

文章编号: 1001-1455(2005)01-0090-07

刚塑性圆板受水下爆炸载荷时的动力响应*

谌 勇¹, 唐 平², 汪 玉³, 杨世全²

(1. 上海交通大学振动、噪声与冲击国家重点实验室, 上海 200040;

2. 中国工程物理研究院结构力学研究所, 四川 绵阳 621900;

3. 海军装备论证中心, 北京 100085)

摘要: 分析了简支刚塑性圆板受水下爆炸载荷时的塑性动力响应。考虑到流固耦合作用, 应用 Taylor 平板理论求水下爆炸压力, 用刚塑性法分析了圆板的永久变形场, 引入膜力因子考虑了圆板大变形时的膜力效应。计算结果同用 ABAQUS 程序的计算结果进行了比较, 表明不考虑空泡时所得结果较精确。最后考察了流固耦合作用及空泡对结构响应的影响。

关键词: 固体力学; 动力响应; 水下爆炸; 刚塑性圆板

中图分类号: O348

国标学科代码: 130·150

文献标志码: A

1 引言

结构受水下爆炸载荷时的塑性变形是船舶力学中十分关心的问题, 但由于该问题不仅涉及了结构大变形时的各种非线性因素, 而且必须考虑水下爆炸时的流固耦合作用, 这使得分析难度极大地提高, 即使对于简单结构, 也难求出完整的解析解。

圆板受爆炸载荷时的变形很典型, 由于其轴对称特点, 使理论分析难度降低, 但他却代表了三维结构受爆炸载荷时的许多特点, 因此许多学者对此进行了研究。G. N. Nurick 等^[1]从理论和试验两个方面进行了研究, 并对前人的成果进行了详尽的综述。而在结构受水下爆炸载荷作用的机理方面, G. T. Taylor^[2]最早给出了用来考虑水下爆炸时结构同流体耦合的无限大平板理论。R. H. Cole 等^[3]进一步推导了考虑入射波衍射时的有限平板的压力表达式, 并通过假设变形模式, 推导了圆膜的变形。但这些方法假设的变形模式只适用于变形很大的情况。近年来, 刚塑性分析法被证明在分析简单结构受冲击载荷时的塑性变形很有效, N. Jones^[4]综述了该方法在梁、板、壳多种结构冲击问题中的应用。刚塑性分析法通常首先假设结构运动时的速度场, 所以对于水下爆炸及流固耦合一类问题, 可以根据速度场得到流体的压力, 从而进行求解。应用这种思想, Z. Zong^[5]分析了边界自由-自由梁受水下爆炸载荷时的塑性响应, 而 J. Jiang 等^[6]通过将加筋板简化为并列梁, 从而利用刚塑性法求得受水下爆炸载荷时的响应。而对于板结构, 由于板内应力比梁、膜更复杂, 公式推导中会出现很复杂的形式, 所以, 目前关于这类问题的解析解很少见。作为这一类方法的推广, 本文中分析简支圆板受远场水下爆炸载荷时的塑性动力响应, 利用 Taylor 平板理论考虑流固耦合因素, 通过假设结构在不同阶段的速度分布, 得到该时段内的压力, 并结合控制方程进行求解。另外, 为了考虑结构的大变形, 引入膜力因子, 这样既可以简化公式的推导, 又具有一定的精度。同时, 为了验证所用的理论方法, 用非线性有限元程序 ABAQUS 进行计算, 建立包括流体在内的轴对称有限元模型。

2 水下爆炸压力的计算与 Taylor 平板理论

考虑如图 1 所示的问题, 圆板背面为空气, 前面受水下爆炸的冲击作用。R. H. Cole^[3]最先给出了

* 收稿日期: 2003-11-03; 修回日期: 2004-11-24

基金项目: 国家自然科学基金委员会和中国工程物理研究院联合基金项目(10276040)

作者简介: 谌 勇(1977—), 男, 博士研究生。

水下爆炸时的入射压力变化规律

$$p_i = p_{\max} \exp(-t/\tau) \quad (1)$$

式中： p_{\max} 为峰值压力， t 为时间， τ 为与炸药特性有关的时间常数。当考虑流固耦合作用时，由于压力波的反射和散射作用，压力的计算较复杂，因此许多学者提出了不同的计算方法，如 T. L. Geers^[7] 提出的 DAA 法等，这些方法能在不同程度上对实际情况进行近似，但复杂程度也不同。而由 G. T. Taylor^[2] 提出的平板理论最

简单，且已经证实用其计算结构早期响应较精确。该理论中，湿表面压力

$$p(t) = 2p_i - \rho c v_n / \cos\alpha \quad (2)$$

式中： $p(t)$ 为总压力； p_i 为入射波的压力，大小由式(1)给出； ρ 为流体密度； c 为水中的声速； α 为爆炸波的入射角，此处因圆板变形很小，简单起见，不考虑球面波效应，有 $\alpha=0$ ； v_n 为流固耦合面上流体的法向速度，假设流体与结构不发生分离，所以此处即为板的运动速度。由式(2)可见，式中由于流体压力同结构的运动速度相互耦合，使求解难度比空气中的爆炸问题大。

3 圆板的大挠度刚塑性动力分析

为简化分析，作以下基本假设：

- (1) 材料由理想刚塑性材料构成，忽略结构的应变率效应；
- (2) 板发生有限变形，但同板的尺寸相比仍很小，所以板的径向斜率的平方很小，即 $(\partial W/\partial r)^2 \ll 1$ ，其中 W 为板的变形；
- (3) 由于板的半径厚度比 R/H 较大，所以忽略剪切铰机制对永久位移的影响^[4]；
- (4) 暂不考虑水下爆炸时空泡压力对结构的影响。

3.1 圆板的控制方程

理想塑性的屈服面采用图 2 所示的独立屈服面，他们是服从 Tresca 条件的轴对称壳体的外接屈服面。图 2 中极限弯矩 $M_0 = \sigma_s H^2/4$ ，极限轴力 $N_0 = \sigma_s H^2$ ，其中 σ_s 为屈服极限。在小变形情况下，圆板的控制方程可以写成

$$\frac{\partial}{\partial r}(rM_r) - M_\theta = \int_0^R \mu \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} r dr - \int_0^R p r dr$$

式中： M_r, M_θ 为径向和周向的弯矩； m 为单位面积板的质量， $m = \mu H$ ， μ 为密度， H 为板厚。而当考虑大变形因素时，膜力对于变形很重要，此时，按照文献[8]，引入两个参数 f_r, f_θ 于控制方程

$$\frac{\partial}{\partial r}(rM_r f_r) - M_\theta f_\theta = \int_0^R \mu \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} r dr - \int_0^R p r dr \quad (3)$$

式中： f_r, f_θ 称为膜力因子，是为考虑膜力时，按照能量平衡原理，同时根据弯矩和膜力共同的屈服条件，得出对弯矩的修正项。根据圆板变形的程度，有

$$f_r = \begin{cases} 1 + 4(W_0/H)^2 & W_0/H \leq 1/2 \\ 4W_0/H & W_0/H > 1/2 \end{cases}, \quad f_\theta = \begin{cases} 1 + 4(W_0/H)^2/3 & W_0/H \leq 1/2 \\ 2W_0/H + H/(6W_0) & W_0/H > 1/2 \end{cases}$$

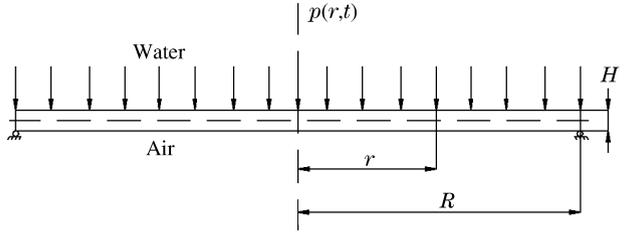


图 1 结构分析示意图
Fig. 1 Sketch of analyzed structure

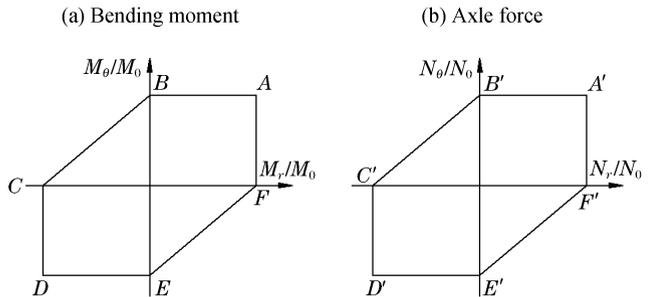


图 2 屈服面示意图
Fig. 2 Sketch of yielding surface

式中: W_0 为圆板中点的变形, 这样应变的变化率 $\dot{\lambda}_r = W' \dot{W}'$, $\dot{\lambda}_\theta = 0$, 曲率的变化率 $\dot{\kappa}_r = -\dot{W}''$, $\dot{\kappa}_\theta = -\dot{W}'/r$, $(\dot{\cdot}) = \partial(\dot{\cdot})/\partial t$, $(\cdot)' = \partial(\cdot)/\partial r$ 。

对于 $p(0) > 2p_c$ (p_c 为圆板的静破坏压力) 的情形, 参考 N. Jones^[4] 给出的圆板的刚塑性分析方法, 假设圆板存在两个运动相。

3.2 运动第一相

初始时刻在圆板中 $r = \xi(0)$ 处形成一个塑性铰环, 随着压力的变化, 塑性铰向中心移动。与此相关联的横向速度场见图 3, 并可写成

$$\dot{W} = \begin{cases} \dot{W}_1 & 0 \leq r \leq \xi(t) \\ \dot{W}_1(R-r)/[R-\xi(t)] & \xi(t) < r \leq R \end{cases}$$

式中: $W = W(r, t)$ 为板的位移场, $\xi(t)$ 为塑性铰离轴线的距离, 而 W_1 为第一相时板的中点位移, 对应的加速度场为

$$\ddot{W} = \begin{cases} \ddot{W}_1 & 0 \leq r \leq \xi(t) \\ \frac{[\ddot{W}_1 + \dot{\xi}(t) \dot{W}_1/(R-\xi(t))](R-r)}{R-\xi(t)} & \xi(t) < r \leq R \end{cases}$$

在此区域内, 有 $M_r = M_\theta = M_0$, $N_r = N_\theta = N_0$, 此时和屈服面的 A 和 A' 点是相容的, 由控制方程可得

$$(rM_r f_r)' - M_0 f_\theta = - \int_0^R [(2p_0 e^{-t/\tau} - \rho c \dot{W})r - mr \ddot{W}] dr$$

对 r 积分一次给出 $M_r f_r = (m \ddot{W}_1 + \rho c \dot{W}_1 - 2p_0 e^{-t/\tau})r^2/6 + M_0 f_\theta$, 由边界条件得出运动方程

$$m \ddot{W}_1 + \rho c \dot{W}_1 = 2p_0 e^{-t/\tau} \quad (6)$$

由初始条件 $t=0$ 时, $W_1 = \dot{W}_1 = 0$, 因此可得塑性平台的速度和位移表达式

$$\begin{cases} \dot{W}_1 = \frac{2p_0 \tau (e^{-t/\tau} - e^{-\rho c t/m})}{\rho c \tau - m} \\ W_1 = \frac{2p_0 \tau (m e^{-\rho c t/m} - \rho c \tau e^{-t/\tau})}{\rho c (\rho c \tau - \mu)} + \frac{2p_0}{\rho c} \end{cases}$$

而外圆部分对应的应变变化率 $\dot{\lambda}_r = \frac{\dot{W}_1 \ddot{W}_1}{R-\xi(t)}$, $\dot{\lambda}_\theta = 0$; 曲率变化率 $\dot{\kappa}_r = 0$, $\dot{\kappa}_\theta = \frac{\ddot{W}_1}{r(R-\xi(t))}$ 。

外圆部分分别和屈服面 AB 及 $A'F'$ 区域是相容的, 可得控制方程

$$\begin{cases} N_0 - N_\theta = -prW' + mr \ddot{W}W' \\ (rM_r f_r)' - M_0 f_\theta = - \int_0^R (pr - mr \ddot{W} + N_\theta \omega') dr \end{cases}$$

消去 N_θ 并忽略 W'^2 的高阶项得

$$(rM_r f_r)' - M_0 f_\theta = - \int_0^R [(2p_0 e^{-t/\tau} - \rho c \dot{W})r - mr \ddot{W} + N_0 W'] dr$$

对 r 积分一次同时考虑 W_1 的表达式(6), 得

$$\begin{aligned} rM_r f_r = rM_0 f_\theta - 2p_0 e^{-t/\tau} \left(\frac{r^3}{6} - \frac{\xi^2 r}{2} \right) + \frac{2p_0 e^{-t/\tau} (2Rr^3 - 6R\xi^2 r - r^4 + 4\xi^3 r)}{12(R-\xi)} + \\ \frac{m \dot{W}_1 \xi (2Rr^3 - 6R\xi^2 r - r^4 + 4\xi^3 r)}{12(R-\xi)^2} - \frac{N_0 W_1 (r^2/2 - \xi r)}{R-\xi} + C_1 \end{aligned}$$

由边界条件 $M_r(R, t) = 0$ 可定出

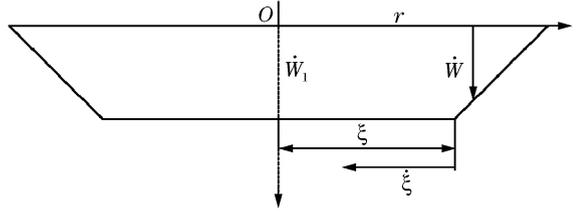


图 3 运动第一相速度场

Fig. 3 Velocity field of the first phase

$$C_1 = -RM_0 f_\theta + 2p_0 e^{-t/\tau} \left(\frac{R^3}{6} - \frac{\xi^2 R}{2} \right) - \frac{2p_0 e^{-t/\tau} (R^4 - 6R^2 \xi^2 + 4R\xi^3)}{12(R - \xi)} - \frac{m\dot{W}_1 \dot{\xi} (R^4 - 6R^2 \xi^2 + 4R\xi^3)}{12(R - \xi)^2} + \frac{N_0 W_1 (R^2/2 - R\xi)}{R - \xi}$$

由边界条件 $M_r(\xi(t), t) = M_0$,可得

$$m\dot{W}_1 \dot{\xi} (R - \xi) (R + 3\xi) + 2p_0 e^{-t/\tau} (R - \xi)^2 (2R + 5\xi) + 6N_0 W_1 (R - \xi) - 12RM_0 f_\theta = 0 \quad (7)$$

由于此处关于 $\xi(t)$ 的表达式为一个一阶微分方程,给出了 $\xi(t)$ 的变化规律,铰的初始位置由 $p(0)$ 决定,并满足 $\frac{p(0)}{2p_c} = \frac{R^3}{(R + \xi_0)(R - \xi_0)^2}$,用数值方法解出这个微分方程便可求得塑性铰的位置 $\xi(t)$ 。

3.3 运动第二相

$t = t_z$ 时, $\xi(t) = 0$,即移动塑性铰在板中心相遇, t_z 可由(7)式确定。第二相时,假设圆板具有图 4 所示的速度场和加速度场

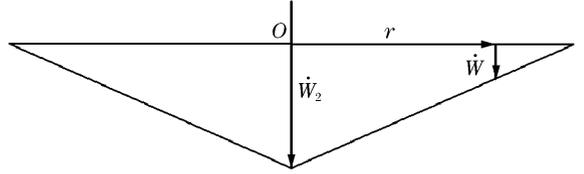


图 4 运动第二相速度场

Fig. 4 Velocity field of the second phase

$$\begin{cases} \dot{W}(r, t) = \dot{W}_2(t) (1 - r/R) \\ \ddot{W}(r, t) = \ddot{W}_2(t) (1 - r/R) \end{cases}$$

对应的应变变化率 $\dot{\lambda}_r = \dot{W}\ddot{W}/R^2$, $\dot{\lambda}_\theta = 0$; 曲率的变化率 $\dot{\kappa}_r = 0$, $\dot{\kappa}_\theta = \dot{W}/(rR)$ 。此时同屈服面的 AB 及 $A'F'$ 区域是相容的,所以有 $0 \leq M_r \leq M_0$, $M_\theta = M_0$; $0 \leq N_\theta \leq N_0$, $N_r = N_0$ 。可得出与第一相中 $\xi(t) \leq r \leq R$ 部分相同的运动方程

$$(rM_r f_r)' - M_0 f_\theta = - \int_0^R [(p(t) - \rho c \dot{W})r - mr\ddot{W} + N_0 W'] dr$$

对 r 积分一次可得 $rM_r f_r = rM_0 f_\theta - \frac{\rho r^3}{6} + (m\ddot{W}_2 + \rho c \dot{W}_2) \left(\frac{r^3}{6} - \frac{r^4}{12R} \right) - \frac{N_0 W_2 r^2}{2R} + C_1$ 。由边界条件 $M_r(0, t) = M_0$,得积分常数 $C_1 = 0$ 。由 $M_r(R, t) = 0$,可得运动方程

$$m\ddot{W}_2 + \rho c \dot{W}_2 + 6N_0 W_2 / R^2 = 4p_0 e^{-t/\tau} - 12M_0 f_r / R^2 \quad (8)$$

求解该微分方程可得到最终变形场的解,边界条件由第二相与第一相位移和速度的连续性条件获得。

以上推导了 $p(0) > 2p_c$ 的情形,对于中载 $p_c \leq p(0) \leq 2p_c$ 时,可按相同的方法进行,不同的是圆板所出现的运动相仅为第二相,运动方式相对简单,在此不再推导。

4 算例及结果分析

根据以上方法,运用 MATHIMATICA 软件编写了计算程序。同时作为验证,也采用有限元方法进行了分析。有限元分析采用商业软件 ABAQUS/EXPLICIT 进行。该软件模块采用显式积分方法,适合于计算高速大塑性变形问题,同时能方便地处理流体及流固耦合边界,很适合分析水下爆炸问题。作为算例,对半径 $R = 0.2$ m,厚度 $H = 5$ mm 的圆板进行了分析,该圆板的材料采用密度 $\mu = 7.8$ t/m³,屈服极限 $\sigma_s = 400$ MPa 的普通碳钢。建立如图 5 所示的有限元模型,由于所分

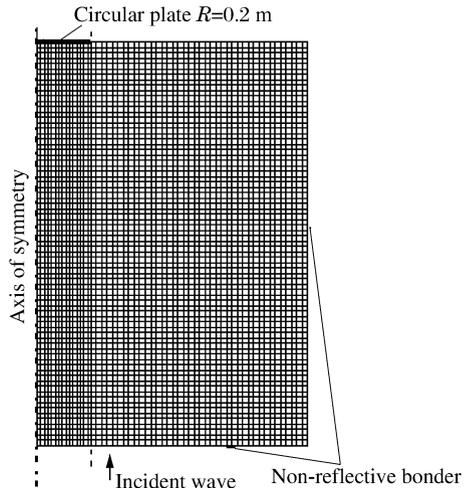


图 5 有限元网格

Fig. 5 FE mesh of the model

析问题的轴对称性质,所有模型均采用轴对称单元。圆板采用二节点轴对称壳单元 SAX1 离散,而流体域采用四节点线性轴对称声学单元 ACAX4R。流体域的半径为 1 m,深度为 1.5 m。为了模拟无限介质,将流体外边界指定为非反射边界。入射波的方向自下向上,作用在流固耦合面上。圆板的静屈服压力

$$p_c = \frac{6M_0}{R^2} = \frac{3\sigma_0 H^2}{2R^2} = 0.375 \text{ MPa}$$

入射波采用时间常数为 $\tau = 0.5 \text{ ms}$ 的指数波。

针对不同峰值和时间常数的爆炸压力进行计算的结果表明,在时间常数 $\tau < 1 \text{ ms}$,且峰值较小时,刚塑性法与有限元计算的结果符合得较好,图 6 给出了 $\tau = 0.5 \text{ ms}$ 时,随着爆炸压力不断增大,用有限元法(FEM)和刚塑性法(R-P)求得的板中点的最大位移 W_{center} 。由图 6 可以看出当变形小于板厚时,两者的差别较小,而随着峰值压力的增加,两者差距逐渐变大。这种误差来自两方面,一方面是圆板的变形模式已不再是移动较模式,而是膜变形模式;另一方面,当载荷较大时,圆板变形时间更长,板表面的压力也不再满足平面波假设。但在相当的范围内,本文中所用方法是可行的。

图 7 给出了峰值压力 $p_{\text{max}} = 1, 3 \text{ MPa}$ 时圆板中点的位移时间曲线,当压力较小时由于无法忽略弹性效应,所以此时有限元计算出的变形略大,而载荷较大时,开始一段时间内,两种方法符合得很好,但刚塑性法得到的最终变形偏大,这是由假设变形模式的局限性带来的。

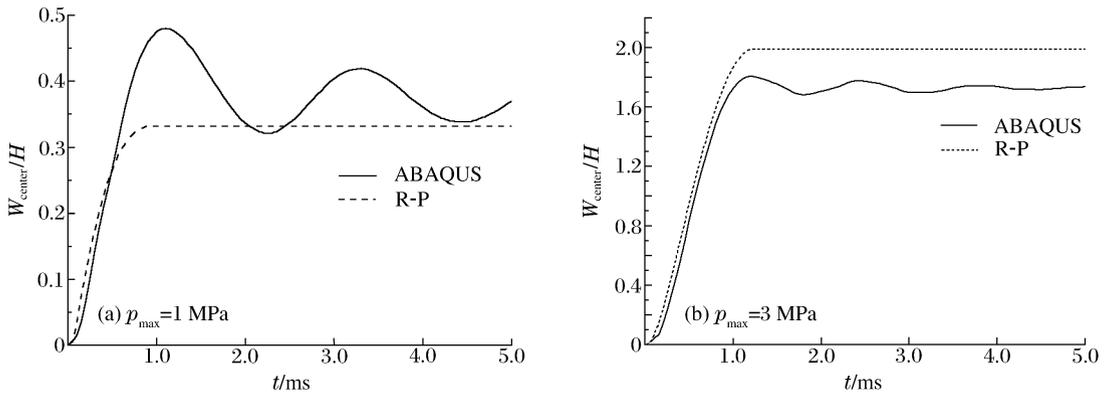


图 7 位移时间曲线

Fig. 7 Displacement curve against time

由图 8 给出的入射压力与板面真实压力的曲线图可以看出,由于流固耦合作用,作用在板面上的真实压力比自由场压力减少很大,这是由式(2)的第二项引起的,这也是水下爆炸同空气中爆炸的最大不同之处。关于入射冲量同板厚等参数的关系,在后面进行讨论。由图 9 给出的不同峰值载荷下塑性铰的移动规律可以看出,由于初期速度很小,导致塑性铰的速度很快,但随着速度的增大,塑性铰移动速度很快减慢;另外,峰值压力越大,塑性铰初始位置离中心越远,且到达第二相的时间越晚。

流固耦合是水下爆炸时一种特有的现象,由于结构表面的压力不仅和入射压力相关,同时也和结构本身的运动有关,使得分析难度增大。但对于爆炸压力持续时间较短,入射压力较大时,结构的位移还较小,在这一小段时间里,可以忽略结构的刚度,此时,利用 Taylor 平板理论分析压力的入射冲量,可以算出圆板表面压力的入射冲量的表达式为

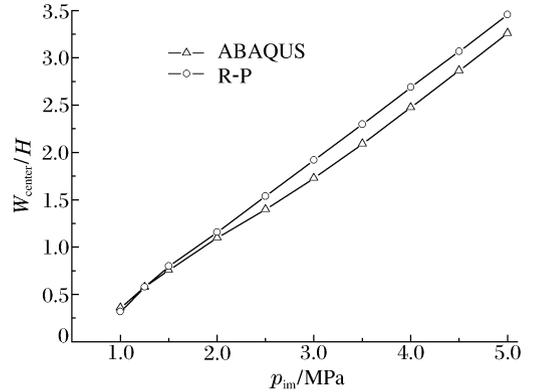


图 6 最大变形量比较

Fig. 6 Comparison of maximum deformation

$$I = I_0 \Psi^{-\Psi/(\Psi-1)} \tag{9}$$

式中： I_0 为不考虑流固耦合时的冲量，有 $I_0 = \int_0^\infty 2p_0 e^{-t/\tau} dt = 2p_0 \tau$ ， $\Psi = \rho c \tau / (\rho_s H)$ 为表征流固耦合强度的一个参数，可以看出，这是一个和结构密度和厚度有关的数。图 10 给出了 I 与 Ψ 的关系，可以看出，结构厚度越小或者密度越小，流固耦合作用越明显，而对于结构的入射冲量也越小，这样可以根据冲量大致估计考虑流固耦合因素以后结构变形减小的程度。

在前面的理论分析中，由于推导过于繁杂，没有考虑流体的空泡的影响。但实际上，在水下冲击问题中，空泡的影响很大，这在文献[3]中有较详细的论述。为了说明空泡的影响，在有限元分析中，对考虑空泡时的情况也进行了分析。此时，将声学介质发生空泡的极限压力设为 0，即流体不能承受负压力。图 11 给出了考虑和不考虑空泡时，板中点的变形情况。由图 11 可以看出，当考虑空泡时，圆板的变形增加 60%~80%。这是因为当圆板加速到一定时刻，速度较大，按式(1)所计算的总压力便出现了负值，但实际上，此时在圆板表面已出现空泡，流体对板的拉力为零，所以圆板的变形会有很多增加。

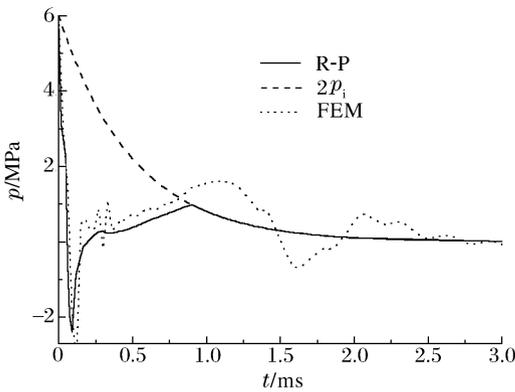


图 8 板中点的压力比较
Fig. 8 Center pressure of plate

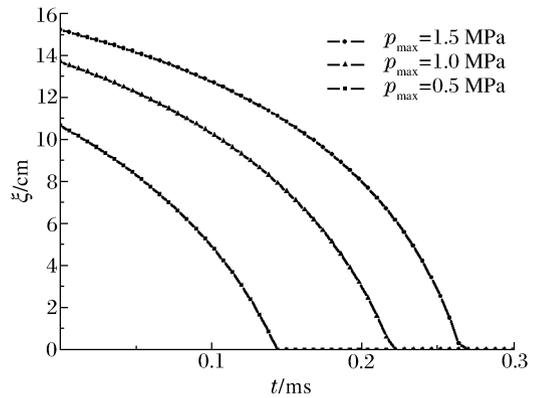


图 9 塑性铰移动规律
Fig. 9 The changing position of plastic hinge

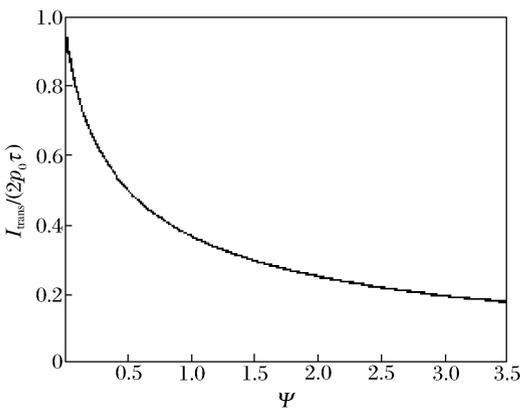


图 10 流固耦合与入射冲量的关系
Fig. 10 The incident impulse of different fluid-structure interaction

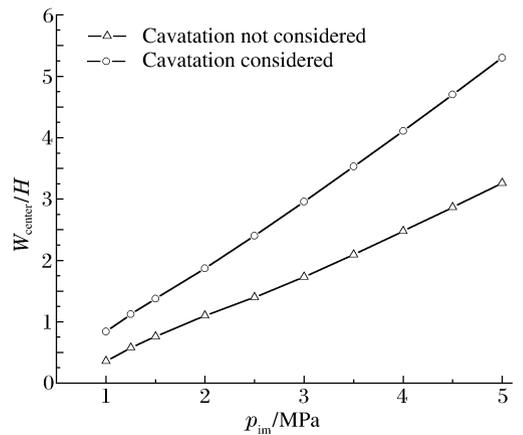


图 11 考虑空泡后的变形量比较
Fig. 11 Deformation comparison when cavitation considered

5 结 论

利用刚塑性法结合 Taylor 平板理论分析了简支圆板受水下爆炸载荷时的塑性响应，推导了结构的运动方程，并对典型的算例进行了分析。同时，应用非线性有限元软件 ABAQUS 进行了比较。比较结

果表明,在不考虑空泡和爆炸压力时间常数较小时,用刚塑性方法可以较好地求解圆板的变形场,但在处理空泡问题时难度较大。最后分析了流固耦合的影响,给出了粗略的估计方法,这在工程设计阶段具有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] Teeling-Smith RG, Nurick GN. The deformation and tearing of thin circular plates subjected to impulsive loads[J]. International Journal of Impact Engineering, 1991,11(1):77-91.
- [2] Taylor G T. The pressure and impulse of submarine explosion waves on plates[R]. Ministry of Home Security Report, FC235, 1941.
- [3] Cole R H. Underwater Explosions[M]. Princeton: Princeton University Press, 1948.
- [4] Jones N. Structural Impact[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [5] Zong Z. Dynamic plastic response of a submerged free-free beam to an underwater gas bubble[J]. Acta Mechanica, 2003(161):179-194.
- [6] Jiang J, Olson M D. Rigid-plastic analysis of underwater blast loaded stiffened plates[J]. International Journal of Impact Engineering, 1994,37(8):843-859
- [7] Geers T L. Doubly asymptotic approximations for transient motions of submerged structures[J]. The Journal of the Acoustical Society America, 1978,64(5):1500-1506.
- [8] Yu T X, Faliange. Analysis of the large deflection dynamic plastic response of the simply supported circular plate by the membrane factor method[J]. Acta Mechanica Sinica, 1990,6(4):333-342.

Dynamic response analysis of rigid-plastic circular plate under underwater blast loading

CHEN Yong^{1*}, TANG Ping², WANG Yu³, YANG Shi-quan²

(1. State Key Laboratory of Vibration, Shock and Noise,
Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200040, China;

2. Institute of Structural Mechanics, China Academy of Engineering Physics,
Mianyang 621900, Sichuan, China;

3. Naval Ship Research Center, Beijing 100085)

Abstract: The dynamic response of simply supporting rigid-plastic circular plate is analyzed using the plastic limit method along with Taylor plate theory. Parameters including maximum residual deformation field are obtained and compared with the FEM results. It is shown that the method is feasible for small deformation and short duration of loading. The influence of fluid-structure interaction and cavitation is also discussed.

Key words: solid mechanics; dynamic response; underwater explosion; rigid-plastic circular plate

* Corresponding author: CHEN Yong
E-mail address: chenyon@sjtu.edu.cn
Telephone: 021-54744481-107