

文章编号: 1001-1455(2006)01-0001-06

# 关于弹体冲击和贯穿混凝土的三维数值模拟\*

宋顺成<sup>1</sup>, 才鸿年<sup>2</sup>, 王富耻<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学, 四川 成都 610031;

2. 北京理工大学, 北京 100081)

**摘要:** 利用 FEM 和 SPH 算法相结合给出弹体冲击和贯穿混凝土的三维数值模拟。将弹体划分为四面体有限元网格, 混凝土划分为光滑粒子。为形成单元方便, 将弹体划分成三个独立的模块并且这三个独立的模块具有拼凑功能。给出光滑粒子-有限元界面的滑移面算法。为了提高计算效率, 在程序的前处理中预设界面的从属点和每个光滑粒子的关联点。计算结果与实验结果对比表明, FEM 和 SPH 算法相结合及编制的程序能有效模拟弹体对混凝土的三维冲击和贯穿过程。同时给出在垂直冲击中二维计算与三维计算的差别。

**关键词:** 爆炸力学; 冲击; SPH 算法; 混凝土; 贯穿; 有限元

**中图分类号:** O385; O241.82

**国标学科代码:** 130 · 3530

**文献标志码:** A

## 1 引言

随着计算机技术的不断进步, 越来越多的科技工作者将高速冲击响应预测希望寄予了数值计算和数值模拟。在 Eulerian 坐标系内人们往往使用有限差分法, 而在 Lagrangian 坐标系内除有少量使用有限差分法外, 人们更偏重使用有限元方法(FEM)<sup>[1]</sup>。Eulerian 方法虽然具有处理大变形的能力, 但界面弥散一直困扰着正确计算和模拟。Lagrangian 有限元方法是目前影响较大的算法, 但该方法处理大变形的能力受到限制, 并且为此而引入的网格重分也有很大的局限性。尽管在有限元中网格侵蚀的临界塑性应变接近材料的延伸率<sup>[2]</sup>, 但引入的网格侵蚀缺乏真正的物理意义。

近年来出现的光滑粒子动力学方法(SPH)是一种无网格方法<sup>[3~4]</sup>。其特点是物理概念清晰。虽然 SPH 算法使用 Lagrangian 坐标系, 但有很强的处理大变形的能力。因为 SPH 算法不存在网格, 因而不需要网格重分和网格消蚀。为了在计算过程中保持材料界面的清晰可采用 FEM 和 SPH 算法相结合, 即将弹体划分为有限元网格, 混凝土划分为光滑粒子。该方法曾在弹体冲击混凝土的二维算法中使用<sup>[5]</sup>。而弹体冲击和贯穿混凝土的三维计算要复杂得多, 本文中重点介绍三维计算中相关难点问题的处理及计算结果, 其中包括滑移面算法及提高三维计算效率等问题。

## 2 数值方法

使用有限元方法(FEM)与光滑粒子动力学方法(SPH)相结合的计算方法, 将弹体划分为有限元网格, 而混凝土划分为光滑粒子。主要基于以下考虑。

(1) 目前冲击混凝土的弹体速度多在 1 500 m/s 以下<sup>[6]</sup>。实验证明, 在该冲击速度范围内虽然弹体会发生一定的塑性变形, 但不会出现大的塑性流动和破碎<sup>[7]</sup>。因此, 使用有限元算法描述弹体变形, 不必要引入网格重分和网格侵蚀。

(2) 混凝土在被弹体冲击、贯穿过程中会发生局部强非线性变形、破坏和塑性流动。对此, 为了避免网格重分和网格侵蚀, 将混凝土划分为光滑粒子。

由于弹体和混凝土都避免了网格重分和网格侵蚀, 因此计算过程中未丢失质量和能量。

(3) 在弹体斜冲击混凝土问题中弹体和混凝土的受力不是轴对称的, 但如果除厚度方向外的尺度较

\* 收稿日期: 2004-12-16; 修回日期: 2005-07-19

作者简介: 宋顺成(1946—), 男, 博士, 教授, 博士生导师。

大则冲击有一个对称平面。这样,问题成为有一个对称平面的三维问题。在处理该类问题时,为使弹、板材料的界面保持清楚及界面处理方便,将弹体划分为四面体单元。

为了使网格形成具有自动或半自动功能和拼凑功能,对于图1所示的典型弹体分为三部分典型区域,即区域A为圆筒(柱)部分;区域B为过渡部分;区域C为卵形(半球、锥形)体部分。这三个区域的单元划分分别由三个独立的模块完成。这样便于拼凑不同形状或缺少某一个区域的弹体。无论对于哪个区域,只要给定几何尺寸和划分参数,划分单元的模块就自动完成网格的划分和联结。

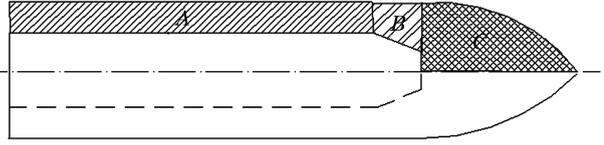


图1 典型弹体区域的划分

Fig. 1 Divided domains of typical projectile

(4)对弹体的有限元计算和对混凝土的 SPH 计算是同步平行进行的。其协调是由材料界面上的动量交换进行的。为此,定义弹体上相关单元平面为主面,定义混凝土中的相关光滑粒子为从属点(Slave particles)。

在 SPH 三维计算中,权函数  $w_{ij}$  仍由光滑样条函数给出<sup>[8]</sup>。其导数为

$$w'_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\pi h_{ij}^4} \left( -3v_{ij} + \frac{9}{4}v_{ij}^2 \right) & 0 \leq v_{ij} \leq 1 \\ \frac{1}{\pi h_{ij}^4} \left( -\frac{3}{4}(2-v_{ij})^2 \right) & 1 < v_{ij} \leq 2 \\ 0 & v_{ij} > 2 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $v_{ij} = r_{ij}/h_{ij}$ ,  $r_{ij}$  表示  $i$  点和  $j$  点之间的距离,  $h_{ij} = \alpha(\sqrt[3]{3V_i/4\pi} + \sqrt[3]{3V_j/4\pi})$ ,  $V_i$  和  $V_j$  分别表示光滑粒子  $i$  和  $j$  的体积,  $\alpha$  是无量纲常数。

与二维情况相似,可根据动力学微分方程和牛顿定律给出三维光滑粒子  $i$  上的作用力<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} F_i^x = \sum_j w'_{ij} V_i V_j (\beta_x (\sigma_i^x - Q_{ij}) l_x + \beta_y \tau_i^{xy} l_y + \beta_z \tau_i^{xz} l_z) \\ F_i^y = \sum_j w'_{ij} V_i V_j (\beta_y (\sigma_i^y - Q_{ij}) l_y + \beta_x \tau_i^{xy} l_x + \beta_z \tau_i^{yz} l_z) \\ F_i^z = \sum_j w'_{ij} V_i V_j (\beta_z (\sigma_i^z - Q_{ij}) l_z + \beta_y \tau_i^{yz} l_y + \beta_x \tau_i^{zx} l_x) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $l_x$ 、 $l_y$ 、 $l_z$  是  $i$  点到  $j$  点的三个方向数; $Q_{ij}$  是为消除虚假震荡引入的人工粘性<sup>[5]</sup>;三个因子分别为

$$\beta_x = -\frac{1}{\sum_j w'_{ij} V_j r_{ij} l_x^2}, \quad \beta_y = -\frac{1}{\sum_j w'_{ij} V_j r_{ij} l_y^2}, \quad \beta_z = -\frac{1}{\sum_j w'_{ij} V_j r_{ij} l_z^2} \quad (3)$$

其他物理量的计算与二维情况<sup>[5]</sup>相似,在此不一一给出。

### 3 滑移面算法及计算效率的提高

由于弹体是通过外表面与混凝土相互作用,因此在三维计算中定义弹体外表面单元为主单元,主单元的外三角形平面为主面;定义与弹体外表面相互作用的 SPH 光滑粒子为从属点。设特征主单元为四面体  $abcd$ , 特征主面为  $\triangle abc$ , 而  $s$  为特征从属点。如果在计算过程中发现从属点  $s$  侵入到了四面体  $abcd$  内部,则将  $s$  沿主面法线拉到主面  $\triangle abc$  内,此时要调整从属点  $s$  及有限元结点  $a$ 、 $b$ 、 $c$  在  $\triangle abc$  法线方向的位移速度。设调整后的法向速度满足线性关系

$$V_s^+ = V_a^+ L_{as} + V_b^+ L_{bs} + V_c^+ L_{cs} \quad (4)$$

式中:上标+号表示调整后的速度,而  $L_{as}$ 、 $L_{bs}$ 、 $L_{cs}$  是  $s$  被拉到主面  $\triangle abc$  内在主面上的三个面积坐标值。

由于  $s$  的法向速度在调整前后不同,  $s$  点动量的变化是结点  $a$ 、 $b$ 、 $c$  动量变化的结果,设其贡献的大小与三个面积坐标成比例

$$-(V_a^+ - V_a^-)M_a = (V_s^+ - V_s^-)M_s L_{as} \quad (5)$$

$$-(V_b^+ - V_b^-)M_b = (V_s^+ - V_s^-)M_s L_{bs} \quad (6)$$

$$-(V_c^+ - V_c^-)M_c = (V_s^+ - V_s^-)M_s L_{cs} \quad (7)$$

式中:上标一号表示调整前的速度; $M_s$ 、 $M_a$ 、 $M_b$ 、 $M_c$ 分别是光滑粒子和有限元结点上的质量。显然(5)~(7)式保证了总动量守恒。通过(4)~(7)联立求解,可由调整前的法向速度 $V_s^-$ 、 $V_a^-$ 、 $V_b^-$ 、 $V_c^-$ 获得调整后的法向速度 $V_s^+$ 、 $V_a^+$ 、 $V_b^+$ 、 $V_c^+$ 。例如

$$V_s^+ = \frac{L_{as}V_a^- + L_{bs}V_b^- + L_{cs}V_c^- - V_s^-}{1 + M_s(L_{as}/M_a + L_{bs}/M_b + L_{cs}/M_c)} + V_s^- \quad (8)$$

若考虑摩擦效应, $s$ 点法向位移增量为

$$\Delta V_s^f = f_s(V_s^+ - V_s^-) \quad (9)$$

式中: $V_s^+$ 是不考虑摩擦效应由(8)式确定的, $f_s$ 为摩擦系数。由此可求得结点 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 和光滑粒子 $s$ 的沿主面切线方向位移速度的变化。另外,速度调整前沿主面切线方向速度的分量为

$$\dot{u}_{im}^p = \dot{u}_{im} - n_i V_m \quad (10)$$

$$\dot{u}_{is}^p = \dot{u}_{is} - n_i V_s \quad (11)$$

式中: $\dot{u}_{is}$ 表示光滑粒子 $s$ 的总速度,而 $\dot{u}_{im}$ 表示主面 $\triangle abc$ 在 $s$ 处的总速度, $i$ 代表3个方向( $i=1, 2, 3$ ), $p$ 代表主面切线方向, $n_i$ 是主面法线的方向数,

$$\dot{u}_{im} = L_{as}\dot{u}_{ia} + L_{bs}\dot{u}_{ib} + L_{cs}\dot{u}_{ic} \quad (12)$$

$$V_m = L_{as}V_a + L_{bs}V_b + L_{cs}V_c \quad (13)$$

由(10)~(11)式求得相对速度

$$\dot{u}_{ir}^p = \dot{u}_{im}^p - \dot{u}_{is}^p \quad (14)$$

设摩擦效应引起的光滑粒子 $s$ 沿主面切线方向的速度变化与法向速度变化成比例,并与上述相对速度有关,于是有

$$\Delta u_{is}^p = \frac{u_{ir}^p}{\sqrt{(u_{1r}^p)^2 + (u_{2r}^p)^2 + (u_{3r}^p)^2}} \Delta V_s^f \quad (15)$$

与(5)~(7)式相似由动量守恒原则可求得结点 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 沿主面切线方向位移速度的变化。

在计算模拟过程中,滑移面计算所需的CPU时间占总时间的很大一部分,因此减少滑移面计算时间是提高计算效率的重要途径。在滑移面计算中,首先是搜索检查,看哪些从属光滑粒子侵入到了主单元。然后,进行滑移面上的速度调整计算。但是,对于每个积分步长侵入到主面的从属光滑粒子很少,因此需要进行上述调整速度的计算量不大,大量的CPU时间花费在搜索检查中。如果定义 $n_m$ 个弹体单元主面和 $n_s$ 个光滑粒子从属点,则每个积分步长需要进行 $n_m n_s$ 次检查判断,看哪些光滑粒子从属点侵入到了主单元内。一般说来弹体外表面单元都必须被定义为主单元,其外表面都被定义为主面,而混凝土光滑粒子则不能都定义为从属点,否则每个积分步长需要花费大量的CPU时间进行检查判断。为了减少检查判断的CPU时间,在三维计算程序的前处理中可预设界面从属点(Slave particles)。

(1)根据弹体头部与混凝土接触的初始坐标及弹体尾端的初始坐标给出弹体轴线的空间直线方程。

(2)求每一个混凝土光滑粒子到弹体轴线的距离,当该距离小于等于某一给定值时,定义该光滑粒子为计算界面的预设从属点(Slave particles)。通常,这个给定值为弹体最大半径乘以大于1的系数。

(3)将从属点按顺序排列以便在界面计算时循环检查。

另外,为了提高计算效率,在每个积分步长内,尽量减少三维SPH的计算次数。一般说来,若有 $n_s$ 个光滑粒子,则在每个积分步长内粒子间的相互计算需要 $n_s^2$ 次计算。实际上,根据权函数(1)式的定义 $v_{ij} \geq 2$ 时 $\omega'_{ij} = 0$ ,此时可忽略粒子间的相互作用。因此,在程序的前处理中可预设每个光滑粒子的关联点(Connected particles),使得该光滑粒子与每个关联点间 $v_{ij} \leq 2$ 。这样,如果有 $n_s$ 个光滑粒子,光滑粒子中最多的关联点数为 $n_c$ ,则在每个积分步长内粒子间的相互计算只需要 $n_s n_c$ 次计算而相对 $n_s^2$ 要小得多,可大大提高计算效率。

## 4 计算实例

下面给出弹体对混凝土的三维冲击计算实例,其中混凝土材料的物理方程及无量纲参数与文献[5]相同,弹体材料的物理方程及无量纲参数与文献[9]中的弹体材料相同。

### 4.1 空心弹体对混凝土的斜冲击

考核典型弹体的单元划分和三维冲击模拟功能。弹体选择空心弹,弹体外直径  $D=50$  mm,弹形系数(弹体头部曲面的曲率半径与肩部半径比)  $\Psi=4.8$ ,弹体内孔直径  $d=36$  mm,内孔底部锥角  $\Phi=44^\circ$ ,弹体总长  $L_w=203$  mm,弹体直孔深  $L'_k=130$  mm,弹体内孔总深  $L_k=150$  mm,弹体材料为 35CrMnSi,材料密度  $\rho=7.86$  t/m<sup>3</sup>,静屈服强度  $f_c=1\ 200$  MPa,冲击速度  $v_0=500$  m/s,冲击角度(弹体轴线与混凝土板外法线夹角)  $\beta=52^\circ$ 。混凝土板垂直厚度  $H=120$  mm,材料密度  $\rho=2.44$  t/m<sup>3</sup>,混凝土静屈服强度  $f_c=60$  MPa。冲击和贯穿的计算模拟结果如图 2。

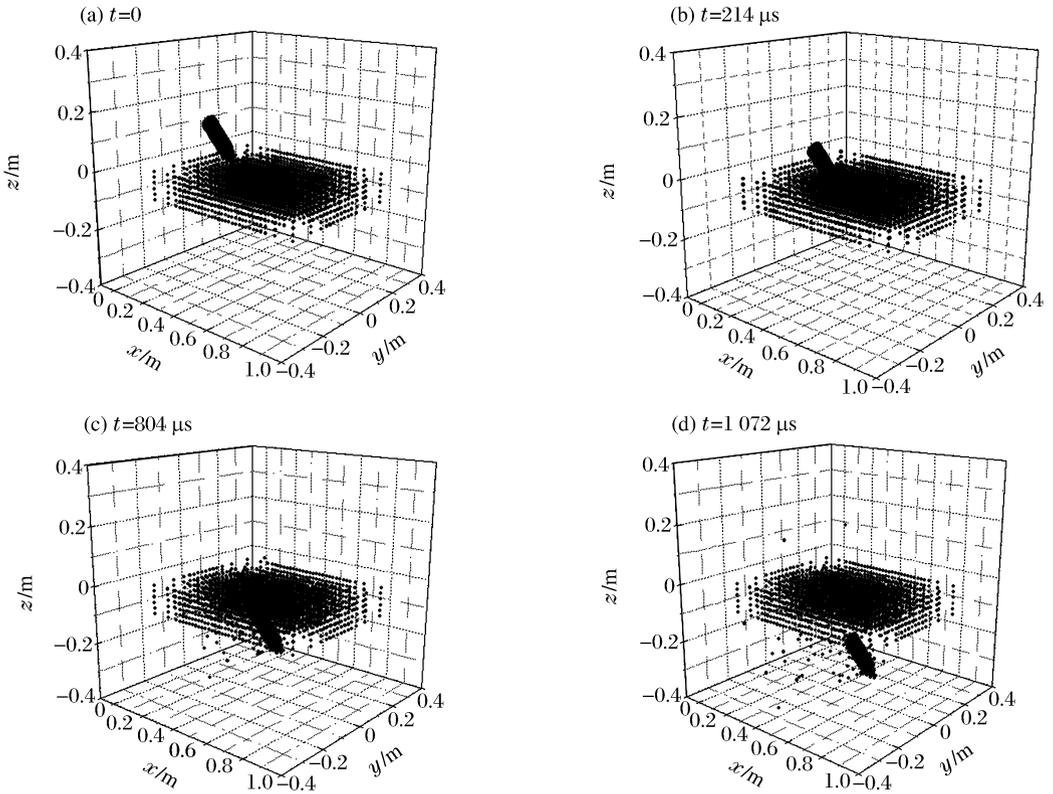


图 2 空心弹体斜冲击混凝土计算模拟

Fig. 2 Computational simulations of hollow projectile obliquely impacting concrete

### 4.2 实心弹体对混凝土的斜冲击

定量考核三维计算与实验对比。弹体选择实心弹,实验结果引用于文献[10]。弹体外直径  $D=50$  mm,弹形系数  $\Psi=3$ ,弹体总长  $L_w=280$  mm,弹体材料为 4340 钢,材料密度  $\rho=7.83$  t/m<sup>3</sup>,静屈服强度  $f_c=792$  MPa,冲击角度  $\beta=30^\circ$ 。混凝土板垂直厚度  $H=250$  mm,材料密度  $\rho=2.28$  t/m<sup>3</sup>,混凝土静屈服强度  $f_c=42$  MPa。图 3 给出了冲击速度和贯穿后剩余速度的关系。计算与实验结果有很好的吻合。

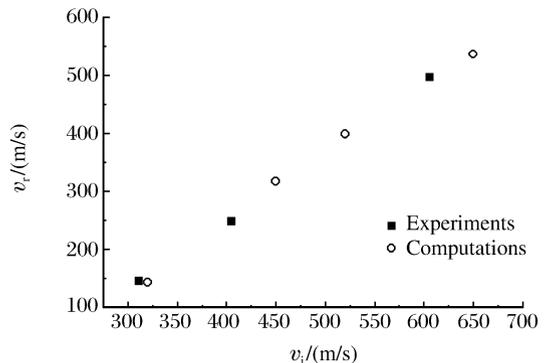


图 3 斜冲击速度和贯穿后剩余速度的关系

Fig. 3 Residual velocity vs initial velocity for the oblique impact

### 4.3 实心弹体对混凝土的垂直冲击

考核用三维程序计算垂直冲击并与实验对比。弹体选择仍为实心弹，实验结果引用于文献[11]。弹体外直径  $D=25.4\text{ mm}$ ，弹形系数  $\Psi=3$ ，弹体总长  $L_w=152\text{ mm}$ ，弹体材料为 4340 钢，材料密度  $\rho=7.83\text{ t/m}^3$ ，静屈服强度  $f_c=792\text{ MPa}$ ，冲击角度  $\beta=0$ 。混凝土板垂直厚度  $H=178\text{ mm}$ ，材料密度  $\rho=2.52\text{ t/m}^3$ ，混凝土静屈服强度  $f_c=48\text{ MPa}$ 。图 4 给出了冲击速度和贯穿后剩余速度的关系。计算与实验结果也有很好的吻合。值得注意得是，虽然三维程序和二维程序都能给出垂直冲击计算，但二维程序不能给出非对称冲击计算。例如，对于长宽为有限尺度的靶板，如果冲击点与各边界的距离不等，则冲击变形也会是非对称的，图 5 给出了这种计算结果。其中孔两边变形不同而且弹体穿过靶板后已经偏离了穿孔的中心线。

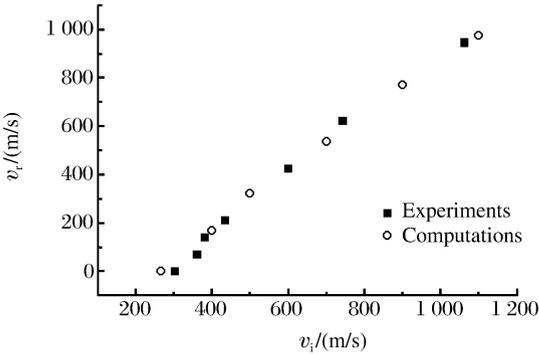


图 4 垂直冲击速度和贯穿后剩余速度的关系  
Fig. 4 Residual velocity vs initial velocity for the vertical impact

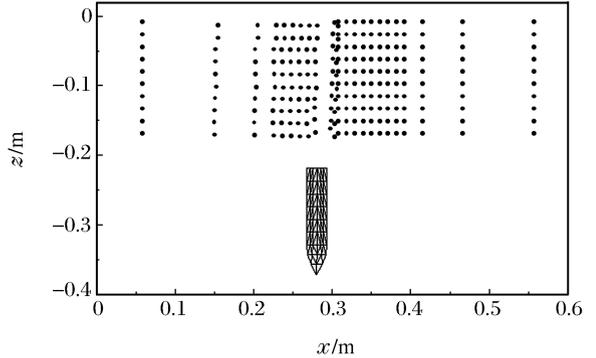


图 5 垂直冲击不对称性的三维计算  
Fig. 5 Three-dimensional computation of non-symmetric phenomenon in the vertical impact

## 5 结 论

利用 FEM 和 SPH 算法相结合给出弹体冲击和贯穿混凝土的三维数值模拟。根据弹体和混凝土的变形特点，将弹体划分为有限元网格，而混凝土划分成光滑粒子。为了弹体单元划分方便，将弹体划分为三种典型区域，并且这三个区域具有可拼凑性。

给出光滑粒子-有限元界面的滑移面算法并且为了提高计算效率，在程序的前处理中预设界面的从属点(Slave particles)和每个光滑粒子的关联点(Connected particles)。计算结果与实验结果对比表明，FEM 和 SPH 算法相结合及编制的程序能有效模拟弹体对混凝土的三维冲击和贯穿过程。

### 参考文献：

[1] 宋顺成. 穿破甲过程动力有限元近似理论及程序[J]. 力学进展, 1994, 24(3): 362-373.  
SONG Shun-cheng. Approximate theories and codes of dynamic finite element for analysis of the high-velocity impact[J]. Advances in mechanics, 1994, 24(3): 362-373.

[2] Song S C, Duan Z P. Iterative method using consistent mass matrix axisymmetrical finite element analysis of hyper-velocity impact[J]. Int J Impact Engng. 1998, 21(10): 817-825.

[3] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. Astron J, 1977, 88(10): 1013-1024.

[4] Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars[J]. Monthly Notices R Astron Soc, 1977, 181(4): 375-389.

[5] 宋顺成, 才鸿年. 弹丸侵彻混凝土的 SPH 算法[J]. 爆炸与冲击, 2003, 23(1): 56-60.  
SONG Shun-cheng, CAI Hong-nian. SPH algorithm for projectile penetrating into concrete[J]. Explosion and Shock Waves, 2003, 23(1): 56-60.

[6] Dancygier A N, Yankelevsky D Z. High strength concrete response to hard projectile impact[J]. Int J Impact Engng, 1996, 18(6): 583-599.

- [7] Forrestal M J, Frew D J, Hanchak S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles[J]. *Int J Impact Engng*, 1996,18(5):466–476.
- [8] Johnson G R, Stryk R A, Beissel S R. SPH for high velocity impact computations[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996,139(1–4):347–372.
- [9] 宋顺成,才鸿年. 模拟战斗部对混凝土侵彻与爆轰耦合作用的计算[J]. *弹道学报*, 2004,16(4):23–28.  
SONG Shun-cheng, CAI Hong-nian. Computations for coupled actions of simulated projectile penetrating and detonating to concrete[J]. *Journal of Ballistics*, 2004,16(4):23–28.
- [10] Fan S C, Zhou X Q. Constitutive Model for Reinforced Concrete against Penetration[R]. Singapore: Singapore Nanyang Technological University, 2003:1–20.
- [11] Hanchak S J, Forrestal M J, Young E R, et al. Perforation of concrete slabs with 48 MPa and 140 MPa unconfined compressive strength[J]. *Int J Impact Engng*, 1992,12(1):1–7.

### 3D-numerical simulations on impact and perforation of concrete targets by projectiles

SONG Shun-cheng<sup>1\*</sup>, CAI Hong-nian<sup>2</sup>, WANG Fu-chi<sup>2</sup>

(1. *Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China;*  
2. *Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*)

**Abstract:** Three-dimensional (3D) numerical simulations of impact and perforation of concrete targets by projectiles have been performed by incorporating FEM with SPH algorithm. The projectile is divided into quadrilateral elements, and the concrete target is divided into smooth particles. In order to form the elements conveniently, the projectile element consists of three characteristic parts with assembly functions. The sliding surface algorithm for interfaces of SP-FE (smooth particles-finite elements) has been formulated, and to raise the computational efficiency, the slave particles and their connected particles are defined in the pre-processing subroutine. The calculated examples have shown that the combination algorithm of FEM with SPH and the related code could be used to simulate the impact and perforation of concrete targets by projectiles. The differences between 3D and 2D computations for vertical impact as well as the comparison with experimental data are presented here.

**Key words:** solid mechanics; impact; SPH algorithm; concrete; perforation; finite element method

---

\* Corresponding author: SONG Shun-cheng  
E-mail address: song-sc@sohu.com