**文章编号:**1001-1455(2006)02-0163-06

# 弹、塑性弹丸冲击混凝土的滑移面算法 及其损伤演化<sup>\*</sup>

宋顺成<sup>1</sup>,才湾年<sup>2</sup>,王富耻<sup>2</sup>
(1.西南交通大学,四川成都 610031;
2.北京理工大学,北京 100081)

摘要:将有限元方法与光滑粒子动力学方法相结合,编制了弹、塑性弹丸冲击混凝土的计算程序,其中给 出具有人工动量输运功能的滑移面算法。计算表明,弹丸按弹、塑性计算与按刚体计算的侵彻过程不同;特别 对于壳结构弹体,其冲击速度存在临界值。超过临界冲击速度,弹体将发生较大塑性变形和损伤破坏,而且弹 丸侵彻深度不能再随冲击速度增加而有效地增加。弹体损伤区的内损伤演化率与冲击速度有关,当冲击速度 增加时损伤演化加快。

关键词:固体力学;滑移面算法;数值模拟;弹丸损伤演化
 中图分类号:O347.3
 国标学科代码:130•1565
 文献标志码:A

## 1 引 言

目前,弹丸对混凝土结构的侵彻受到普遍关注。冲击混凝土结构的弹体设计不但在给定冲击速度 下优化弹形系数使弹体获得最大穿深,而且在给定冲击速度下优化弹体结构使弹体满足刚度和强度要 求。随着计算机技术的不断进步,越来越多的科技工作者将希望寄予数值计算和数值模拟。普通数值 计算方法,例如 Lagrangian 有限元方法将会遇到网格畸变的困难。尽管可以使用网格重分技术,但重 分次数受到限制,而且多次重分不能保证物理量的守恒。在有限元中有时引入网格侵蚀算法,但引入的 网格侵蚀算法缺乏真正的物理意义。Eulerian 差分方法虽然可以处理大变形问题,但存在界面不清的 困难。光滑粒子流体动力学(Smooth Particle Hydrodynamics, SPH)方法是唯一无空间网格的连续介 质动力学的计算方法, L. B. Lucv<sup>[1]</sup>、R. A. Gingold 等<sup>[2]</sup>在 1977 年将这一方法发展为 Lagrangian 方法。 由于 SPH 方法是无网格方法,因此在大变形计算中不存在畸变处理问题。与文献[3]相同,本文中在冲 击计算中将混凝土离散为光滑粒子,并使用 SPH 方法。弹体划分为有限元网格,并使用有限元算法 (Finite Element Method, FEM)。与文献[3]不同的是本文中在弹体分析中未做刚体假设,而是给出 弹、塑性弹体的变形和损伤演化分析。滑移面算法在爆炸与冲击的数值分析中起重要作用。通过滑移 面计算既保证材料界面清晰,又保证材料接触面上正确的动量交换[4]。因为对弹、板作用的每一步计算 首先由滑移面上的动量交换开始,然后通过网格或光滑粒子间的联系分别将滑移面上的动量增量传递 给弹、板其他区域。但由于有限元网格刚度偏大或由于步长选取偏大等原因往往在滑移面附近产生较 大变形误差。本文中给出具有人工动量输运功能的滑移面算法。该算法是弹体弹、塑性变形和损伤演 化分析的基础,并且在给定的特殊条件下该算法退化为弹体作为刚体的冲击分析。

#### 2 数值方法

将FEM方法与SPH方法相结合,即将弹体划分为有限元网格,而将混凝土划分为光滑粒子。主

 <sup>\*</sup> 收稿日期: 2005-01-24;修回日期: 2005-06-24
 基金项目: 国防科技实验室基金项目(51478040504ZW0101)
 作者简介: 宋顺成(1946—),男,博士,教授,博士生导师。

要基于以下考虑:(1)目前冲击混凝土的弹体速度多小于1500 m/s<sup>[5]</sup>。实验证明,在该冲击速度范围内 虽然弹体会发生一定塑性变形,但不会出现大的塑性流动和弹体头部破碎<sup>[6]</sup>。因此,使用有限元算法描 述弹体变形,不必引入网格重分和网格侵蚀。(2)混凝土被弹体冲击、贯穿过程中发生局部强非线性变 形、破坏和塑性流动。对此,为避免网格重分和网格侵蚀,将混凝土划分为光滑粒子。(3)弹体划分为有 限元网格容易定义弹体上的界面单元,计算中通过滑移面算法可保持材料界面清晰。

对于二维轴对称弹体有限元,在单元 ijm 中结点力  $\mathbf{F}^i$ 的计算由虚功原理给出<sup>[4]</sup>

$$F_r^i = -\pi r \lfloor (z_j - z_m)\sigma_r + (r_m - r_j)\tau_{rz} \rfloor - 2\pi A \sigma_{\theta}/3$$
<sup>(1)</sup>

$$F_{z}^{i} = -\pi \overline{r} [(r_{m} - r_{j})\sigma_{\theta} + (z_{j} - z_{m})\tau_{rz}]$$

$$\tag{2}$$

式中: $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}$ 是三角形单元ijm内应力分量,A是 $\triangle ijm$ 的面积, $\overline{r}$ 是 $\triangle ijm$ 中心r方向的坐标值。

对于二维轴对称混凝土板划分为光滑粒子后,作用在第*i*个光滑粒子上的力可直接由动力微分方 程在域内做加权平均得到<sup>[3]</sup>

$$F_{r}^{i} = -m_{i} \sum_{j} m_{j} w'_{ij} \{ [(\sigma_{r} - Q_{ij})l_{r} + \tau_{rz}l_{z}]/\rho_{i}^{2} \} / (2\pi r_{j}) + m_{i} \sum_{j} w'_{ij} m_{j} \{ [(\sigma_{r}^{j} - Q_{ij})l_{r} + \tau_{rz}^{j}l_{z}]/\rho_{j}^{2} \} / (2\pi r_{i}) - (3)$$

$$\sum_{j} w'_{ij} m_{j} [(r_{ij}/2)/(2\pi r_{j})] (\sigma_{\theta} m_{j}/r_{j})/\rho_{j}^{2}$$

$$F_{z}^{i} = -m_{i} \sum_{j} m_{j} w'_{ij} \{ [(\sigma_{r} - Q_{ij})l_{z} + \tau_{rz}l_{r}]/\rho_{i}^{2} \} / (2\pi r_{j}) + m_{i} \sum_{j} w'_{ij} m_{j} \{ [(\sigma_{z}^{j} - Q_{ij})l_{z} + \tau_{rz}^{j}l_{r}]/\rho_{j}^{2} \} / (2\pi r_{i})$$

$$(4)$$

式中:  $l_r$ 、 $l_z$  是 *i* 点到 *j* 点的方向数;  $r_{ij}$  表示 *i* 点和 *j* 点之间的距离;  $w'_{ij}$  是权函数的导数;  $\sigma_r$ 、 $\sigma_z$ 、 $\sigma_\theta$ 、 $\tau_{rz}$  是第 *i* 个光滑粒子上的应力分量;  $\Pi \sigma_z^i$ 、 $\tau_{rz}^j$ 是第 *j* 个光滑粒子上的应力分量;  $Q_{ij}$ 是人工粘性;  $\rho_i$ 、 $\rho_j$ 、 $m_i$ 、 $m_j$ 分别是第 *i* 个及第 *j* 个光滑粒子上的密度和质量。

无论是利用 FEM 还是利用 SPH 方法,只要给出结点力以后,其他物理量都可逐一计算。

#### 3 人工动量输运的滑移面算法

由于弹体通过外表面与混凝土相互作用,因此在二维轴对称计算中定义弹体外表面单元为主单元, 每个主单元的最外一条边为主边,主边上结点为主结点;定义与弹体外表面相互作用的光滑粒子为从属 点。如图1设特征主单元为△ABC,特征主边为直线 AB,结点 A、B 为主结点,而 S 为特征从属点。如 果在计算过程图1滑移面上的特征三角形和从属点中发现从属点 S 侵入到△ABC 的内部(如 S'处),则 将 S 沿直线 AB 的法线拉到直线 AB 上(S''处),此时要调整从属点 S 及主结点 A、B 在直线 AB 法线方 向的位移速度。设调整后法向速度满足线性关系

 $v_{s}^{+} = (v_{A}^{+}l_{BS} + v_{B}^{+}l_{AS})/l_{AB}$  (5) 式中:上标'+'表示调整后的速度,而 $l_{AS}$ 、 $l_{BS}$ 、 $l_{AB}$  是S 被拉到直线 AB 上(不妨仍用符号S代替S<sup>''</sup>)后三段线段长。由于S的法向速度在调 整前后不同,S点动量的变化是弹体结点动量变化贡献的结果。其中 一部分由主结点A、B 给定,贡献的大小与S的距离成比例

$$-(v_{A}^{+}-v_{A}^{-})m_{A}=\lambda(v_{S}^{+}-v_{S}^{-})m_{S}l_{BS}/l_{AB}$$

$$-(v_B^+ - v_B^-)m_B = \lambda(v_S^+ - v_S^-)m_S l_{AS}/l_{AB}$$

式中:上标'一'号表示调整前的速度; $m_s$ 、 $m_A$ 、 $m_B$ 分别是光滑粒子和 有限元结点上的质量。通过式(5)、(6)、(7)联立,可由调整前的法向速 度 $v_s$ 、 $v_A$ 、 $v_B$ 获得调整后的法向速度 $v_s^+$ 、 $v_A^+$ 、 $v_B^+$ 





(6)图1 滑移面上特征三角形和从属点
(7) Fig.1 The characteristic triangle
子和 and slave particles
可速 on the sliding surface

$$v_{A}^{+} = v_{A}^{-} - \lambda \frac{(l_{BS}v_{A}^{-} + l_{AS}v_{B}^{-})/l_{AB} - v_{S}^{-}}{1 + \lambda m_{S}(l_{BS}^{2}/m_{A} + l_{AS}^{2}/m_{b})/l_{AB}^{2}} \frac{m_{S}}{m_{A}} \frac{l_{BS}}{l_{AB}}$$
(9)

$$v_{B}^{+} = v_{B}^{-} - \lambda \frac{(l_{BS}v_{A}^{-} + l_{AS}v_{B}^{-})/l_{AB} - v_{S}^{-}}{1 + \lambda m_{S}(l_{BS}^{2}/m_{A} + l_{AS}^{2}/m_{B})/l_{AB}^{2}} \frac{m_{S}}{m_{B}} \frac{l_{AS}}{l_{AB}}$$
(10)

式中:λ≪1,λ<1 表示从属光滑粒子 S 动量变化的一部分是由主结点 A、B 给定的。设 S 动量变化的另 一部分是由弹体全部有限元结点的法向速度变化的平均值引起的,根据动量守衡原理有

$$-\Delta v = (1-\lambda)(v_S^+ - v_S^-)m_S / \sum_j m_j$$
(11)

$$v_j^+ = v_j + \Delta v$$
  $j = 1, 2, 3, \cdots$  (12)

式中: $v_j$ 包括由式(9)、(10)计算得到的主结点A、B的法向位移速度。此时 $v_5^+$ 、 $v_A^+$ 、 $v_B^+$ 已不完全满足式(5)~(7),如果要求精确可利用迭代法。

显然, $\lambda$ 的取值直接影响材料界面上主结点的位移速度和位移。如果取 $\lambda=1$ 表示从属光滑粒子 S 动量的变化全部是由主结点A、B 给定的,这往往使界面单元发生比实际大得多的变形。特别对于尖头 弹体,往往使头部发生畸变从而使计算不能正常下去。当 $\lambda=0$ 时,由式(5)、(11)、(12)(此时, $v_A^+=v_B^+$ )可决定光滑粒子 S 及弹体所有结点的位移速度。因为此时弹体所有结点有相同的位移速度,所有单元 是 0 应变,因而当 $\lambda=0$ 时代表了弹体作为刚体对混凝土的冲击。当取 0 $<\lambda<1$ 时,从属点动量变化的 一部分是由主结点给定的,另一部分是由弹体全部有限元结点的法向速度变化的平均值引起的,一般此时对弹体可做弹、塑性分析。当取 0 $<\lambda<1$ 时,从属点动量变化的一部分人为地输运到了弹体各结点上,所以将该算法定义为人工动量输运的滑移面算法。本文算例中取  $\lambda=0.2$ 。

在计算过程中,滑移面计算所需的 CPU 时间占总时间的很大一部分,因此减少滑移面计算时间是 提高计算效率的重要途径。在滑移面计算中,首先搜索哪些从属光滑粒子侵入到了主单元。然后,进行 滑移面上的速度调整计算。但是,对于每个积分步长侵入到主面的从属光滑粒子很少,因此需要进行上 述速度调整的计算量不大,大量的 CPU 时间是花费在搜索中。如果定义 n<sub>m</sub>个弹体单元主面和 n<sub>s</sub>个光 滑粒子从属点,则每个积分步长需要进行 n<sub>m</sub>n<sub>s</sub>次检查判断,看哪些光滑粒子从属点侵入到了主单元内。 一般弹体外表面单元都必须被定义为主单元,而混凝土光滑粒子则不能都定义为从属点,否则每个积分 步长需要花费大量的 CPU 时间进行检查判断。为了减少检查判断的 CPU 时间,在计算程序的前处理 中可预设界面从属点:(1)由弹体头部与混凝土接触的初始坐标及弹体尾端初始坐标给出弹体轴线的空 间直线方程。(2)求每一个混凝土光滑粒子到弹体轴线的距离,当该距离小于等于某一给定值时,该光 滑粒子定义为界面的预设从属点。一般,这个给定值为弹体最大半径乘以大于1的系数。(3)将从属点 按顺序排列并由前处理程序储存,以便在界面计算时循环检查。

#### 4 弹体材料的本构关系、状态方程和损伤方程

根据 Johnson-Cook 本构方程<sup>[7]</sup>,弹、塑性弹丸材料的 Mises 流动应力

$$\sigma = (A + B\varepsilon^{n})(1 + C\ln\varepsilon^{*})(1 - T^{*})$$
(13)

式中: $\epsilon$ 为等效塑性应变; $\epsilon^* = \epsilon/\epsilon_0$ 为量纲一等效塑性应变率,一般取 $\epsilon_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ ;  $T^* = T/T_{\text{melt}}$ 为量纲一 温度,其中 $T_{\text{melt}}$ 为材料熔化温度; $A \setminus B \setminus C \setminus n \setminus m$ 为材料常数。

弹丸材料的状态方程一般用 Grüneisen 状态方程,该方程可用实验数据的拟合曲线代替<sup>[3]</sup>

$$p = K_1 \mu + K_2 \mu^2 + K_3 \mu^3 + \Gamma E (1 + \mu)$$
(14)

式中: $K_1$ 、 $K_2$ 和 $K_3$ 是实验数据的拟合系数,代表材料常数;而 $\mu = \rho/\rho_0 - 1$ 。

根据 Johnson -Cook 模型<sup>[9]</sup>,单元内材料的损伤演化定义为

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon^{f}} \tag{15}$$

式中: $D \leq 1$ ,当D = 1时材料出现断裂; $\Delta \epsilon$ 为每个积分步长中的等效塑性应变增量, $\epsilon$ <sup>f</sup>为此刻的断裂等 效应变,该应变与此时的应变率、温度、及压力有关

$$\dot{e}^{t} = \left[ D_{1} + D_{2} \exp(D_{3}\sigma^{*}) \right] (1 + D_{4} \ln \dot{e}^{*}) (1 + D_{5}T^{*})$$
(16)

式中:量纲一应变率 $\epsilon^*$ 及量纲一温度  $T^*$ 的意义与式(12)相同;量纲一压力 $\sigma^* = \sigma_m/\sigma$ ,其中 $\sigma_{mean} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3, \sigma$ 为 von Mises 等效应力。 $D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ D_5$ 为材料常数。应注意的是当 $\sigma^* \ge 1.5$ 时,式 (15)不再适用,此时  $\epsilon^{f} = \epsilon_{min}^{f}$ ,其中  $\epsilon_{min}^{f}$ 为材料常数。

#### 5 冲击混凝土弹丸的弹、塑性变形及损伤演化分析

为了与实验对比方便,计算使用的穿爆型模拟弹<sup>[3]</sup>及弹丸材料与 Forrestal 实验<sup>[6]</sup>中相同。材料为 4340 钢,初始密度  $\rho_0 = 7.8 \text{ Mg/m}^3$ ;弹性模量 E = 211 GPa;本构方程常数<sup>[7]</sup>:A = 0.792 GPa,B = 0.51 GPa,C = 0.014,n = 0.26,m = 1.03, $T_{\text{melt}} = 1793 \text{ K}$ ;状态方程中的常数<sup>[8]</sup>: $K_1 = 163 \text{ GPa}$ , $K_2 = 294 \text{ GPa}$ , $K_3 = 140 \text{ GPa}$ , $\Gamma = 1.16$ 。

混凝土的本构方程、状态方程、损伤方程及其参数值同文献[3]。图2分别给出了刚性弹丸的计算 结果<sup>[3]</sup>及弹、塑性弹丸的计算结果。从图2的侵彻计算结果对比可以看出,弹丸按刚性材料计算的侵彻 深度略大于按弹塑性材料计算的侵彻深度,显然这符合一般性物理概念。计算表明,虽然刚性弹丸与 弹、塑性弹丸的最终计算结果差别不大,但其侵彻中间过程却有很大不同。刚性弹丸在侵彻的最后阶 段,侵彻深度增长率增大<sup>[3]</sup>,显然这不能成立。图3给出了弹、塑性弹丸的侵彻过程。从图3看出弹、塑 性弹丸在侵彻最后阶段侵彻深度增长率很小。



Fig. 2 Comparison of computational results with experiments

尽管在给定冲击速度内可将弹丸看做刚体来计 算侵彻的最终结果,但实际上弹体在冲击过程中或 多或少要发生弹、塑性变形。图4给出了不同冲击 速度下弹丸最终整体塑性变形的大小。从图4看出 随着冲击速度的增加,弹丸最终整体塑性变形增大。

研究弹丸损伤规律的弹体几何尺寸同李树奎 等<sup>[10]</sup>研究用模拟弹相似:内腔直径增大成为壳结构 弹体。壳结构弹体的几何尺寸如图 5。参考 4340 钢<sup>[9]</sup>,弹体损伤参数给定为: $D_1 = 0.05, D_2 = 3.44,$  $D_3 = -2.12, D_4 = 0.002, D_5 = 0.61; \sigma_{spall} = 6.0 GPa, \epsilon_{min}^t = 0.19$ 。





with different impact velocities

计算和实验都说明壳结构弹体侵彻混凝土的能力远低于上述穿爆型模拟弹体。图 6 给出了这种壳 结构弹体初始冲击速度与侵彻深度的关系。从图 6 看出该类壳结构弹体存在临界冲击速度,超过该冲 击速度后,弹丸侵彻深度不能再随冲击速度增加而有效的增加。这是因为超过该冲击速度弹体不但要 发生塑性变形,而且要发生一定的损伤破坏。图 7 给出了不同冲击速度下壳结构弹体的损伤及损伤部 位。从图7看出,冲击速度为250m/s弹体不发生损伤破坏,冲击速度为300m/s弹体则发生损伤破

坏。因此该壳结构弹体对该类混凝土的临界冲击速度为 250 m/s。这一点由图 6 曲线中的拐点也可以看出。图 8 为 弹冲击目标后损伤破坏照片<sup>[10]</sup>。由图 7 和图 8 对比看出,计 算损伤破坏位置与实验基本相同,而实验中弹体内孔底部斜 面处的破坏主要由剪切局部化引起,对剪切局部化的分析将 另文发表。图 9 表明了壳结构弹体侵彻混凝土过程中损伤区 域的演化过程,由此看出损伤演化率与冲击速度有关,冲击速 度增加损伤演化加快。



图 6 壳结构弹丸计算穿深曲线 Fig. 6 Computational penetration curve of shell warhead



图 8 弹丸损伤破坏照片<sup>[10]</sup> Fig. 8 Photo of failed shell warhead <sup>[10]</sup>





图 9 不同冲击速度下弹丸损伤区的损伤演化 Fig. 9 Damage evolving in damage area of the projectile with different impact velocities

# 6 结 论

将有限元方法与光滑粒子动力学方法相结合,编制了弹体冲击混凝土的弹、塑性计算程序,其中给 出了具有人工动量输运功能的滑移面算法。该算法是弹体弹、塑性变形和损伤演化分析的基础。一般, 弹体在冲击混凝土过程中发生弹、塑性变形,即使对于刚性较大的弹体按刚性材料计算的侵彻过程与按 弹、塑性材料计算的侵彻过程也不同。特别对于壳结构弹体,其冲击速度存在临界值。超过临界冲击速 度,弹体将发生较大的塑性变形和损伤,而且弹丸侵彻深度不再随冲击速度增加而有效地增加。在弹体 损伤区内损伤演化率与冲击速度有关,冲击速度增加损伤演化加快。

### 参考文献:

- [1] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. Astronomical Journal, 1977,88(10): 1013-1024.
- [2] Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977,181(4):375-389.

- [3] 宋顺成,才鸿年,弹丸侵彻混凝土的 SPH 算法[J].爆炸与冲击,2003,3(1):56-60.
   SONG Shun-cheng, CAI Hong-nian. SPH algorithm for projectile penetrating into concrete[J]. Explosion and Shock Waves, 2003,23(1):56-60.
- [4] 宋顺成.穿破甲过程动力有限元近似理论及程序[J].力学进展,1994,24(3):362-373.
   SONG Shun-cheng. Approximate theories and codes of dynamic finite element for analysis of the high-velocity impact[J]. Advances in Mechanics, 1994,24(3):362-373.
- [5] Dancygier A N, Yankelevsky D Z. High strength concrete response to hard projectile impact[J]. International Journal of Impact Engineering, 1996, 18(6):583-599.
- [6] Forrestal M J, Frew D J, Hanchak S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles[J]. International Journal of Impact Engineering, 1996,18(5):466-476.
- [7] Johnson G R, Cook W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures[A]. Michael J M, Joseph E B. Proceedings of the 7th Internatinal Symposium on Ballistics[C], Hegue, Netherland, 1983:541-547.
- [8] Simha C H M, Bless S J, Bedford A. Computational modeling of the penetration response of a high-purity ceramic
   [J]. Internatinal Journal of Impact Engineering, 2000,27(5):65-68.
- [9] Johnson G R, Cook W H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985,21(1):31-48.
- [10] 李树奎,王富耻,王鲁,等.爆轰与侵彻条件下战斗部材料性能表征方法的探讨[J].哈尔滨工业大学学报,2002,34 (增):35-38.

LI Shu-kui, WANG Fu-chi, WANG Lu, et al. Research on the method of warhead material property characterization in the condition of explosion and penetration[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2002,34(Sup):35 -38.

# Sliding surface algorithm and projectile damage evolving for elastic-plastic projectiles impacting concrete targets

SONG Shun-cheng<sup>1</sup>\*, CAI Hong-nian<sup>2</sup>, WANG Fu-chi<sup>2</sup>

(1. Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China;

2. Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081, China)

Abstract: The elastic-plastic code that can be used to analysize the process of the projectile impacting concrete target with high velocity has been prepared by combination of FEM with SPH algorithm. The sliding surface algorithm with artificial transportation of momentum is proposed. The computational examples show that the penetrating processes with the elastic-plastic projectile analysis are different from that with the rigid projectile analysis. There is a critical velocity especially for the shell warhead and if the impact velocity is over the critical value the warhead will be deformed and damaged seriously, and its penetrating depth can not increase effectively with the increment of the impact velocity. The computations also show that the rate of damage evolving in the damage area of the projectile is related to the impact velocity and it is picked up with the increment of the impact velocity.

**Key words**: solid mechanics; sliding surface algorithm; numerical computation; damage evolving of projectile

Corresponding author: SONG Shun-cheng, E-mail address: song-sc@sohu.com Telephone: 028-87603125