

# 点火管破孔的随机过程的一维两相流计算\*

冯德成, 翁春生, 王 震, 白桥栋

(南京理工大学动力工程学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 从宏观的角度考虑了破孔过程中的随机因素, 提出了破孔压差的概念, 把各个传火孔的破孔压差看作是服从正态分布的独立随机变量, 建立了该过程的随机模型, 并用 Monte-Carlo 方法进行了随机模拟。所得结论对点火系统的设计安全性具有一定的指导意义。

关键词: 爆炸力学; 随机模拟; Monte-Carlo 方法; 点火管; 内弹道

中图分类号: O389; TJ012.1

国标学科代码: 130°3599

文献标志码: A

## 1 引 言

为了改善火炮的点火条件, 以达到均匀一致的点火, 目前广泛采用中心点火管的点火方式。这种点火系统与底部点火不同, 它可以使点火药气体沿轴向均匀地向四周渗透, 不仅改善了点火的一致性, 而且减弱了膛内压力波<sup>[1]</sup>。

图 1 为金属点火管的结构图, 它由底火、金属管、小粒黑药、衬纸、大粒黑药及固定盖组成。它的工作机理是: 底火被击发后, 先引燃附近的小粒黑药, 由此产生的炽热气体和固体产物, 再引燃大粒黑药, 并形成使气体向前运动的压力梯度。在压力阵面向前传播的同时, 若压力超过衬纸的剪切强度, 传火孔就依次被打开, 气体和颗粒一起从孔中喷射到外面。当右端面的压力达到一定数值以后, 固定盖被冲开, 气体和部分药粒从右端面流出。

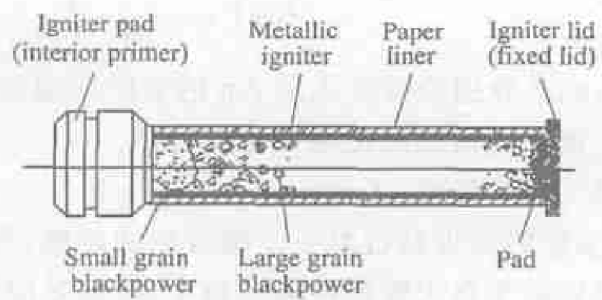


图 1 点火管结构图

Fig. 1 The configuration of center-core igniter

在点火管的传火过程中, 传火孔的破孔时间(从底火被击发到第一个传火孔破裂所持续的时间)和

破孔的先后顺序对火炮弹道性能的稳定性和一致性有较大的影响<sup>[1~2]</sup>。以往在对点火管的数学模型进行数值仿真时, 对所有传火孔, 都事先给出一个相同的破孔压力值, 一旦某个传火孔处的气相压力超过给定的破孔压力值, 就判定该处传火孔破裂, 但这与实际情况有一定的偏差。主要原因在于以下几个方面:

- (1) 数值仿真时给出的破孔压力值带有一定的经验性和主观性;
- (2) 对于同一结构的点火管来说, 破孔过程因点火药的包装、位置和内衬材料的差异而带有一定的随机性<sup>[3]</sup>;
- (3) 即使同一次点火过程, 不同点火孔的实际破孔压力也各不相同。

所以, 点火管内传火孔的破孔过程本质上是一个随机过程。因此, 用概率论的观点去分析和研究点火管的破孔过程, 将具有一定的现实意义。

\* 收稿日期: 2003-12-05; 修回日期: 2004-05-18

基金项目: 高校青年教师奖励基金项目

作者简介: 冯德成(1972—), 男, 博士研究生。

本文中从宏观的角度考虑破孔过程中的随机因素,提出破孔压差的概念。把各个传火孔的破孔压差看作是服从正态分布的独立的随机变量,建立该过程的随机模型。依据点火管内火药燃烧过程的一维两相流数值仿真的计算机程序,用 Monte-Carlo 方法对破孔过程进行随机模拟。

## 2 理论模型

### 2.1 点火管随机破孔模型

#### 2.1.1 基本假设

- (1)每个点火孔的实际破孔压力是一个服从正态分布的随机变量,且各个孔之间相互独立。
- (2)考虑一维问题时,认为同一排孔上的两个传火孔的性质是一致的。

#### 2.1.2 数学模型

设  $p_0$  为某点火管给定的破孔压力,该点火管上有  $n$  排传火孔, $p_i$  为该点火管第  $i$  排传火孔破裂瞬间管内该点处的气相压力(即实际破孔压力)。破孔压差

$$\Delta p_i = p_i - p_0 \quad (1)$$

依据假设, $p_i$  是一个服从正态分布的随机变量,则每个  $\Delta p_i$  亦服从正态分布<sup>[4]</sup>,且每个  $\Delta p_i$  之间相互独立。若记

$$\Delta \mathbf{p} = (\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_n) \quad (2)$$

则  $\Delta \mathbf{p}$  是一个服从正态分布的  $n$  维随机矢量,称为该点火管的破孔压差。令  $\mu_i$  和  $\sigma_i$  分别为正态分布  $\Delta p_i$  的数学期望和方差,则随机矢量  $\Delta \mathbf{p}$  的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |B|^{1/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (x - a)^T B^{-1} (x - a) \right] \quad (3)$$

式中: $a$ 、 $B$  分别为破孔压差  $\Delta \mathbf{p}$  的数学期望和协方差矩阵。在实际的计算中  $\mu_i$  和  $\sigma_i$  由实验求得。

### 2.2 点火管内火药燃烧过程模型

#### 2.2.1 基本假设

实际的点火过程是一个很复杂的过程,为了简化,提出以下假设:

- (1)由于点火管的截面积较小,径向效应可忽略不计,因而认为点火管内的流动是一维流动。截面积  $A$  为常数。
- (2)点火药床由当量直径和性质相同的药粒群组成,单颗粒火药服从几何燃烧定律。
- (3)点火药颗粒不可压缩。
- (4)点火药燃气的组份不变,火药力,余容和比热比均为常数,其状态方程服从阿贝尔-诺贝尔方程。
- (5)药粒点火准则为表面温度准则。当表面温度达到点火温度时,药粒即被点燃。

#### 2.2.2 数学模型

点火管内火药燃烧由气、固两相守恒方程组成。气相、固相连续方程,气相、固相动量方程和气相能量方程分别为<sup>[2]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\phi \rho_g u_g) = A_p \rho_p \dot{r} - \dot{m}_g \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi) \rho_p] + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \phi) \rho_p u_p] = -A_p \rho_p \dot{r} - \dot{m}_p \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\phi \rho_g u_g^2) = -A_p f + A_p \rho_p u_p \dot{r} - \dot{m}_g u_g \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi) \rho_p u_p] + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \phi) \rho_p u_p^2] + (1 - \phi) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \phi) R] = A_p f - A_p \rho_p u_p \dot{r} - \dot{m}_p u_p \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \rho_g \left[ e_g + \frac{u_g^2}{2} \right] \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \phi \rho_g u_g \left[ e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2} \right] \right] + p \frac{\partial \phi}{\partial t} = -A_p q - A_p f u_p +$$

$$A_p \rho_p \dot{r} \left[ E_p + \frac{p}{\rho_p} + \frac{u_p^2}{2} \right] - \dot{m}_g \left[ e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2} \right] - \dot{m}_p \left[ e_p + \frac{p}{\rho_p} + \frac{u_p^2}{2} \right] \quad (8)$$

式中： $A_p = \frac{(1-\phi)\rho_p S_p}{M_p}$ ，为固相比表面积； $E_p = \frac{f}{k-1}$ ，为火药化学潜能，常忽略； $\dot{m}_g$  和  $\dot{m}_p$  分别为气相和固相单位体积质量流量； $\rho_g$  和  $\rho_p$  分别为气相和固相密度； $R$  为颗粒间应力； $r$  为火药燃烧速度； $e_g$  和  $e_p$  分别为气相和固相比内能； $f$  为相间阻力； $u_g$  和  $u_p$  为气相和固相速度； $k$  为绝热指数； $\phi$  为空隙率； $p$  为压强； $q$  为相间热传导。

由于火药颗粒尺寸相对较大，每颗火药的内部温度不一致，所以不能简单地用同一  $T_p$  来表示一颗火药的温度。因此，在内弹道两相流模型中，通常用火药颗粒表面温度方程来代替火药固相能量方程。

火药表面温度方程为

$$\frac{dT_{ps}}{dt} = \frac{2q}{k_p} \frac{\sqrt{a_p} \sqrt{t + \tilde{\alpha}}}{\sqrt{\pi} \tilde{\alpha}} \tag{9}$$

式中： $a_p$  为导热系数； $k_p$  为导温系数； $q$  为相间热传导。

有关使方程组封闭的其它辅助方程可参考文献[2]。

假设当传火孔一旦破裂以后，由于管内外压力差比较大，气体以声速流出，气体通过传火孔时为临界状态。另外，考虑到每个传火孔的截面上有  $(1-\phi)$  部分被固相颗粒所遮盖，单位体积气体的质量流量为

$$\dot{m}_g = \frac{\phi_2 S_d \Gamma^{2\phi} p}{A \Delta x \sqrt{RT}} \tag{10}$$

$$\Gamma = \sqrt{k} \left[ \frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \tag{11}$$

通过侧向传火孔的单位体积固相质量流量为

$$\dot{m}_p = \frac{\rho_p (1-\phi) u_p}{\phi \rho_g u_g} \dot{m}_g \tag{12}$$

式中： $S_d$  为落在某网格内的传火孔总截面积； $\Delta x$  为网格长度，即步长； $A$  为点火管的截面积； $\phi_2$  为流量修正系数。

### 3 模型的 Monte-Carlo 模拟

在本文中，所考虑的点火管上有七排孔，所以  $n=7$ 。点火管内为 2 号大粒黑药，依据以往试验数据<sup>[3,5]</sup>，可取破孔压力  $p_0=6\text{MPa}$ 。考虑点火管内衬剪切强度的误差，破孔压差的均方差取一个大气压，即  $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_7 = 0.1013\text{MPa}$  (为了叙述方便，把破孔压差的均方差记为  $\sigma$ )。由于各个孔破裂时相互独立，可认为各个孔的破孔压差的数学期望值 (均值) 为零。

对微分方程组 (4) ~ (8) 采用二步显格式 MacComack 方法离散，定解条件为：(1) 初始条件： $u_g(0, x) = 0$ ,  $u_p(0, x) = 0$ ，压力为常压，温度为室温，密度由状态方程确定，空隙率由装填条件确定；(2) 边界条件： $u_g(t, 0) = 0$ ,  $u_g(t, l) = 0$ ,  $u_p(t, 0) = 0$ ,  $u_p(t, l) = 0$  ( $l$  是点火管内部空间的长度)。在左边界和右边界处均采用镜面反射法。由于各个传火孔破裂的随机性，在计算时，由 Monte-Carlo 方法产生判定各个传火孔是否破裂的压力随机值，然后代入一维两相流模型进行随机模拟。

随机模拟的具体过程<sup>[6]</sup>为：

- (1) 依次产生区间  $[0, 1]$  上的均匀分布随机数。
- (2) 利用下式产生标准正态分布随机数

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{-2\ln r_1} \cos(2\pi r_2) \\ x_2 &= \sqrt{-2\ln r_1} \sin(2\pi r_2) \end{aligned}$$

- (3) 用  $y = Cx + \mu$  变换后代入点火药的一维两相流模型求解，这里  $C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{71} & c_{72} & \dots & c_{77} \end{bmatrix}$ ， $C$  是

满足  $\Sigma = C \cdot C^T$  的下三角矩阵,  $\Sigma$  是多维正态随机矢量  $(\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_7)$  的协方差矩阵,  $\Delta p_i$  为第  $i$  排点火孔的破孔压差。

(4) 重复进行(1)~(3)过程, 直到满足所需模拟次数。

### 4 计算结果及分析

图 2 为在不考虑随机破孔时(即认为各个孔的实际破孔压力相同时)点火管左端计算压力曲线与实验结果的比较, 从图中看出: 二者的变化趋势是相当一致的, 说明该计算软件在仿真点火管内弹道过程时有较高的精度。

图 3 为计算所得各排孔首次破孔的频数分布, 模拟次数为 100。第三、四、五、六排孔首次破孔的频数依次为 1、17、59、23, 其它孔均为零, 说明在  $p_0 = 6\text{MPa}$ ,  $\sigma = 0.1013\text{MPa}$  时右端的传火孔首次破孔的概率较大。图 4 为实验测得点火管内不同时刻的压力分布曲线, 曲线在距离左端 15cm 处有一凹点, 表明该处传火孔首先破裂。之后随着点火管内压力的增大, 其它各处的传火孔相继破裂, 但由于该孔喷射的火药气体流量大, 故该处实测的压力值始终小于其它各处的压力。虽然图 3 为计算统计结果, 图 4 为一次具体的实验结果, 但图 4 所示结果表明点火管在靠近右端处首先破孔。

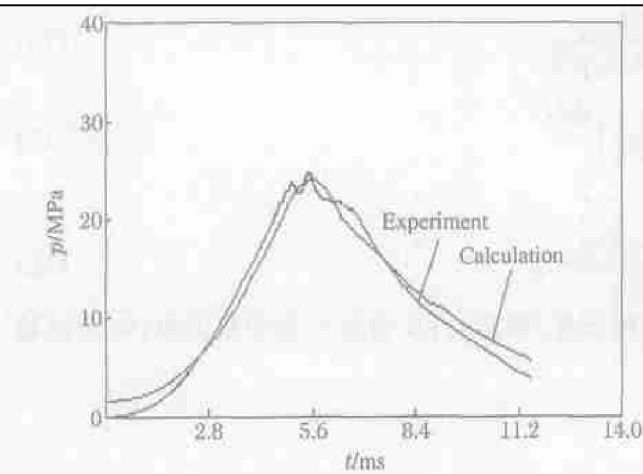


图 2 点火管左端计算压力与试验压力曲线的比较  
Fig. 2 Pressure at left in center-core ignition, calculated vs experimental values

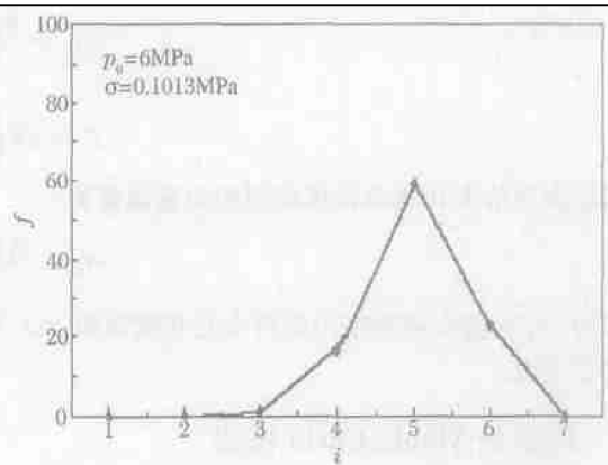


图 3 首次破孔频数分布图  
Fig. 3 The frequency distribution of first breaking hole

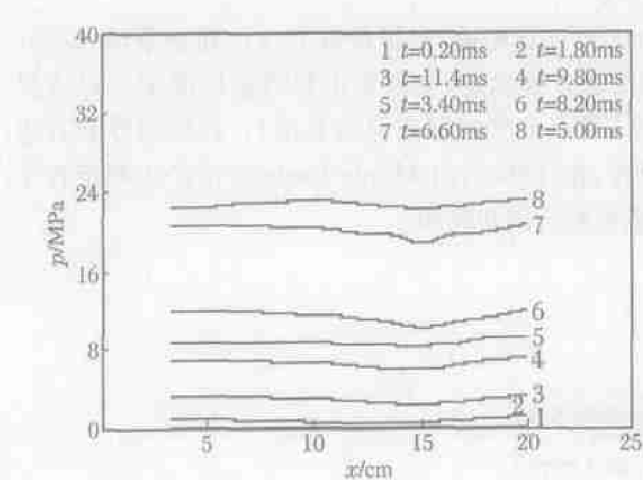


图 4 中心点火管内不同时刻压力分布曲线  
Fig. 4 Pressure distribution in center-core igniter at difference time

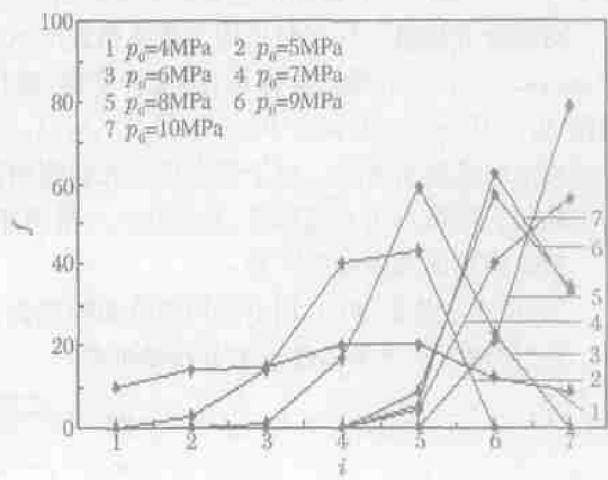


图 5 不同压力下首次破孔的频数分布图  
Fig. 5 The frequency distribution of first breaking hole at difference pressure

实际上, 给定的破孔压力值的大小, 可以间接反映出点火管内衬纸的剪切强度。在仿真时所给出的破孔压力的值相对较大, 表明衬纸的剪切强度较大。当点火管中小粒黑药被引燃, 压力阵面向前传播的同时, 左端传火孔压力尚未达到衬纸的剪切强度, 而右端火药被压缩, 压力迅速升高, 超过传火孔衬纸的剪切强度而造成右端传火孔率先破裂。

图 5 为  $\sigma=0.1013\text{MPa}$  时不同传火孔首次破孔的频数随着破孔压力变化的分布图。破孔压力依次从  $4\text{MPa}$  变化到  $10\text{MPa}$ , 每次模拟次数都为 100。从图中看出, 在破孔压力为  $4\text{MPa}$  时, 各排孔的首次破孔的概率比较均匀, 介于  $0.1\sim 0.2$  之间。随着点火管破孔压力的增大, 点火管右端传火孔首次破孔的概率也随之增大, 在  $p_0=8\text{MPa}$  时, 第七排传火孔的首次破孔的概率达到了  $0.79$ , 之后又有所回落, 而第六排孔的首次破孔的概率则逐渐上升。其整体变化趋势就如同同一列向右传播的波, 在遇到障碍时返回。图 5 结果表明: 增加衬纸的剪切强度可以使右端传火孔首次破孔的概率增大。所以必要时可以通过控制衬纸的剪切强度, 来调节点火管的破孔顺序, 使点火过程向良性的方向发展。

图 6 为破孔压力在  $5.7$  和  $9\text{MPa}$  时各排孔首次破孔的频数随破孔压差的均方差变化的分布图。 $\sigma$  依次从  $0.05065\text{MPa}$  增大到  $0.40520\text{MPa}$ , 每次模拟次数都为 100。当  $p_0=5\text{MPa}$  时, 破孔压差的变化对第五排孔的首次破孔概率的影响最为明显, 概率值从  $0.56$  变化到  $0.21$ , 变化幅度为  $0.35$ 。当  $p_0=7\text{MPa}$  时, 破孔压差则对第七排孔的首次破孔概率影响最为明显, 概率值从  $0.66$  变化到  $0.28$ , 变化幅度为  $0.38$ 。当  $p_0=9\text{MPa}$  时, 第六排孔的首次破孔概率受破孔压差的变化影响最为明显, 概率值从  $0.80$  变化到  $0.31$ , 为严格递减趋势。比较图 4~6, 可以看出, 在破孔压力较小时, 破孔压差的随机变化对左端传火孔的首次破孔概率的影响比较明显, 而随着破孔压力的增大, 这种影响逐渐移向右端。

### 5 结 论

(1) 点火管内衬纸的剪切强度对点火管的破孔顺序的影响是存在的。增加衬纸的剪切强度可以使右端传火孔首次破孔的概率增大; 反之, 左端传火孔就容易先破。

(2) 在衬纸的剪切强度较低时, 点火管内随机因素对破孔顺序的影响就比较明显, 就容易造成弹道性能的不稳定。

(3) 本文中从宏观上考虑了点火管破孔时的随机性, 并对模型进行了随机模拟, 所得结论对点火系

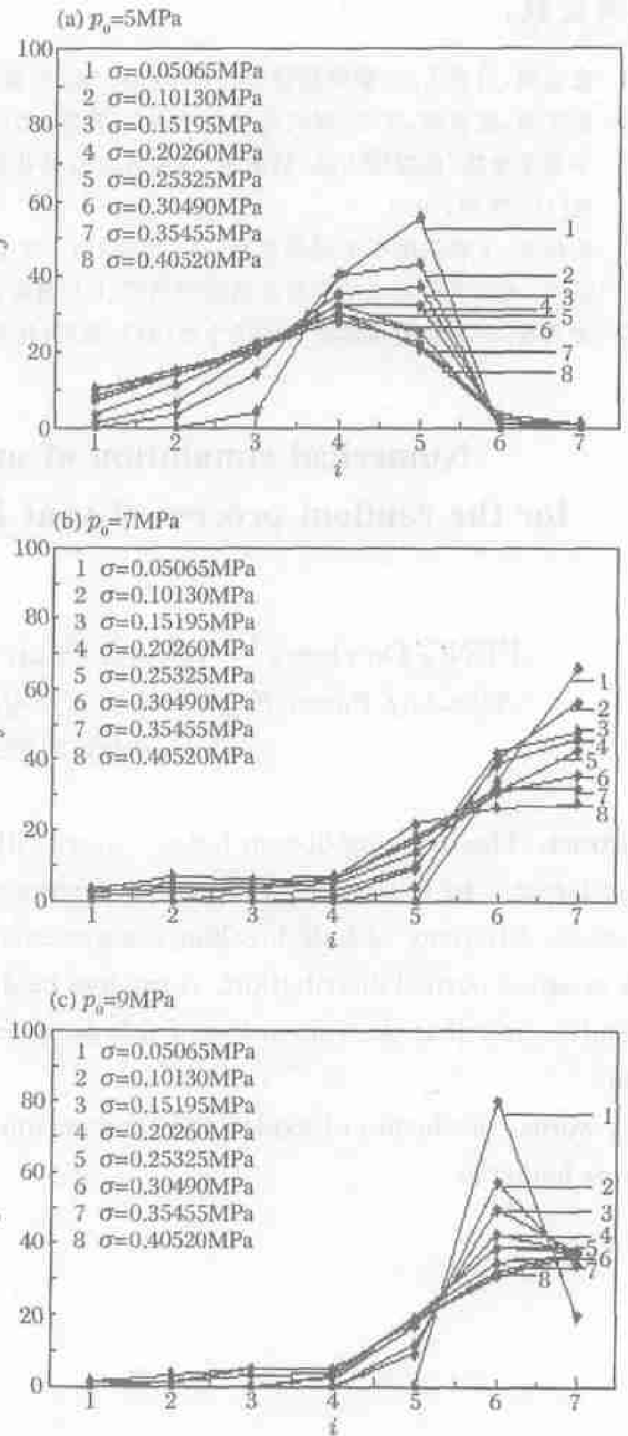


图 6 首次破孔的频数随  $\sigma$  的变化分布图  
Fig.6 The frequency distribution of first breaking hole versus  $\sigma$

统设计的安全性提供了理论依据。

### 参考文献:

- [1] 金志明, 翁春生. 火炮装药设计安全学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [2] 金志明, 袁亚雄, 宋明. 现代内弹道学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1992.
- [3] 华东工学院“危险压力波”科研组. 金属点火管喷孔流场与破孔规律的实验研究[A]. 中国兵工学会弹道学会论文集[C]. 济南, 1990.
- [4] 陆传赉. 工程系统中的随机过程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2000.
- [5] 沙恒. 内弹道两相流动力学及其应用研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2001.
- [6] 方再根. 计算机模拟和蒙特卡洛方法[M]. 北京: 北京工业学院出版社, 1988.

## Numerical simulation of one-dimensional two-phase flow for the random process of vent holes breaking in center-core igniter

FENG De-cheng<sup>\*</sup>, WENG Chun-sheng, WANG Zhen, BAI Qiao-dong  
(School of Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology,  
Nanjing 210094, Jiansu, China)

**Abstract:** The breaking of vent holes is essentially a random process, which is influenced by many random factors. In this paper, the random factors are studied in a macroscopic view, and a new concept, pressure difference of hole breaking, is presented, which is regarded as an independent random variable satisfied normal distribution. A random model is proposed and solved by the Monte-Carlo method. Results show that the conclusion of this paper can be a reference for the design of a safe ignition system.

**Key words:** mechanics of explosion; random simulation; Monte-Carlo method; center-core igniter; interior ballistics

---

<sup>\*</sup> Corresponding author: FENG De-cheng  
E-mail address: fengdc@163.com  
Telephone: 025-84319684