  为混凝土的单轴抗压强度,介质的断裂韧度  $K_c$  根据文献[10]来取值,  $K_c = 0.73 \text{ MN/m}^{2/3}$ 。为了方便计算将几种常用的混凝土的  $d/(2l)$  值列于表 1(超过此表范围的可按比例推算)。根据式(18)计算系数  $\eta_2 = 0.38$ 。

表 1 常用混凝土的  $d/2l$  值  
Table 1 The  $d/2l$  value of concrete

$d/m$	C30	C35	C40	C50	C60
0.057	0.078	0.092	0.105	0.125	0.140
0.085	0.116	0.137	0.157	0.186	0.209
0.100	0.137	0.161	0.185	0.219	0.246
0.122	0.167	0.196	0.225	0.267	0.300
0.130	0.178	0.209	0.240	0.285	0.320
0.152	0.208	0.244	0.281	0.333	0.374
0.203	0.278	0.326	0.375	0.444	0.500
0.280	0.384	0.450	0.517	0.612	0.690

表 2 靶体材料参数  
Table 2 The concrete parameters

材料	抗压强度/MPa	剪切强度/MPa	密度/( $\text{kg/m}^3$ )	等价波速 $c_p^*$ /(m/s)
C30	20	1.000	2500	600
C40	27	1.169	2500	700
C50	32	1.273	2500	730
C60	36	1.350	2500	750

对于侵彻计算问题,现在各国普遍采用几个常用的公式(BLZ、NDRC、ACE、Young 公式),虽然这些公式都是一些半经验、半分析的公式<sup>[8]</sup>,但由于其所依托的大量的实验数据,在其适用范围内仍具有较高的可信度,特别是 Young 公式由于考虑了各种因素的影响,计算的精度很高。下面进行不同口径的弹体对混凝土(钢筋混凝土)的侵彻计算,计算所采用的靶体材料参数见表 2,弹种的参数见表 3,计算结果分别示于图 5~10 中。为了说明弹体的比例尺度效应问题,计算时所采用的弹种的长径比相似,具体参数见表 3,靶体的介质参数见表 2,计算结果见图 11。

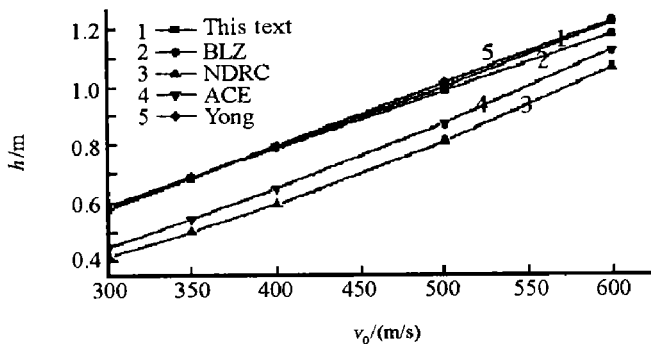


图 5 M71 侵彻 C30 混凝土靶体时  
侵彻深度与速度的关系曲线

Fig.5 The relation of penetration depth and velocity  
for M71 projectiles into C30

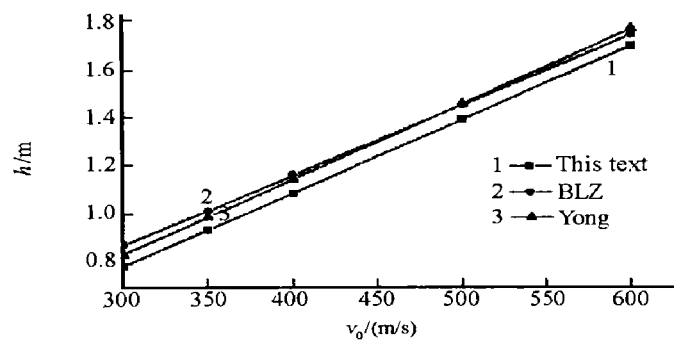


图 6 M71 侵彻 C40 混凝土靶体时  
侵彻深度与速度的关系曲线

Fig.6 The relation of penetration depth and velocity  
for M71 projectiles into C40

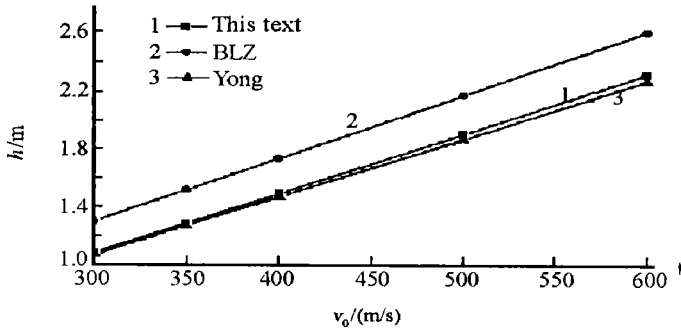


图 7 M107 侵彻 C60 混凝土靶体时  
侵彻深度与速度的关系曲线

Fig.7 The relation of penetration depth and velocity  
for M107 projectiles into C60

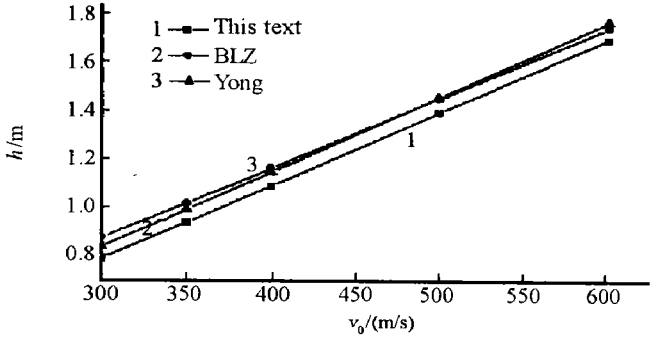


图 8 r-620 侵彻 C40 钢筋混凝土靶体时  
侵彻深度与速度的关系曲线

Fig.8 The relation of penetration depth and velocity  
for r-620 projectiles into C40 reinforced concrete

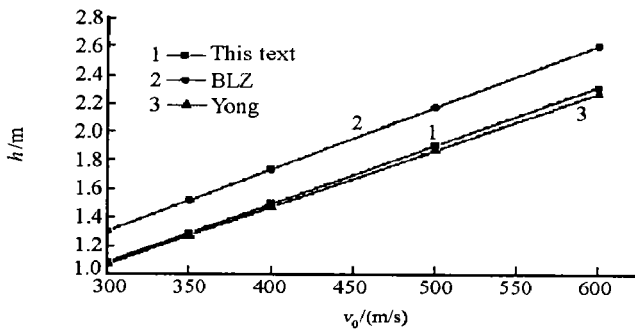


图 9 GBU-16/B 侵彻 C50 钢筋混凝土靶体时  
侵彻深度与速度的关系曲线

Fig.9 The relation of penetration depth and velocity  
for GBU-16/B projectiles into C50 reinforced concrete

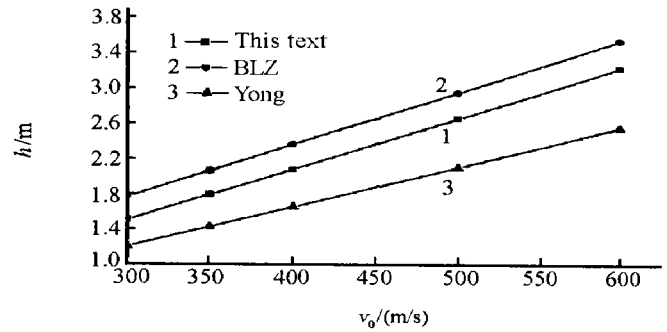


图 10 MK84 侵彻 C40 钢筋混凝土靶体时  
侵彻深度与速度的关系曲线

Fig.10 The relation of penetration depth and velocity  
for MK84 projectiles into C40 reinforced concrete

表 3 弹种的参数

Table 3 The projectiles parameters

参数	M71	M107	r-620	GBU-16/B	MK84	o-365k	Φ-41	OΦ540	r-620	GBU-12B/B
质量/kg	10.67	43.89	100	447	894	9.62	15.90	43.77	100	241
弹径/m	0.09	0.155	0.203	0.356	0.457	0.085	0.100	0.152	0.203	0.273
长径比	1.43	2.05	2.36	1.94	2.13	2.4	2.4	2.5	2.36	2.5

通过上述计算可发现对大中口径的弹体而言，NDRC 与 ACE 的计算结果偏小，而 BLZ 公式相对比较保守，本文所建立的公式与 Young 公式非常接近，结果适中(这与文献[3]通过大量的计算并与实验结果的对比研究后所得到的结论是一致的，并且 Young 公式与实验结果最接近)。说明本公式能与各种经验公式较好的相符，可用来进行侵彻估算。

通过图 11 可发现弹体的比例效应主要体现在弹体的截面密度  $M/\pi d^2$  上，长径比相似的弹体以相同的速度侵彻同一种介质时，其侵彻深度的比值近似就等于他们的截面密度的比值。因此运用本公式可用小口径的弹的实验结果很好的预估长径比相似的大口径的弹的侵彻深度。

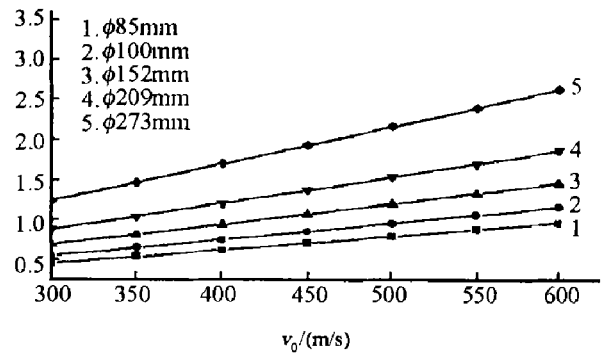


图 11 五种不同弹径的弹体侵彻 C40 混凝土时  
侵彻深度随速度的变化曲线

Fig.11 The relation of penetration depth and velocity  
for five kinds of projectile into C40

## 4 结 论

公式(19)或(20)为不同速度、不同口径的弹体侵彻混凝土类介质的深度计算提供了简单实用的方法,并可以推广到分层介质的计算中去,具有极大的应用价值。

比例换算关系不仅为准确计算侵彻深度公式提供了物理力学基础,而且为正确描述贯穿过程提供了物理力学基础。得到的侵彻与贯穿问题比例换算关系对于研究侵彻与贯穿问题具有重要的理论与实际意义。

### 参考文献:

- [ 1 ] Forrestal M J, Tzou D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets[ J ] . International Journal of Impact Engng, 1997, 34:4127—4146.
- [ 2 ] Brown S J. Energy release protection for pressurized systems ( II ): Review of studies into impact/terminal ballistics[ J ] . Applied Mechanics Rev, 1986, 39(2):177—201.
- [ 3 ] Kennedy R P. A review of procedures for the analysis and design of concrete structures to resist missile impact effect[ J ] . Nuclear Engineering & Design, 1976, 37:183—203.
- [ 4 ] Longscope D B, Forrestal M J. Penetration into targets described by a mohr-coulomb failure criterion with tension cutoff[ J ] . Journal of Applied Mechanics, 1983, 50:327—333.
- [ 5 ] Nikolaevskij V N. Mechanics of porous and fractured media[M] . Singapore: World Scientific Press, 1990.
- [ 6 ] 王明洋, 钱七虎. 饱和砂土动力特性及数值方法研究[ J ] . 岩土工程学报, 2002, 24(6):737—742.  
WANG Ming-yang, QIAN Qi-hu. Study of dynamic behaviour and numerical method for saturated sand[ J ] . Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(6):737—742.
- [ 7 ] ШЕР Е Н, За оръжих М Ю. Учет дилатансии при определении динамики развития зоны дробления в УПРУ опластической среде при камуфлетном взрыве сосредоточено в заряда[ J ] . ФТПРПИ, 1997, (5):48—53.
- [ 8 ] Слепян Л И К. Расчету размеров скважины, образующейся при высокоскоростном ударе[ J ] . ФТПРПИ, 1978, (5):37—44.
- [ 9 ] Ионов В Н. динамика разрушения деформируемого тела[ M ] . Москва: Машиностроение, 1987.
- [ 10 ] Carpinteri A, Ingraffea A R. Fracture mechanics of concrete material characterization and testing[M] . 长沙: 湖南大学出版社, 1988:168—169.

## The scaling problems of penetration and perforation for projectile into concrete media

WANG Ming-yang<sup>\*</sup>, ZHENG Da-liang, QIAN Qi-hu

(Center of Research Lab for Blast-resistance Structures, Engineering Institute of  
PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, Jiangsu, China)

**Abstract:** An analytical model is described for characterizing the deformation and failure behavior of the concrete in the process of penetration and perforation. According to the energy balance relationship crossing the wave front, the continuity of movement of the surface of projectile and the energy transfer, the scaling law in penetration and perforation is uncovered, resulting in a formula for computation of penetration on wide scales and the perforation process on a sound physical background. The proposed formula agrees well with the established empirical equations.

**Key words:** mechanics of explosion; scaling relation; penetration and perforation; concrete; critical stress-intensity factor

---

\* Corresponding author: WANG Ming-yang  
E-mail address: wmyw@hotmail.com  
Telephone: 025-80821695