

文章编号: 1001-1455(2006)01-0053-06

# 光滑粒子模拟方法在超高速碰撞现象中的应用\*

徐志宏, 汤文辉, 罗 永

(国防科学技术大学理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 简要介绍了基于黎曼解的光滑粒子法, 并将改进的 SPH 方法应用于超高速碰撞, 对二维轴对称条件下的弹丸超高速碰撞薄板问题进行了数值模拟, 研究了靶板厚度、弹丸速度、弹丸形状等因素对形成碎片云的影响。通过与实验数据比较, 该算法模拟的碎片云的形状及特征与实验相吻合, 验证了光滑粒子法对冲击动力学问题数值模拟的有效性。

**关键词:** 爆炸力学; 碎片云; 光滑粒子流体动力学; 超高速碰撞; 黎曼解

**中图分类号:** O385      **国标学科代码:** 130 · 3530      **文献标志码:** A

## 1 引 言

随着我国空间探索计划的飞速发展, 空间飞行器对空间碎片的防护问题显得越来越紧迫。防护方案的设计依据是弹丸超高速碰撞薄板所形成的碎片云团的动力特性。为了达到理想的防护效果, 需要对弹丸超高速碰撞薄板所形成的碎片云团的特性进行细致而全面的了解。虽然目前已根据二级轻气炮实验得到了碰撞速度为 5~7 km/s 的一些经验数据, 但对碎片云团特性的全面了解还不深入, 特别是对于 10 km/s 左右的碰撞速度条件, 实验室还难以达到, 因此只能用数值模拟技术对防护结构的防护性能进行预测性研究。由于弹丸超高速碰撞薄板形成碎片云团的过程是一个大变形过程, 当采用常规有限元方法处理时, 局部可能出现计算网格扭曲造成的计算结果严重失真, 并且网格重构与细化将大量消耗计算资源, 使得计算分析等工作难以进行。采用粒子方法可以避免高维拉氏网格方法中的网格缠绕和扭曲等问题, 因而特别适合于计算有大变形存在的高速碰撞问题。

光滑粒子流体动力学(Smoothed Particle Hydrodynamics, 简记为 SPH)方法的基本思想是将整个流场的物质离散为一系列具有质量、速度和能量的“粒子”, 然后通过一个称为“核函数”的积分进行“核函数估值”, 从而求得流场中不同位置在不同时刻的各种动力学量。这是一种纯拉氏的粒子方法, 本质上不需要使用网格, 且逻辑简单。自从 L. D. Libersky 等<sup>[1]</sup>将材料强度效应引入 SPH 方法, 成功地开展了高速碰撞数值模拟的计算之后, G. R. Johnson 等<sup>[2]</sup>、J. Campbell 等<sup>[3]</sup>先后在侵彻贯穿方面的数值计算取得了有意义的结果。A. N. Parshikov 等<sup>[4]</sup>基于黎曼解的思想, 提出用黎曼解来描述粒子之间的相互作用, 在改善界面计算精度的方面取得了一定的效果。

本文中我们将用改进的 SPH 方法数值计算二维轴对称坐标下的弹丸超高速碰撞薄板的问题, 给出碎片云形成的过程, 并讨论碰撞速度、弹丸形状以及靶厚等因素对碎片云形态的影响。

## 2 光滑粒子流体力学方法的基本思想

在 SPH 方法中, 任意宏观变量(如密度、压力、温度等) $f(\mathbf{r})$ 在空间某一点  $\mathbf{r}$  上的核估计可以通过函数  $f(\mathbf{r})$  在域  $\Omega$  中的积分获得

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' \quad (1)$$

式中:  $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h)$  称为核函数,  $h$  为光滑长度。核函数具有两个特性: (1) 归一化条件,  $\int_{\Omega} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}'$

\* 收稿日期: 2004-12-26; 修回日期: 2005-11-07

作者简介: 徐志宏(1977—), 女, 博士研究生。

$=1$ ; (2)  $W$  在  $\mathbf{r}' = \mathbf{r}$  处是一个强尖峰函数,  $\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ 。通常称  $\langle f(\mathbf{r}) \rangle$  是  $f(\mathbf{r})$  的一个核估计, 它等价于围绕场  $f(\mathbf{r})$  带有一个过滤器函数  $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h)$ , 把其中的局部统计涨落都过滤掉。

设函数  $f(\mathbf{r})$  在粒子  $j$  上的值为  $f_j$ , 公式(1)可以写成粒子求和形式

$$f_i(\mathbf{r}_i) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j f_j}{\rho_j} W_{ij} \left( \frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{h} \right) \quad (2)$$

式中:  $N$  为计算区域内的粒子总数,  $m_j$ 、 $f_j$ 、 $\rho_j$  分别为位于空间点  $\mathbf{r}_j$  处粒子  $j$  的质量、待求参数和密度。同样, 函数  $f(\mathbf{r})$  在粒子  $i$  上的一阶导数的核估计为

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i^s} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j f_j}{\rho_j h} W'_{ij} \frac{x_i^s - x_j^s}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \quad s = x, y, z \quad (3)$$

利用式(2)~(3), 可以将质量、动量及能量守恒方程离散为下面的粒子求和形式

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j \rho_j}{\rho_j} (\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (4)$$

$$\frac{d\mathbf{U}_i}{dt} = - \sum_j \frac{m_j (p_i + p_j)}{\rho_i \rho_j} \nabla_i W_{ij} \quad (5)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j (p_i + p_j)}{2\rho_i \rho_j} (\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (6)$$

式中:  $d\rho_i/dt$ 、 $d\mathbf{U}_i/dt$ 、 $dE_i/dt$  分别为粒子  $i$  相应物理量的随体导数。

与有限差分方法一样, SPH 方法模拟含有激波的流场时, 也需要引入人为粘性项<sup>[5]</sup> 以光滑激波波阵面。同时还需要引入人为热流项以减小由于人为粘性引起的内能等参数出现的较大误差<sup>[6]</sup>。

当目标粒子  $i$  周围  $2h$  范围内的粒子分布比较均匀时, 用式(2)~(3)计算可以得到很好的结果。而对于  $2h$  范围内粒子分布有明显的奇异性时, 用式(2)~(3)就无法保障计算精度。

### 3 基于黎曼解的 SPH 方程

设粒子  $i$  与每个位于  $2h$  范围内的粒子  $j$  交换动量和能量, 并定义  $A_{ij}$  为粒子  $i$ 、 $j$  接触点。  $A_{ij}$  处粒子间的相互作用可以用黎曼问题解的声速近似表示。设任意一个接触间断面左右两边的各参数为  $U_i^R$ 、 $\rho_i$ 、 $p_i$  和  $U_j^R$ 、 $\rho_j$ 、 $p_j$ , 该间断从初始间断面出发, 各自以声速  $c_i$ 、 $c_j$  向左、向右传播。在波后区域中, 速度和压力相等, 由质量和动量守恒方程可以得到在  $A_{ij}$  处的法向速度  $U_{ij}^{*R}$  和压力  $p_{ij}^*$

$$U_{ij}^{*R} = \frac{U_j^R \rho_j c_j + U_i^R \rho_i c_i - p_j + p_i}{\rho_j c_j + \rho_i c_i} \quad (7)$$

$$p_{ij}^* = \frac{p_i \rho_j c_j + p_j \rho_i c_i - \rho_i c_i \rho_j c_j (U_j^R - U_i^R)}{\rho_j c_j + \rho_i c_i} \quad (8)$$

再将下面两个近似

$$U_i^R + U_j^R \rightarrow 2U_{ij}^{*R} \quad (9)$$

$$p_i + p_j \rightarrow 2p_{ij}^* \quad (10)$$

代入 SPH 方程(4)~(6), 得到修正后的 SPH 方程

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -2 \sum_j \frac{m_j \rho_j}{\rho_j h} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) W'_{ij} \quad (11)$$

$$\frac{d\mathbf{U}_i}{dt} = 2 \sum_j \frac{m_j p_{ij}^*}{\rho_i \rho_j h} W'_{ij} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} \quad (12)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = -2 \sum_j \frac{m_j p_{ij}^*}{\rho_i \rho_j h} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) W'_{ij} \quad (13)$$

式中:  $E$  为内能。

以一维激波管为例, 该方法通过引入黎曼解来描述粒子间的相互作用, 能有效地缓解各动力学量在界面的异常跳跃。

设研究对象是完全气体, 其初始参数分布为:  $-0.6 \text{ cm} \leq r < 0$ ,  $p = 3 \text{ GPa}$ ,  $\rho = 1.5 \text{ g/cm}^3$ ,  $\gamma = 3$ ;  $0 \leq r$

$\leq 0.6 \text{ cm}$ ,  $p=1 \text{ GPa}$ ,  $\rho=1.2 \text{ g/cm}^3$ ,  $\gamma=3$ 。其中  $\gamma$  为气体绝热指数。 $t=4 \mu\text{s}$  时的计算结果如图 1 所示,其中实线代表解析解,空心圆代表数值解。图 2 是采用传统的引入人为粘性和人为热流项的 SPH 方法等到的计算结果,其压力与速度在两种介质的接触界面处有明显的震荡。而采用改进的 SPH 算法(见图 1),则能有效地缓解接触界面的不稳定性。

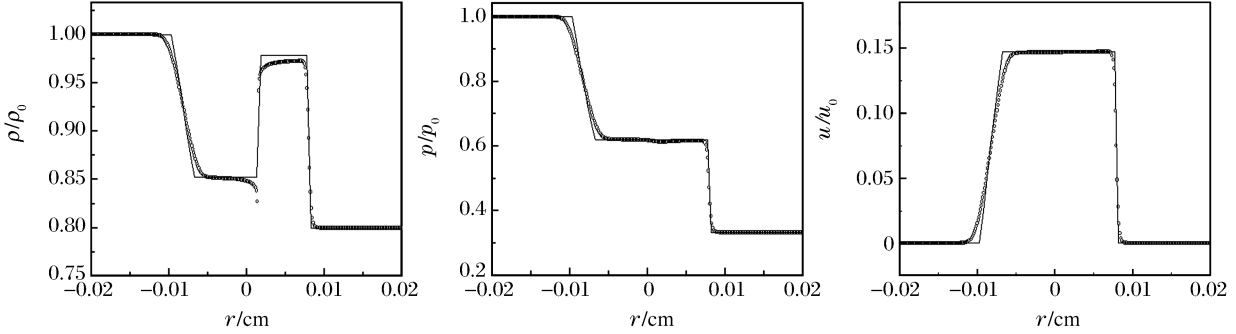


图 1 用修正的 SPH 方法计算激波管问题得到的流体参数分布曲线

Fig. 1 Flow parameter distribution curves in shock tube problem computed by modified SPH method

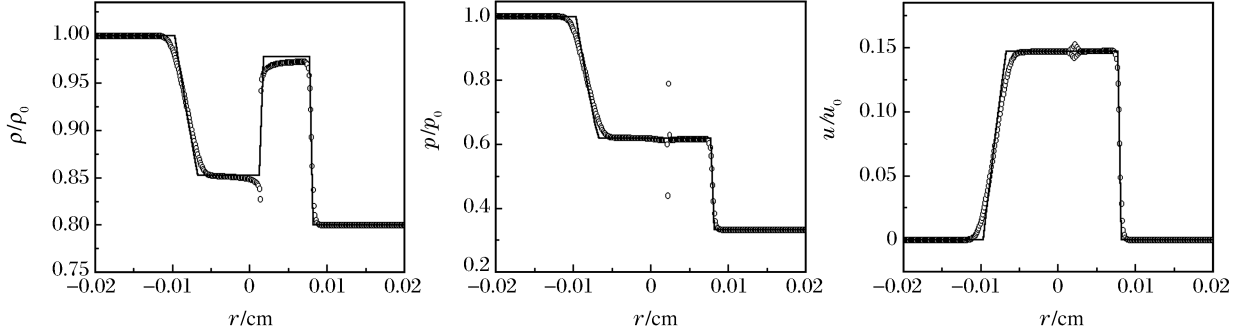


图 2 用传统的 SPH 方法计算激波管问题得到的流体参数分布曲线

Fig. 2 Flow parameter distribution curves in shock tube problem computed by standard SPH method

#### 4 轴对称条件下基于黎曼解的 SPH 方程

在轴对称条件下,将环形单元作为 SPH 计算模型中的“粒子”。则第  $i$  个粒子的质量  $m_i=0.5\rho_i y_i(\pi D_i)^2$ ,  $y_i$  为轴心到第  $i$  个粒子中心的距离,  $D_i$  为第  $i$  个粒子的直径。

因此方程(11)~(13)变形为

$$\frac{d\rho_i}{dt} = - \sum_j \frac{m_j \rho_j}{\pi y_j \rho_j h} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) W'_{ij} \quad (14)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j p_{ij}^*}{\pi y_j \rho_j h} W'_{ij} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} \quad (15)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = - \sum_j \frac{m_j p_{ij}^*}{\pi y_j \rho_j h} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) W'_{ij} \quad (16)$$

核函数的选取有多种形式,在这里采用 B 样条函数作为核函数

$$W_{ij} = \begin{cases} (1 - 1.5\phi^2 + 0.75\phi^3)/\beta & 0 \leq \phi < 1 \\ 0.25(2 - \phi)^3/\beta & 1 \leq \phi < 2 \\ 0 & \phi \geq 2 \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $\phi = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|/h$ , 对一维问题  $\beta=1.5h$ , 二维问题  $\beta=0.7\pi h^2$ , 三维问题  $\beta=\pi h^3$ 。

由于在超高速碰撞应用的背景下,不同的强度模型对碎片云的影响并不大,为简单起见,采用流体模型作为强度模型。弹丸与靶板的材料模型采用 Mie-Gruneisen 状态方程

$$p_i = p_H + \Gamma \rho_0 (u_i - u_H) \quad (18)$$

式中:  $p_H = \frac{c_0(v_0 - v_i)}{(v_0 - s(v_0 - v_i))^2}$ ,  $u_H = \frac{1}{2} p_H (v_0 - v_i)$ ,  $c_0, s$  为介质材料激波速度关系式  $D = c_0 + su$  中的常数,  $v_0 = 1/\rho_0$  为初始比容,  $v_i = 1/\rho_i$  为比容,  $\Gamma$  为 Gruneisen 系数。

## 5 算例

### 5.1 碎片云的形成过程

弹丸为直径 9.6 mm 的 2024-T4 铝球, 靶板为厚 2 mm 的 6061-T6 铝合金。弹丸初速度为 8 km/s。粒子截面直径设置为 0.2 mm。材料模型的参数详见文献[7~8]。图 3 为碎片云的形成过程。

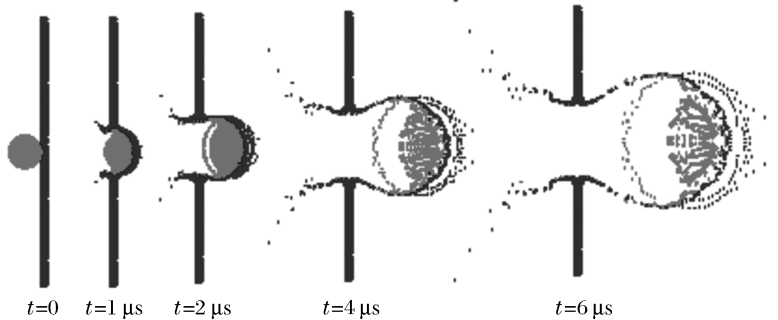


图 3 碎片云形成过程的数值模拟

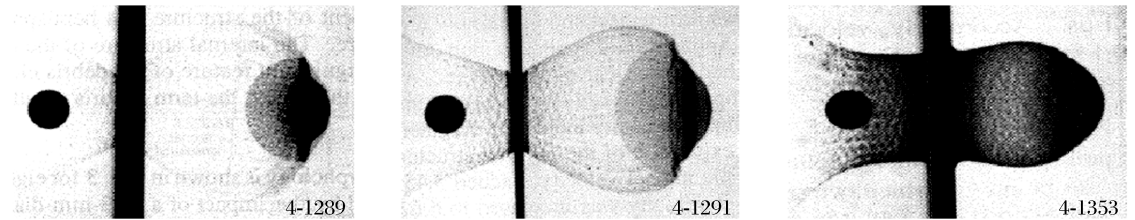
Fig. 3 The simulation of the form of debris clouds

### 5.2 靶厚对碎片云形态的影响

弹丸为直径 9.6 mm 的 2024-T4 铝球, 撞击厚度分别为 0.8、1.6、4.0 mm 的 6061-T6 铝

合金靶板, 速度分别为 6.68、6.71、6.68 km/s, 粒子截面直径设置为 0.2 mm。材料模型的参数详见文献[7~8]。7.2 μs 时刻的数值模拟结果分别与文献[9]中 4-1289、4-1291、4-1353 的实验照片相对照, 如图 4 所示。由图可见, 数值模拟结果与实验结果相似, 当弹丸撞击薄的靶板时, 弹丸碎片云比较集中, 由靶板材料形成的碎片云外壳比较薄; 而当靶板比较厚时, 弹丸碎片比较分散, 碎片云外壳比较厚。

(a) Experimental



(b) Simulation

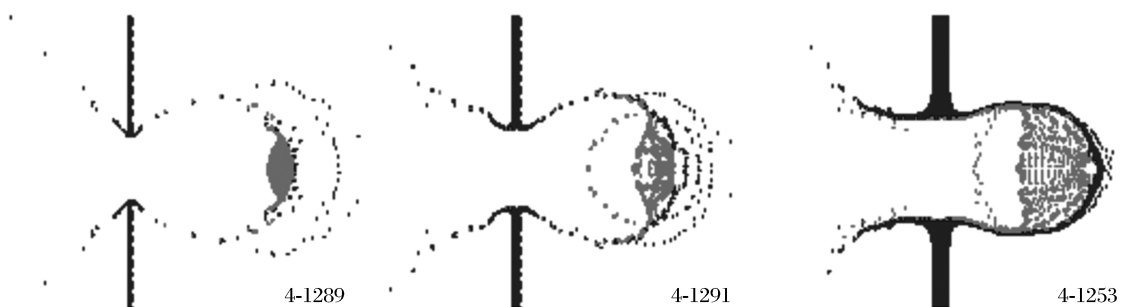


图 4 不同靶板厚度形成的碎片云 X 射线照片和数值模拟结果

Fig. 4 The experimental radiography and corresponding simulation results of debris clouds for different thickness of target

### 5.3 速度对碎片云形态的影响

弹丸为直径 9.6 mm 的 2024-T4 铝球, 靶板为厚度 2 mm 的 6061-T6 铝合金, 弹丸速度分别为 3、8、10 km/s。粒子截面直径设置为 0.2 mm。材料模型的参数详见文献[7~8]。7.2 μs 时刻的数值模拟结果如图 5 所示。由图可见, 在速度较低时, 表现为冲塞, 速度较高时, 表现为碎片云, 并且弹丸材料的碎裂情况随着速度的增加而加剧, 碎片云轴向和径向的膨胀增大, 碎片云颗粒变小。

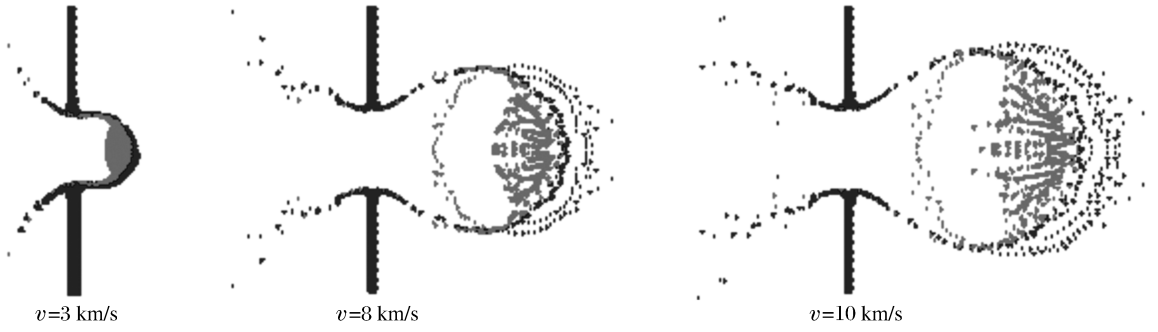


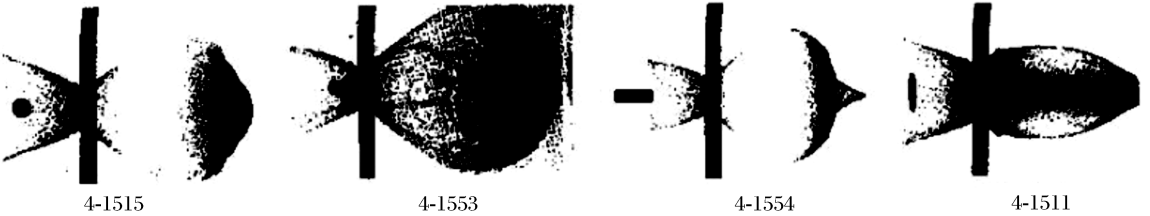
图 5 不同碰撞速度形成的碎片云数值模拟结果

Fig. 5 The simulation results of debris clouds for different impact velocities

### 5.4 弹丸形状对碎片云形态的影响

弹丸形状分别为：直径 5.6 mm 的球体；直径 5 mm、高 5 mm 的圆柱；直径 4 mm、长 14 mm 的长杆；直径 14 mm、厚 0.6 mm 的圆盘。弹丸为直径 9.6 mm 的 2024-T4 铝球，靶板为厚度 2 mm 的 6061-T6 铝合金防护屏，弹丸速度分别为 4.98、5.22、4.97、5.01 km/s。粒子截面直径设置为 0.2 mm。材料模型的参数详见文献[7~8]。7.2 μs 时刻的数值模拟结果如图 6 所示，分别采用文献[9]中实验 4-1515、4-1553、4-1554、4-1511 进行比对。由图可见，弹丸的形状不同，所形成的碎片云也明显不同。在碰撞速度相同的条件下，在同一时刻，圆盘状弹丸破碎得最完全，而长杆弹的后部仍然保持完整，球形弹丸和等高径的圆柱形弹丸的破碎程度介于前两者之间。

(a) Experimental



(b) Simulation

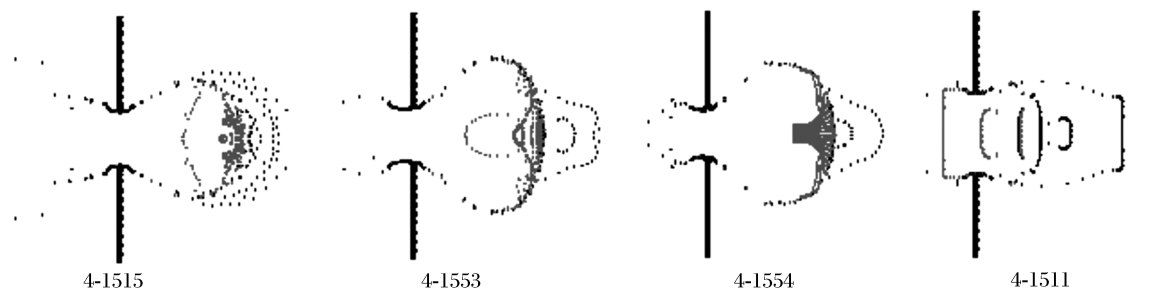


图 6 不同弹丸形状对碎片云的影响

Fig. 6 The influence of different projectile shape on the debris clouds

### 5.5 数值模拟结果与实验结果的比较

通过与试验 4-1289 和 4-1291 中碎片云特征点的速度比较(见表 1)，数值计算结果与实验结果符合得较好。表中  $u_{c1}$  为碎片云前端速度， $u_{c2}$  为碎片云质心速度， $u_{c4}$  为碎片云后端速度。

表 1 数值模拟与实验结果的比较

Table 1 Comparison of the simulated and experimental results

编号	方法	$u_{c1}/(\text{km/s})$	$u_{c2}/(\text{km/s})$	$u_{c4}/(\text{km/s})$
4-1289	试验	6.6	6.4	4.9
4-1289	模拟	6.8	6.4	4.7
4-1291	试验	6.3	6.1	3.9
4-1291	模拟	6.3	6.3	3.9

## 6 结 束 语

利用改进的 SPH 算法,自编程序对超高速碰撞问题作了数值模拟,从计算的结果分析,该方法可以定性地描述碎片云团的动力学特征;较传统的诸如单元的消蚀等传统数值方法常用的非物理手段处理大变形问题的方法而言,该方法程序结构简单,并且便于向高维拓展。因此光滑粒子流体动力学方法是空间碎片超高速碰撞数值模拟的有效工具,对飞行器的设计有着非常重要的意义。

### 参考文献:

- [1] Libersky L D, Petschek A G. Smoothed particle hydrodynamics with strength of materials [A]. Treasa H, Fritts J, Crowley W. Lecture Notes in Physics [C]. New York: Springer, 1991:248—257.
- [2] Johnson G R, Beissel S R. Normalized smoothed functions for SPH impact computations [J]. Int J Numer Meth Eneng, 1996,39:2725—2741.
- [3] Campbell J, Vignjevic R, Libersky L D. A contact algorithm for smoothed particle hydrodynamics [J]. Comput Meth Appl Mech Engng, 2000,184:49—65.
- [4] Parshikov A N, Medin S A, Loukashenko I I, et al. Improvements in SPH method by means of interparticle contact algorithm and analysis of perforation tests at moderate projectile velocities [J]. Int J Impact Engng, 2000,24:779—796.
- [5] Monaghan J J. Shock simulation by the particle method SPH [J]. J Comput Phys, 1983, 52:374—389.
- [6] Noh W F. Errors for calculations of strong shocks using an artificial viscosity and an artificial heat flux [J]. J Comput Phys, 1987,72:78—120.
- [7] 汤文辉,张若棋. 物态方程理论及计算概论 [M]. 长沙:国防科技大学出版社,1999:321—326.
- [8] 周南,乔登江. 脉冲束辐照材料动力学 [M]. 北京:国防工业出版社,2002:134—141.
- [9] Piekutowski A J. Characteristics of debris clouds produced by hypervelocity impact of aluminum spheres with thin aluminum plates [J]. International Journal of Impact Engineering, 1993,14:573—586.

## Applications of the smoothed particle hydrodynamics method to hypervelocity impact simulations

XU Zhi-hong<sup>\*</sup>, TANG Wen-hui, LUO Yong

(College of Science, National University of Defense Technology,  
Changsha 410073, Hunan, China)

**Abstract:** A smoothed particle hydrodynamics (SPH) algorithm based on the Riemann solution has been presented in this paper. The improved SPH algorithm is applied to simulate the 2D axisymmetrical impact of projectiles on thin target plates. The effects of plate thickness, projectile shape and impact velocity on the debris clouds have been studied. The characteristics of the simulated debris clouds are in agreement with the experimental results, which show that SPH method is effective in modeling the hypervelocity impact problems.

**Key words:** mechanics of explosion; debris cloud; smoothed particle hydrodynamics; hypervelocity impact; Riemann solution

---

\* Corresponding author: XU Zhi-hong  
E-mail address: xuzhihong\_mm@163.com  
Telephone: 0731-4573276