

文章编号: 1001-1455(2005)02-0137-08

基于四阶半离散中心迎风格式的 虚拟流方法的应用*

蔡 力¹, 封建湖², 谢文贤³, 周 军¹

(1. 西北工业大学航天学院, 陕西 西安 710072;

2. 长安大学理学院, 陕西 西安 710064;

3. 西北工业大学理学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 给出了求解多维无粘可压 Euler 方程组的四阶半离散中心迎风格式, 该格式根据非线性波在网格单元边界上传播的局部速度来更准确地估计局部 Riemann 的宽度, 避免了计算网格的交错, 降低了格式的数值粘性。同时, 考虑到 Level Set 函数能隐式地追踪到界面的位置, 而虚拟流的构造能隐式地捕捉到界面的边界条件, 因此再将新的四阶半离散中心迎风格式与 Level Set 方法以及虚拟流方法相结合, 成功地处理了非反应激波和多介质流中爆轰间断的追踪问题。

关键词: 流体力学; 半离散中心迎风格式; 无粘可压 Euler 方程组; 虚拟流方法; Level Set 方法

中图分类号: O242; O354

国标学科代码: 130 · 2517

文献标志码: A

1 引 言

无粘可压流的主控方程(即无粘可压 Euler 方程组)是双曲型守恒律方程组, 求解该方程组的高分辨率的数值解法已经发展得很完善, 如迎风格式中的 WENO (weighted essentially nonoscillatory scheme) 格式^[1~2]、中心格式中的 CWENO (central WENO) 格式^[3~4]。迎风格式有一个共同的特点, 就是在网格单元的边界上需要求解 Riemann 问题, 一般的处理方法就是使用近似 Riemann 求解器或进行通量分解。当空间维数增大时, 求解 Riemann 问题的过程变得极为繁琐, 中心格式可避免迎风格式的这一不足, 但中心格式是以整个 Riemann 扇上的单元平均为基础的, 无法避免相邻时间层之间计算网格的交错。非交错网格上的中心格式也就应运而生, 其中发展得比较好的有半离散格式^[5~6]、半离散中心迎风格式^[7]。

但是上述高分辨率的方法在激波附近不再具有高阶收敛性, 鉴于此, T. D. Aslam 等^[8]提出了基于 Level Set 的激波追踪方法, 该方法准确地追踪了标量双曲守恒律方程中的线性与非线性间断面, 使解在间断处仍具有高阶精度。同时, R. P. Fedkiw 等^[9~10]将 Level Set 方法与虚拟流方法结合, 推广到了追踪爆轰间断运动界面的问题上。考虑到 Level Set 函数能隐式地追踪到界面的位置, 而虚拟流的构造能隐式地捕捉到界面的边界条件, 同时半离散中心迎风格式的数值耗散较小, 因此本文将以上 3 种方法相结合, 对非反应激波和多介质流中的爆轰间断追踪问题进行处理。

2 求解无粘可压 Euler 方程组的半离散中心迎风格式

先考虑一维无粘可压 Euler 方程组

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u(E + p) \end{bmatrix} = 0, \quad E = \rho e + \rho u^2 / 2 \quad (1)$$

* 收稿日期: 2004-04-28; 修回日期: 2004-08-24

作者简介: 蔡 力(1980—), 男, 博士研究生。

式中： ρ, u, p, e 和 E 分别为密度、速度、压强、比内能和总能量。

为简化问题，将空间和时间均匀剖分，所得步长分别记为 $\Delta x, \Delta t$ ，网格比 $\lambda = \Delta t / \Delta x$ 。 $\bar{u}_j^n \approx \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{j-1/2}}^{x_{j+1/2}} u(x, t^n) dx$ 表示 t^n 时刻以 x_j 为中心的单元 $I_j = [x_{j-1/2}, x_{j+1/2}]$ 上的数值平均。可建立如下求解式(1)中各个标量方程的守恒型半离散中心迎风格式

$$\frac{d}{dt} \bar{u}_j(t) = - \frac{H_{j+1/2}(t) - H_{j-1/2}(t)}{\Delta x} \tag{2}$$

式中：四阶数值通量 $H_{j+1/2}(t)$ 有两种选取方式，一种是文献 [6] 中的 $H_{j+1/2}(t) = \frac{f(u_{j+1/2}^+(t)) + f(u_{j+1/2}^-(t)) - a_{j+1/2}(t)}{2} [u_{j+1/2}^+(t) - u_{j+1/2}^-(t)]$ ，另一种是文献 [7] 中的 $H_{j+1/2}(t) = \frac{a_{j+1/2}^+ f(u_{j+1/2}^-) - a_{j+1/2}^- f(u_{j+1/2}^+)}{a_{j+1/2}^+ - a_{j+1/2}^-} + \frac{a_{j+1/2}^+ a_{j+1/2}^-}{a_{j+1/2}^+ - a_{j+1/2}^-} [u_{j+1/2}^+ - u_{j+1/2}^-]$ ，其中 $u_{j+1/2}^+ = R_{j+1}(x_{j+1/2}, t)$ ， $u_{j+1/2}^- = R_j(x_{j+1/2}, t)$ ， R_j 是单元 I_j 上分片重构多项式。

数值通量中非线性波传播的局部速度为 $a_{j+1/2} = \max_{\omega \in C(u_{j+1/2}^-, u_{j+1/2}^+)} \rho \left(\frac{\partial f}{\partial u}(\omega) \right)$ ， $a_{j+1/2}^- = \min_{\omega \in C(u_{j+1/2}^-, u_{j+1/2}^+)} \left\{ \lambda_1 \left(\frac{\partial f}{\partial u}(\omega) \right), 0 \right\}$ ， $a_{j+1/2}^+ = \max_{\omega \in C(u_{j+1/2}^-, u_{j+1/2}^+)} \left\{ \lambda_N \left(\frac{\partial f}{\partial u}(\omega) \right), 0 \right\}$ ， f 是式(1)的通量向量，守恒向量 $u = (\rho, \rho u, E)$ ， ρ 和 $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ ($\lambda_1 < \dots < \lambda_N$) 分别是 Jacobi 矩阵 $\frac{\partial f}{\partial u}$ 的谱半径和 N 个特征值， $C(u_{j+1/2}^-, u_{j+1/2}^+)$ 是相空间中通过 Riemann 扇连接 $u_{j+1/2}^-$ 和 $u_{j+1/2}^+$ 的曲线。

光滑指标^[11]如下： $E_j^n = \frac{1}{12} \{ [\bar{u}_{j+1}^{n+1} - \bar{u}_{j+1}^{n-1} + 4(\bar{u}_j^{n+1} - \bar{u}_j^{n-1}) + \bar{u}_{j-1}^{n+1} - \bar{u}_{j-1}^{n-1}] \Delta x - [f(\bar{u}_{j+1}^{n+1}) - f(\bar{u}_{j-1}^{n+1}) + 4(f(\bar{u}_{j+1}^{n+1}) - f(\bar{u}_{j-1}^{n-1})) + f(\bar{u}_{j+1}^{n-1}) - f(\bar{u}_{j-1}^{n-1})] \Delta t \}$ 。为了减少计算量，在 t^n 时刻，当 $E_j^{n-1} / \Delta x^3 > K$ 时，选取文献 [7] 中的四阶数值通量进行计算，否则选取文献 [6] 中的四阶数值通量， K 是可选参数 ($K = 10^{-3} \sim 10^{-1}$)，一般情况下， K 越大，解的不光滑程度越高。

为了保证整个格式具有四阶精度，取 R_j 为单元 I_j 上的四阶 CWENO 重构多项式^[3]。最后只需再用四阶的 SSP (strong stability preserving) Runge-Kutta 法^[12]求解式(2)，同时结合 Componentwise 技术^[4]即可。

二维无粘可压 Euler 方程组为

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E + p) \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \end{bmatrix} = 0, \quad E = \rho e + \rho(u^2 + v^2)/2 \tag{3}$$

式中： u, v 分别为 x, y 方向的速度分量。求解式(3)中各标量方程的四阶守恒型半离散中心迎风格式为

$$\frac{d}{dt} \bar{u}_{j,k}(t) = - \frac{H_{j+1/2,k}^x(t) - H_{j-1/2,k}^x(t)}{\Delta x} - \frac{H_{j,k+1/2}^y(t) - H_{j,k-1/2}^y(t)}{\Delta y} \tag{4}$$

式(4)中的四阶数值通量也有两种选取方法，分别见文献 [6~7]。同样可以根据二维光滑指标 $E_{j,k}^{n-1}$ (其表达式见文献 [11]) 选择不同的数值通量：在 t^n 时刻，当 $E_{j,k}^{n-1} / \Delta x^4 > K$ (与一维情况有所差别) 时，选取文献 [7] 中的四阶数值通量进行计算，否则选取文献 [6] 中的四阶数值通量进行计算。应指出的是，在重构单元 $I_{j,k} = [x_{j-1/2}, x_{j+1/2}] \times [y_{k-1/2}, y_{k+1/2}]$ 上的分片多项式 $R_{j,k}$ 时，用到了二维四阶 CWENO 重构^[4]。

说明：文献 [6~7] 中的半离散中心迎风格式在空间方向仅具有三阶精度，而本文中采用了文献 [3~4] 中的四阶的 CWENO 重构，使原半离散中心迎风格式在空间方向的精度提高了一阶，得到四阶半离散中心迎风格式；光滑指标的引入在一定程度上减少了计算量。

3 求解无粘可压 Euler 方程组的虚拟流方法

3.1 激波的运动速度

对于简单的非反应激波,可由质量守恒方程推导出激波的近似速度 $D = (\rho_l u_l - \rho_r u_r) / (\rho_l - \rho_r)$,其中下标 l, r 分别表示激波的左、右状态。对于更一般的情况,也可通过动量守恒方程来定义激波速度 $D = \sqrt{[\rho_l(u_l)^2 + p_l - \rho_r(u_r)^2 - p_r]} / (\rho_l - \rho_r)$ 。

3.2 追踪激波面的 Level Set 方程

用 Level Set 运动界面方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{W} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (5)$$

的解的零水平集来追踪激波面的位置。式中: ∇ 为梯度算子, \mathbf{W} 是激波面上的 Level Set 速度,满足 $\mathbf{W} = D\mathbf{N}$, $\mathbf{N} = \nabla \phi / |\nabla \phi| = (n_1, n_2, n_3)$, 从 $\phi < 0$ 的区域指向 $\phi > 0$ 的区域。由于激波的运动可以看作是不受压介质(非激波介质)向受压介质(激波介质)的转换,所以若在激波介质中取 $\phi < 0$,而在非激波介质中取 $\phi > 0$,则 \mathbf{N} 将从激波介质指向非激波介质。可用简单的离散方法^[13]求解方程(5)。

3.3 虚拟流的构造

现将质量、动量和能量的守恒用于激波面,可以确定 3 个连续变量^[10]: 运动参考系下质量、动量和能量的通量 F_ρ 、 $F_{\rho V}$ 和 F_E

$$F_\rho = \rho(V_N - D) \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_{\rho V} = \rho(\mathbf{V}^T - D\mathbf{N}^T)(V_N - D) + p\mathbf{N}^T \quad (7)$$

$$F_E = \left(\rho e + \frac{\rho |\mathbf{V} - D\mathbf{N}|^2}{2} + p \right) (V_N - D) \quad (8)$$

式中: 速度向量 $\mathbf{V}_0 = (u, v)$, V_N 是 \mathbf{V} 在 \mathbf{N} 方向的投影。通过求解方程

$$F_\rho^G = F_\rho^R \quad (9)$$

$$\mathbf{F}_{\rho V}^G = \mathbf{F}_{\rho V}^R \quad (10)$$

$$F_E^G = F_E^R \quad (11)$$

来定义每个网格点处的虚拟流值。上标 R, G 分别代表网格点处的真实流值和虚拟流值。由于在每个网格点处 F_ρ^R 、 $\mathbf{F}_{\rho V}^R$ 、 F_E^R 、 \mathbf{N} 和 D 均已知,带入式(9)、(10)、(11)后剩下 ρ^G 、 \mathbf{V}^G 、 p^G 和 e^G 待定,这时只需再用状态方程便可求出上述虚拟流值。

以一维无粘可压 Euler 方程组为例,可将方程(6)、(7)、(8)化简为

$$F_\rho = \rho(V_N - D) \quad (12)$$

$$\mathbf{F}_{\rho V} = \rho(u - D\mathbf{N}^T)(V_N - D) + p\mathbf{N}^T \quad (13)$$

$$F_E = \left(\rho e + \frac{\rho(V_N - D)^2}{2} + p \right) (V_N - D) \quad (14)$$

进一步可得

$$F_{\rho V_N} = \mathbf{N}\mathbf{F}_{\rho V} = \rho(V_N - D)^2 + p \quad (15)$$

再由式(9)、(10)、(11)可得

$$\rho^G(V_N^G - D) = F_\rho^R \quad (16)$$

$$\rho^G(V_N^G - D)^2 + p^G = F_{\rho V_N}^R \quad (17)$$

$$\left(\rho^G e^G + \frac{\rho^G(V_N^G - D)^2}{2} + p^G \right) (V_N^G - D) = F_E^R \quad (18)$$

同时,虚拟流还应满足状态方程

$$p^G = (\gamma^G - 1)\rho^G(e^G - e_0^G) \quad (19)$$

式中: γ 为气体比热比, e_0 为初始状态的比内能。

最后,通过求解式(16)~(19)便可求出 ρ^G 、 V_N^G 、 p^G 和 e^G 。

说明:联立式(16)~(19)可得

$$V_N^G - D = \frac{\gamma^G F_{\rho V_N}^R}{(\gamma^G + 1)F_{\rho}^R} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma^G F_{\rho V_N}^R}{(\gamma^G + 1)F_{\rho}^R}\right)^2 - \frac{2(\gamma^G - 1)}{(\gamma^G + 1)}\left(\frac{F_E^R}{F_{\rho}^R} - e_0^G\right)} \quad (20)$$

当构造激波虚拟流时,“±”号的选取应使 $|V_N^G - D|$ 的取值最小,而当构造非激波虚拟流时,“±”号的选取应使 $|V_N^G - D|$ 的取值最大。

说明:理想气体状态方程为 $p = \rho RT = \rho \frac{R_u}{M} T = (\gamma - 1)\rho(e - e_0)$,其中普适气体常数 $R_u \approx 8.31451$ J/(mol · K), M 为气体摩尔质量。

4 算 法

现给出求解无粘可压 Euler 方程组的虚拟流方法的算法:

第一步,根据真实流和状态方程可以构造出虚拟流;

第二步,在整个计算区域内,利用本文中的四阶半离散中心迎风格式同时求解以虚拟流和真实流为初值的无粘可压 Euler 方程组;

第三步,通过求解 Level Set 方程来追踪激波面(爆轰间断面)的位置,借此重新给出真实流值;

第四步,若已达计算终止时间,算法结束,否则,转到第一步。

5 数值算例

算例 1:检验四阶半离散格式的精度。

考虑一维 Burgers 方程 $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right) = 0$,

$x \in [0, 2\pi]$,满足周期性边界条件,初值 $u_0(x) = 0.5 + \sin x$ 。为了检验本文中的四阶半离散格式(简记为 SD4 格式)的精度,先考虑前激波时刻 $t = 0.5$ (激波还未形成,解仍然光滑)处的数值解,表 1 中给出了相应的 L_1 误差和 L_{∞} 误差^[8],充分说明了 SD4 格式的数值精度可以达到四阶。图 1 给出了 $t = 2$ 时刻的由 SD4 格式和四阶中心加权基本无振荡格式(简记为 CWENO4 格式)得到的数值解,区间等分数 $m = 80$ 。相比之下,由 SD4 格式得到的数值解略优于由 CWENO4 格式得到的数值解。在用 SD4 格式求解 Burgers 方程的过程中,网格比 $\lambda = 0.3$ 。

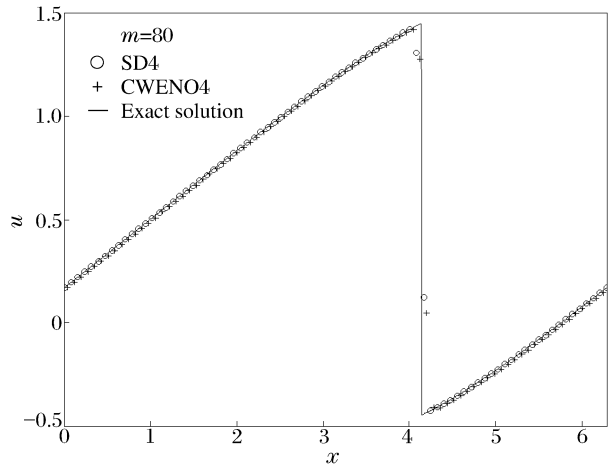


图 1 Burgers 方程的数值解

Fig. 1 Numerical solution of Burgers equation

表 1 SD4 格式的数值精度: Burgers 方程

Table 1 Numerical accuracy of SD4 scheme: Burgers equation

N	L_1 误差	精度阶	L_{∞} 误差	精度阶
40	2.7947×10^{-3}		1.9954×10^{-3}	
80	4.7402×10^{-4}	2.5597	2.7032×10^{-4}	2.8839
160	2.6924×10^{-5}	4.1380	1.5862×10^{-5}	4.0910
320	1.6172×10^{-6}	4.0573	9.0242×10^{-7}	4.1356

算例 2: 二维四阶半离散格式的应用——四激波结构^[14]。

初值为

$$(\rho, u, v, p) = \begin{cases} (1.5, 0, 0, 1.5) & x > 0.5, y > 0.5 \\ (0.5323, 1.206, 0, 0.3) & x < 0.5, y > 0.5 \\ (0.138, 1.206, 1.206, 0.029) & x < 0.5, y < 0.5 \\ (0.5323, 0, 1.206, 0.3) & x > 0.5, y < 0.5 \end{cases}$$

满足线性外推边界条件。图 2 是 $t = 0.3$ 时刻由 SD4 格式得到的密度场的等值线图, 网格剖分规格为 100×100 , 网格比 $\lambda = 0.28$ 。可以看到激波的捕捉效果相当好。

算例 3: 单激波问题。

计算区域为 $[0, 1 \text{ m}]$, 初始界面位于 0.5 m 处, 两种气体的比热比和摩尔质量均相同, 分别为 $\gamma = 1.4, M = 40 \text{ g/mol}$, 且都有 $e_0 = 0.0 \text{ J/kg}$ 。左侧气体的初始值为 $\rho = 2.124 \text{ kg/m}^3, u = 89.981 \text{ m/s}, p = 148407.3 \text{ Pa}$, 右侧气体的初始值为 $\rho = 1.58317 \text{ kg/m}^3, u = 0.0 \text{ m/s}, p = 98066.5 \text{ Pa}$ 。图 3(a)、(b)、(c) 给出了 $t = 1 \text{ ms}$ 时由本文中的四阶半离散格式得到的数值解, 区间等分数 $m = 100$, 网格比 $\lambda = 0.001$ 。不难看出该低耗散、高分辨率的差分格式在激波附近的数值耗散仍然过大。图 3(d)、(e)、(f) 给出了基于四阶半离散格式的虚拟流方法(简记为 SD4_GFM)得到的数值解, 区间等分数同样为 100, 网格比 $\lambda = 0.001$ 。显然, SD4_GFM 在激波处没有产生数值耗散, 且激波追踪效果极佳。

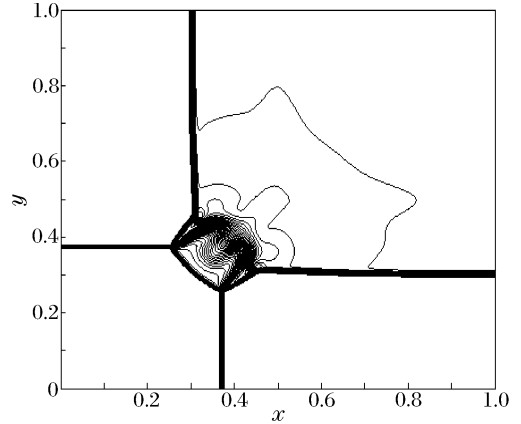


图 2 密度场的等值线图

Fig. 2 Contours of density

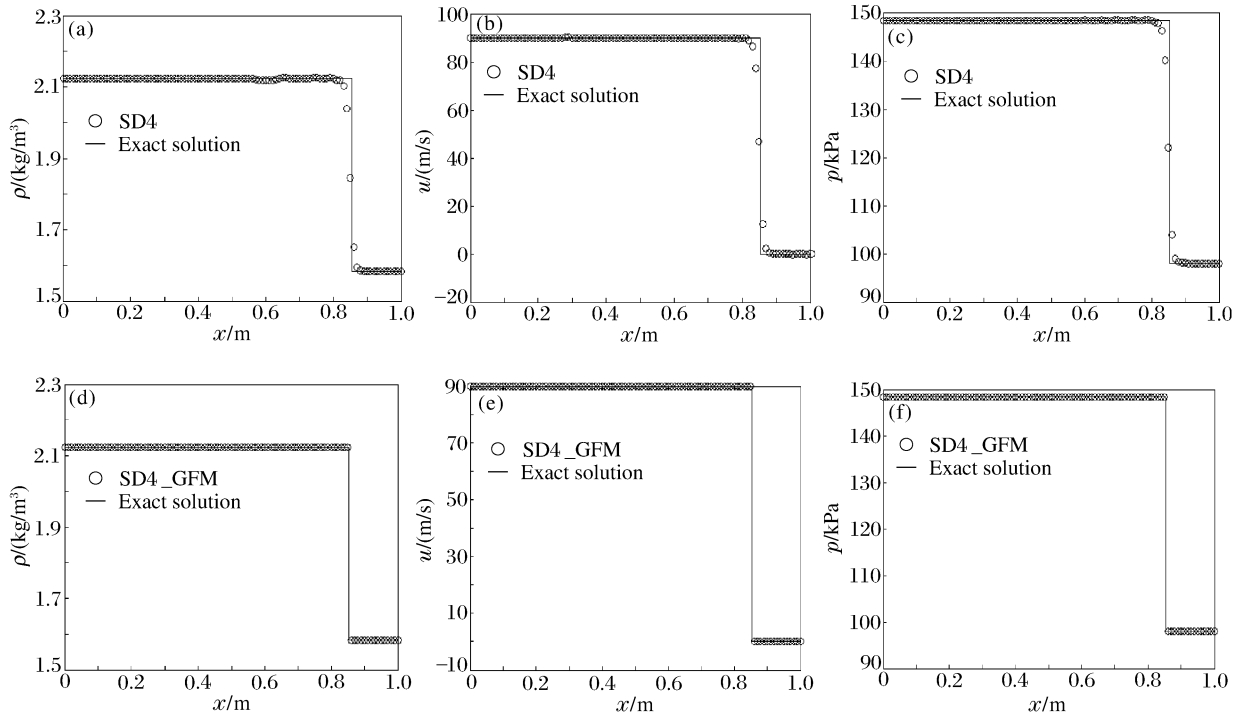


图 3 单激波问题

Fig. 3 Single shock problem

算例 4: 激波管问题 I。

现将算例 1 中的左侧气体初始值改为 $\rho = 3.0 \text{ kg/m}^3$ 、 $u = 0.0 \text{ m/s}$ 、 $p = 200 \text{ kPa}$ ，保持其他条件不变。图 4(a)、(b)、(c) 给出了区间等分数 $m = 100$ 时，由 SD4_GFM 得到的数值解，激波追踪的效果极其完美，不足之处是解在激波左侧略微下凹。当区间等分数 $m = 400$ 时，这种现象完全消除，如图 4(d)、(e)、(f) 所示。

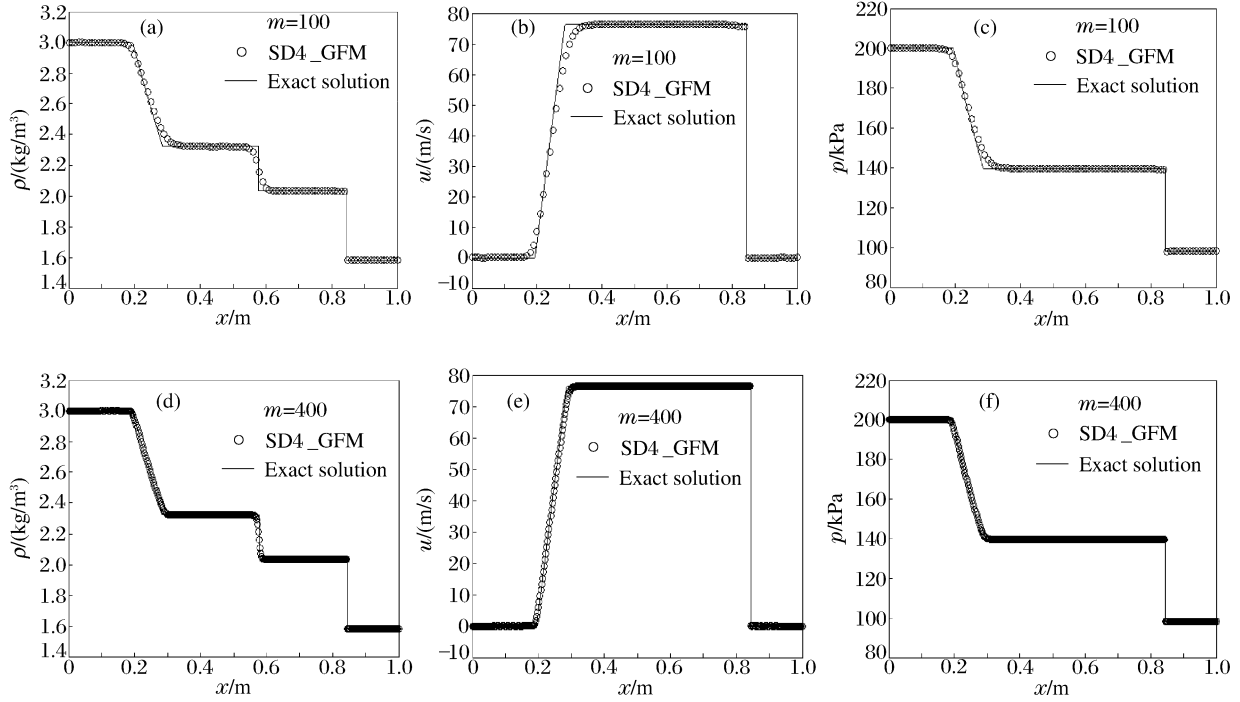


图 4 激波管问题 I

Fig. 4 Shock tube problem I

算例 5: 激波管问题 II。

计算区域为 $[0, 1 \text{ m}]$ ，初始界面位于 0.3 m 处，两种气体的比热比和摩尔质量均相同，分别为 $\gamma = 1.4$ 、 $M = 40 \text{ g/mol}$ ，且都有 $e_0 = 0.0 \text{ J/kg}$ 。左侧气体的初始值为 $\rho = 1.0 \text{ kg/m}^3$ 、 $u = 0.75 \text{ m/s}$ 、 $p = 1.0 \text{ Pa}$ ，右侧气体的初始值为 $\rho = 0.125 \text{ kg/m}^3$ 、 $u = 0.0 \text{ m/s}$ 、 $p = 0.1 \text{ Pa}$ 。图 5 给出了 $t = 0.2 \text{ s}$ 时刻由 SD4_GFM 得到的数值解，区间等分数 $m = 400$ ，网格比 $\lambda = 0.01$ 。激波的分辨率极高。

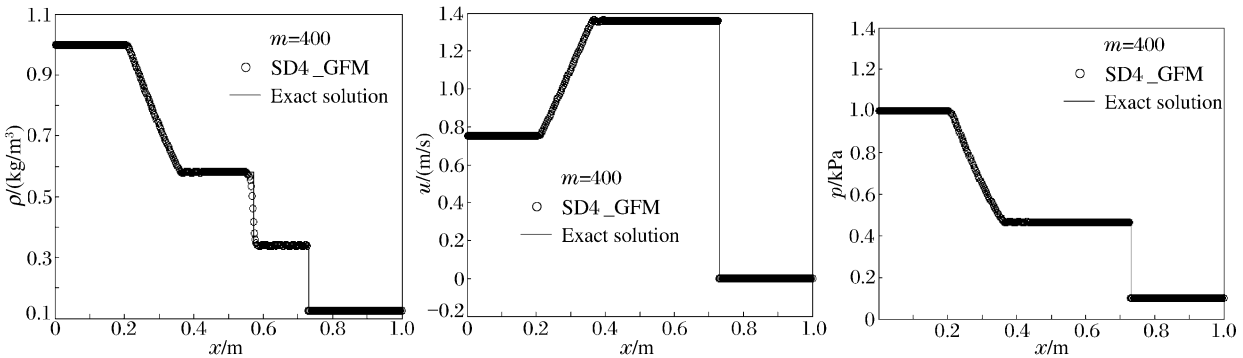


图 5 激波管问题 II

Fig. 5 Shock tube problem II

算例 6: 爆轰间断问题。

计算区域为 $[0, 8 \text{ m}]$, 初始界面位于 4 m 处, 左侧为燃烧气体(激波介质), 右侧为非燃烧气体(非激波介质), 两种气体的比热比均为 $\gamma=1.27$ 。燃烧气体的摩尔质量 $M=0.018 \text{ kg/mol}$ 、 $e_0=0.0 \text{ J/kg}$, 而非燃烧气体的摩尔质量 $M=0.015 \text{ kg/mol}$ 、 $e_0=242.0/0.018 \text{ kJ/kg}$ 。左侧气体的初始值为 $\rho=1.57861 \text{ kg/m}^3$ 、 $u=2799.82 \text{ m/s}$ 、 $p=7707520.0 \text{ Pa}$, 右侧气体的初始值为 $\rho=0.601 \text{ kg/m}^3$ 、 $u=0.0 \text{ m/s}$ 、 $p=100 \text{ kPa}$ 。图 6 给出了 $t=0.5 \text{ ms}$ 时刻由 SD4_GFM 得到的数值解, 区间等分数 $m=100$, 网格比 $\lambda=0.01$ 。本文中的方法准确地追踪到了爆轰间断面。

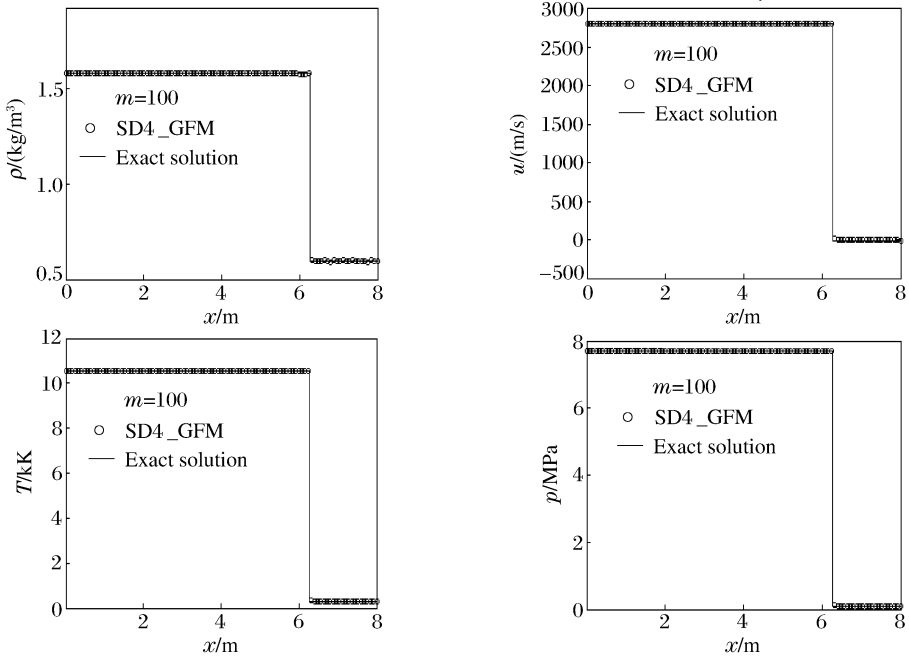


图 6 爆轰间断问题

Fig. 6 Detonation discontinuity problem

6 结 论

给出了非交错网格上数值粘性较小的四阶半离散中心迎风格式, 成功地求解了多维的无粘可压 Euler 方程组(算例 1~2)。光滑指标的引入能在一定程度上减少计算量。鉴于 Level Set 函数能隐式地追踪到界面的位置, 而虚拟流的构造能隐式地捕捉到界面的边界条件, 将该四阶半离散中心迎风格式与 Level Set 方法以及虚拟流方法结合起来, 成功地处理了非反应激波追踪问题(算例 3~5)以及多介质流中的爆轰间断追踪问题(算例 6)。当不知道激波是否存在或不知道是否会产生新的激波的情况下, 可将初始的 Level Set 函数的零水平集设在充分远处, 并将各处的真实流值赋值给虚拟流值, 此时, 本文中的激波追踪方法便退化为一般的激波捕捉法。

参考文献:

[1] Liu X D, Osher S, Chan T. Weighted essentially non-oscillatory schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1994, 115(1): 200-212.

[2] Jiang G S, Shu C W. Efficient implementation of weighted ENO Schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 126(1): 202-228.

[3] Levy D, Puppo G, Russo G. Central WENO schemes for hyperbolic systems of conservation laws[J]. Mathematical Modeling and Numerical Analysis, 1999, 33(3): 547-571.

[4] Levy D, Puppo G, Russo G. A fourth-order central WENO schemes for multidimensional hyperbolic systems of

- conservation laws[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2002,24(2):480—506.
- [5] Kurganov A, Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000,160(1):241—282.
- [6] Kurganov A, Levy D. A third-order semidiscrete central schemes for conservation laws and convection-diffusion equations[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2000,22(4):1461—1488.
- [7] Kurganov A, Noelle S, Petrova G. Semi-discrete central-upwind schemes for hyperbolic conservation laws and Hamilton-Jacobi equations[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2001,23(3):707—740.
- [8] Aslam T D. A Level Set algorithm for tracking discontinuities in hyperbolic conservation laws I: Scalar equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 2001,167(2):413—438.
- [9] Fedkiw R P, Aslam T D, Merriman B, et al. A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method)[J]. *Journal of Computational Physics*, 1999,152(2):457—492.
- [10] Fedkiw R P, Aslam T D, Xu S J. The ghost fluid method for deflagration and detonation discontinuities[J]. *Journal of Computational Physics*, 1999,154(2):393—427.
- [11] Karni S, Kurganov A, Petrova G. A smoothness indicator for adaptive algorithm for hyperbolic systems[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002,178(2):323—341.
- [12] Gottlieb S, Shu C W, Tadmor E. Strong stability preserving high order time discretization methods[J]. *SIAM Review*, 2001,43(1):89—112.
- [13] Fedkiw R P, Merriman B, Osher S. Simplified discretization of systems of hyperbolic conservation laws containing advection equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000,157(1):302—326.
- [14] Kurganov A, Tadmor E. Solution of two-dimensional Riemann problems for gas dynamics without Riemann problem solvers[J]. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 2002,18:584—608.

Applications of the ghost fluid method based on the fourth-order semi-discrete central-upwind scheme

CAI Li^{1*}, FENG Jian-hu², XIE Wen-xian³, ZHOU Jun¹

(1. *College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University,
Xi'an 710072, Shaanxi, China;*

2. College of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China;

3. School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China)

Abstract: A fourth-order semi-discrete central-upwind scheme for multidimensional inviscid compressible Euler equations is presented in this paper. Based on the local speeds of nonlinear wave propagation at grids' boundaries, the width of the local Riemann fans are calculated more accurately. Thus the scheme enjoys a much smaller numerical viscosity, and the staggering between two sets of grids is avoided. Since the location of the interface can be tracked by Level Set function implicitly and the boundary conditions are implicitly captured by the construction of a ghost fluid, the scheme is combined with the Level Set method and the ghost fluid method. In this way, the non-reacting shock problems and detonation discontinuities in multimaterial flows are tracked successfully.

Key words: fluid mechanics; semi-discrete central-upwind schemes; inviscid compressible Euler equations; ghost fluid method; Level Set method

* Corresponding author: CAI Li
E-mail address: eign@eyou.com
Telephone: 029-8495146