

文章编号: 1001-1455(2006)03-0273-06

超高速碰撞问题的三维物质点法^{*}

马 上, 张 雄, 邱信明

(清华大学航天航空学院, 北京 100084)

摘要: 简要介绍了物质点法(material point method)的离散原理, 通过引入 Johnson-Cook 材料模型和 Mie-Gruneisen 状态方程, 将其用于超高速碰撞问题的分析中, 并编制了相应三维物质点法程序 MPM3D。该方法避免了拉格朗日格式因网格畸变产生的数值困难, 也克服了欧拉格式材料界面跟踪问题以及因非线性对流扩散项而引起的数值困难。利用该程序对 Taylor 杆高速碰撞问题和空间碎片防护超高速碰撞问题进行了数值模拟, 所得数值结果与实验结果基本吻合, 验证了程序的正确性, 说明了物质点法在分析超高速碰撞问题时相对于有限元法的优势。

关键词: 爆炸力学; 物质点法; 无网格法; 超高速碰撞; 空间碎片防护

中图分类号: O347

国标学科代码: 130 · 3530

文献标志码: A

1 引 言

航天环境中存在大量的空间碎片, 这些碎片与航天器的相对碰撞速度可高达 10 km/s, 严重威胁航天器的安全, 因此对空间碎片防护技术的研究提出了迫切需求。由于碰撞速度很高, 实验研究存在很大的困难, 而且成本极高, 数值模拟技术较易模拟各种工况和材料, 因而成为研究航天器碎片防护技术中超高速碰撞问题的重要方法。

在超高速碰撞问题中, 物质将发生很大的变形, 网格畸变给基于拉格朗日描述的有限元方法造成了很大困难。网格畸变不但严重降低计算精度, 且使显式求解的稳定时间积分步长变得极小, 使计算难以正常完成。另外网格畸变可能导致单元雅可比行列式变为负值, 使计算失败。基于欧拉描述的有限元法虽可以避免网格畸变的问题, 但在求解方程中引入了非线性对流项, 并且难于精确地描述物质界面。

任意拉格朗日-欧拉方法(ALE)^[1]较好地克服了拉格朗日方法和欧拉方法的缺点, 吸收了各自的优点, 成功地应用于二维问题中。在 ALE 法中网格可以根据需要独立于物质运动, 以便在准确跟踪物质界面的同时能够维持合理的单元形状, 但在求解方程中仍然存在对流项。另外网格运动也给 ALE 求解复杂三维问题带来了很大的困难。

近年发展起来的无网格法^[2~3]摒弃了网格, 直接利用离散点来构造近似函数, 有效地克服了网格畸变产生的求解困难。目前已提出了十余种无网格法, 成功地应用于求解动态裂纹扩展、金属加工成形、高速碰撞、流体流动等问题中。然而, 当节点分布极不均匀(对应于有限元中的网格畸变)时, 大部分无网格近似函数(如移动最小二乘近似、重构核近似等)的精度将大幅度降低, 因此这类无网格法(如无单元伽辽金法、重构核质点法等)难以应用于求解超高速碰撞等涉及极大变形的问题。光滑质点流体动力学方法(SPH)属于质点类方法, 比较适合应用于高速碰撞问题, 并且有许多成功的应用。但它也存在一些缺点, 如存在拉力不稳定性, 引入本质边界条件存在困难, 需要比较复杂的接触算法等。

D. Sulsky 等^[4~5]将用于流体动力学的质点网格法(particle-in-cell, PIC)扩展到固体力学问题中, 提出了物质点法(material point method, MPM)。MPM 也是一种质点方法, 它将连续体离散成一组带有质量的质点。质点携带了所有物质信息, 其运动代表了物质的变形。背景网格可以固定或自由布置, 用

* 收稿日期: 2005-01-31; 修回日期: 2006-02-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(10472052)

作者简介: 马 上(1979—), 男, 硕士研究生。

于动量方程的求解和空间导数的计算。在每一个时间步中,物质点和背景网格完全固连。将物质点所携带的物质信息映射到网格点处,建立动量方程,求得网格点的结果后再映射回物质点处,得到下一时刻物质点所携带的物质信息。这一步完全是拉格朗日求解,物质点和网格点没有相对运动,避免了欧拉法因非线性对流项产生的数值困难,并且极易跟踪物质界面。在下一时间步中抛弃变形后的背景网格,仍采用未变形的背景网格,因此避免了拉格朗日法因网格畸变而产生的数值困难。物质点法发挥了拉格朗日方法和欧拉方法各自的长处,克服了其弱点,非常适合于分析超高速碰撞等问题。

本文中首先简要介绍了物质点法的离散原理和主要思想,然后引入 Johnson-Cook 材料模型和 Mie-Gruneisen 状态方程,将物质点法用于超高速碰撞问题的分析中,并编制了相应的三维物质点法超高速碰撞分析程序。利用该程序对 Taylor 杆高速碰撞问题和空间碎片防护超高速碰撞问题进行了数值模拟,所得数值结果与实验结果基本吻合,验证了程序的正确性,说明了物质点法在分析超高速碰撞问题时相对于有限元法的优势。

2 控制方程及其离散形式

不考虑热效应时(如等温或绝热过程),连续体的运动由质量守恒和动量守恒方程描述

$$\dot{\rho} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \mathbf{a} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla + \rho \mathbf{b} \quad (2)$$

式中: $\rho(\mathbf{x}, t)$ 是密度, $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ 是速度, $\mathbf{a}(\mathbf{x}, t)$ 是加速度, $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ 是 Cauchy 应力张量, $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ 是单位质量的体力。式(1)~(2)是相对于现时构型定义的。

动量方程(2)的等效积分弱形式^[4]为

$$\delta \Pi = \int_{\Omega} \rho \mathbf{a} \cdot \delta \mathbf{x} dV + \int_{\Omega} \rho \boldsymbol{\sigma}^s : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_{\Omega} \rho \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{x} dV - \int_{\Gamma_1} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{x} d\Gamma = 0 \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}^s = \boldsymbol{\sigma} / \rho$, Γ_1 为面力边界, \mathbf{t} 为相应的给定面力。

物质点法将连续体离散为一系列物质点,如图1所示(图中实线是连续体,黑点是物质点,虚线是背景网格),它们携带了密度、速度、应力等各种物理量,并根据所受的内力(物质点间的相互作用)和外力(体力或外载荷)在背景网格中运动。由于每个物质点携带的质量固定,质量方程(1)自动得到满足。密度可近似为

$$\rho = \sum_{p=1}^N m_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \quad (4)$$

式中: N 为物质点的总数, δ 是 Dirac δ 。

动量方程是在背景网格上求解的。背景网格通常固定于空间,但也可以根据需要按照规定的方式运动。背景网格多采用规则的4结点网格(二维问题)或8结点网格(三维问题)。

在求解动量方程时,物质点和背景网格完全固连,随背景网格一起运动,因此可通过建立在背景网格结点上的有限元形函数 $N_i(\mathbf{x})$ 来实现物质点和背景网格结点之间信息的映射。下面用带角标 i 的量表示网格结点上的变量,带角标 p 的量表示物质点携带的变量,并令 $S_{ip} = N_i(\mathbf{x}_p)$, $\mathbf{G}_{ip} = \nabla N_i |_{\mathbf{x}_p}$ 。网格结点坐标和物质点坐标之间的映射关系为

$$\mathbf{x}_p = \sum_{i=1}^n S_{ip} \mathbf{x}_i \quad (5)$$

式中: n 是背景网格结点总数。物质点和背景网格结点质量间的映射关系为

$$m_i = \sum_{p=1}^N S_{ip} m_p \quad (6)$$

将式(4)、(5)代入到式(3)中,并采用集中质量,可得

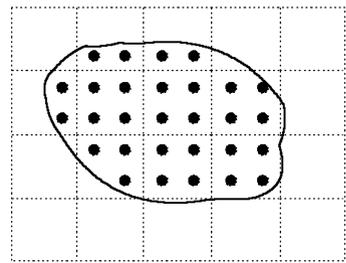


图1 物质点法示意图

Fig.1 Schematic diagram of MPM

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{f}_i^{\text{int}} + \mathbf{f}_i^{\text{ext}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

式中：

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= \sum_{\rho=1}^N S_{i\rho} m_{\rho} \mathbf{v}_{\rho} \\ \mathbf{f}_i^{\text{int}} &= - \sum_{\rho} \boldsymbol{\sigma}_{\rho} \cdot \mathbf{G}_{i\rho} \frac{m_{\rho}}{\rho_{\rho}} \\ \mathbf{f}_i^{\text{ext}} &= \sum_{\rho=1}^N S_{i\rho} m_{\rho} \mathbf{b}_{\rho} + \int_{\Gamma_1} S_{i\rho} \mathbf{t} d\Gamma \end{aligned}$$

利用显式时间积分对式(7)进行积分,得到下一个时间步的动量后,再通过建立在背景网格上的形函数得到物质点上的物理量,根据下节的叙述计算应变和应力。在下一个时间步,抛弃变形后的背景网格,仍使用初始时规则的背景网格,因此既避免了网格畸变带来的困难,在每个时间步背景网格的布置也不需要耗费额外的机时。

值得注意的是,由于有限元形函数的局部特性和背景网格是结构网格,和一些无网格方法相比,影响点的搜索非常高效。

3 应力更新和材料本构

为了考虑转动效应,在本构关系中应使用 Jaumann 应力率

$$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla J} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (8)$$

式中: \mathbf{W} 是旋率张量

$$\mathbf{W} = [(\mathbf{v}\nabla) - (\mathbf{v}\nabla)^T]/2$$

弹性材料的率形式本构方程可以表示为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\nabla J} = \mathbf{T} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (9)$$

式中: $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 是应变率, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = [(\mathbf{v}\nabla) + (\mathbf{v}\nabla)^T]/2$ 。

本构方程(9)也可以是其他更复杂的形式,如弹塑性等与变形历史相关的本构。本文中采用的 Johnson-Cook 材料模型^[7]包括了应力硬化、应变率的影响以及热效应。在本文中假设等温,故略去了温度对屈服应力影响的一项,屈服应力表示为

$$\sigma_y = (A + B\varepsilon^n)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*) \quad (10)$$

式中: ε 是等效塑性应变, $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0$ 是量纲一的塑性应变率, $\dot{\varepsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ 。A、B、n、C 是材料常数。为正确描述物质在超高速碰撞中瞬态高压下的行为,需要引入状态方程来计算压力。本文中采用 Mie-Gruneisen 状态方程^[8]

$$P = (C\mu + D\mu^2 + S\mu^3)(1 - \gamma\mu/2) + \gamma\rho E \quad (11)$$

式中: $\mu = \rho/\rho_0 - 1$, 反映压缩程度, $\gamma = \gamma_0\rho_0/\rho$ 是 Gruneisen 系数, E 是内能, C、D、S 是常数。

4 碰撞接触算法

在 MPM 中,由于映射的单值性,不同物体间不会发生嵌透,自动满足无滑动接触条件。为了分析超高速碰撞问题,采用 S. G. Bardenhagen 等^[9]提出的接触算法,使两接触物体间可以分离和相对滑动。两物体接触的判断在背景网格结点上进行,判据为

$$(\mathbf{v}_i^g - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{n}_i^g > 0 \quad (12)$$

式中:上标 g 表示参加接触的第 g 个物体, \mathbf{n}_i^g 是物体 g 在结点 i 的单位外法线。 \mathbf{v}_i^g 表示映射时只考虑此物体而忽略其他物体得到的结点速度, \mathbf{v}_i 表示映射时考虑所有物体得到的结点速度。当在结点 i 上满足式(12)时,计算接触力。法向接触力

$$\mathbf{f}_{n,i}^g = -m_i^g [(\mathbf{v}_i^g - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{n}_i^g] / \Delta t \quad (13)$$

切向允许滑动或者施加适当的摩擦力。

对于材料破坏,本文中并没有采取特殊处理。在 MPM 中,两物质点的距离大于一个背景网格的尺寸后将不会相互影响,可以看作是对破坏现象的粗略描述。

5 数值算例

5.1 Taylor 杆

Taylor 杆碰撞示意图如图 2 所示。Taylor 杆碰撞实验较易实现,能够反映材料在不同应变和应变率下的行为,常用来研究不同材料的塑性流动规律等力学性能。

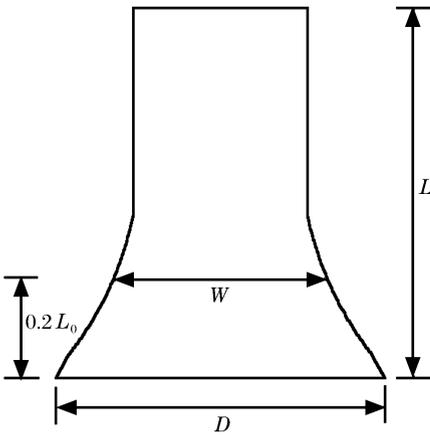


图 2 Taylor 杆碰撞示意图

Fig. 2 Schematic of Taylor impact

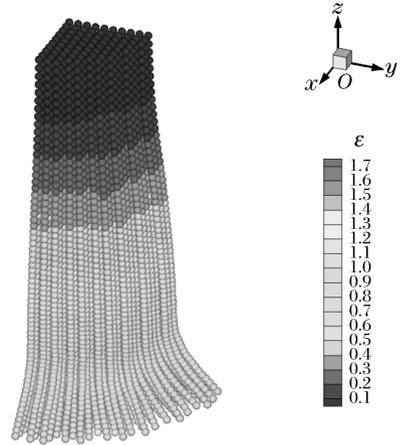


图 3 Taylor 杆计算结果

Fig. 3 Numerical result of Taylor impact

本文的计算参数取自文献[7],并以其中的实验结果作为参照,圆杆材料为铜,材料参数为: $\rho = 8.93 \text{ t/m}^3$, $E = 117 \text{ GPa}$, $\nu = 0.35$, $A = 157 \text{ MPa}$, $B = 425 \text{ MPa}$, $n = 1.0$, $C = 0.0$ 。初始长度 $L_0 = 25.4 \text{ mm}$,直径 $D_0 = 7.6 \text{ mm}$,初速度 $v_0 = 190 \text{ m/s}$ 。半径方向用 10 个物质点、长度方向用 67 个物质点离散,根据对称性取 1/4 进行计算,共使用 5 293 个物质点。总模拟时间为 $72 \mu\text{s}$,此时动能接近于 0,基本不再变化。

文献[7]给出了考察计算结果与实验结果的误差的定义

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{3} \left(\frac{|\Delta L|}{L_t} + \frac{|\Delta D|}{D_t} + \frac{|\Delta W|}{W_t} \right) \tag{14}$$

式中: L 和 D 分别是撞击结束后的长度和撞击端的直径, W 是距离刚性墙 $0.2L_0$ 处的直径。

表 1 计算结果与实验结果

Table 1 Numerical and experimental results

方法	L/mm	D/mm	W/mm	$\bar{\Delta}$
实验	16.2	13.5	10.1	—
FEM	16.3	13.4	10.0	0.008
MPM	16.4	13.6	9.9	0.011

表 2 FEM 与 MPM 效率比较

Table 2 Comparison of efficiency between FEM and MPM

方法	最大时间步长/ns	最小时间步长/ns	时间步	相对耗时
FEM	73.7	14.5	4 657	13.4
MPM	196	196	408	1.0

利用显式有限元法求解此类问题时,由于网格畸变,时间步长相应会变得很小,导致计算量很大。而物质点法中的时间步长只和背景网格的尺寸相关,即使物质变形很大也不用缩小时间步长,在效率上有明显优势。为进行比较,对此问题用同样的网格划分,即一个有限元结点对应一个物质点,分析对比有限元和物质点法的计算精度和效率。表1给出了物质点法和有限元法的结果与实验结果比较,可见计算结果和实验结果很接近,说明了本程序的正确性。图3给出了碰撞结束后,等效塑性应变的分布。表2比较了物质点法和有限元法的计算总时间和步长。在计算精度基本相当的情况下,物质点法可以采用比有限元大很多的时间步长,效率明显更高。

5.2 超高速弹丸碰撞薄板

航天器碎片防护多采用薄板设计,这要求对微小弹丸超高速碰撞撞击薄板形成碎片云的过程进行研究和模拟^[10]。下面考虑一球形弹丸撞击薄板。球形弹丸直径8 mm,薄板厚3 mm。弹速6.6 km/s。材料参数为: $\rho=8.9 \text{ t/m}^3$, $E=117 \text{ GPa}$, $\nu=0.35$, $A=98 \text{ MPa}$, $B=368 \text{ MPa}$, $n=0.7$, $C=0.0025$;状态方程参数为: $C_0=3.6 \text{ km/s}$, $\lambda=1.49$, $\gamma_0=1.96$ 。

图4取自文献^[11],是实验得到的典型的碎片云形状,弹丸速度6.6 km/s,弹丸直径和板厚之比是2.4。用物质点法数值模拟的结果见图5,碎片云形状与实验结果比较接近。

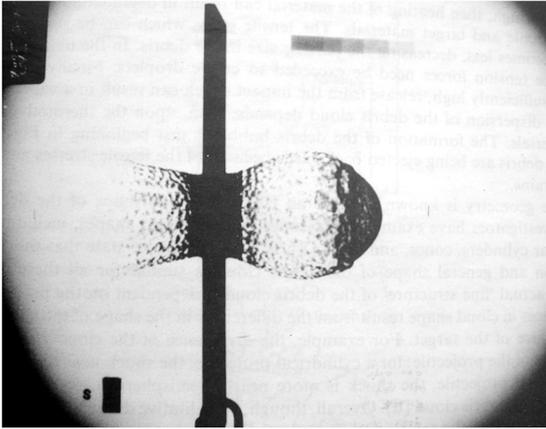


图4 典型的超高速碰撞形成的碎片云^[11]

Fig. 4 Typical debris cloud from hypervelocity impact

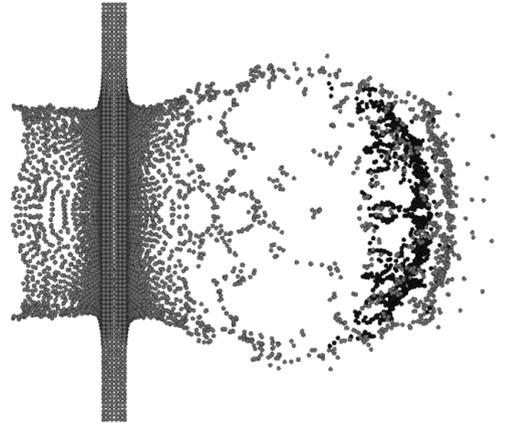


图5 物质点法的超高速碰撞计算结果

Fig. 5 Numerical result by MPM

6 结 论

物质点法结合了拉格朗日方法和欧拉方法的优点,非常适合用于分析超高速碰撞这类产生极大变形的问题。通过与实验结果比较,数值算例表明,三维物质点法的程序可以有效地模拟大变形超高速碰撞问题,并且可以使用较大的时间步长,比显式有限元法具有明显的优势。将物质点法用于模拟弹丸超高速碰撞薄板问题,碰撞形成的碎片云形状和实验结果比较符合。

参考文献:

- [1] 张雄,陆明万,王建军. 任意拉格朗日-欧拉描述法研究进展[J]. 计算力学学报,1997,14(1):91-102.
ZHANG Xiong, LU Ming-wan, WANG Jian-jun. Research progress in arbitrary Lagrangian-Eulerian method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1997,14(1):91-102.
- [2] 张雄,刘岩. 无网格法[M]. 北京:清华大学出版社/Springer,2004.
- [3] 张雄,宋康祖,陆明万. 无网格法研究进展及其应用[J]. 计算力学学报,2003,20(6):730-742.
ZHANG Xiong, SONG Kang-zu, LU Ming-wan. Research progress and application of meshless method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2003,20(6):730-742.
- [4] Sulsky D, Chen Z, Schreyer H L. A particle method for history-dependent materials[J]. Computer Methods in

- Applied Mechanics and Engineering, 1994, 118: 179–196.
- [5] Sulsky D, Zhou S J, Schreyer H L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics[J]. Computer Physics Communications, 1995, 87: 236–252.
- [6] Harlow F H. The particle-in-cell computing method for fluid dynamics[J]. Methods in Computational Physics, 1964, 3: 319–345.
- [7] Johnson G R, Holmquist T J. Evaluation of cylinder-impact test data for constitutive model constants[J]. Journal of Applied Physics, 1988, 64: 3901–3910.
- [8] 恽寿榕, 涂侯杰, 梁德寿, 等. 爆炸力学计算方法[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.
- [9] Bardenhagen S G, Brackbill J U, Sulsky D. The material-point method for granular materials[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 187: 529–541.
- [10] 张庆明, 黄风雷. 超高速碰撞动力学引论[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [11] Anderson C E, Timothy J, Trucano G, et al. Debris cloud dynamics[J]. International Journal of Impact Engineering, 1990, 9: 89–113.

Three-dimensional material point method for hypervelocity impact

MA Shang, ZHANG Xiong*, QIU Xin-ming

(School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The discrete principle of the material point method (MPM) was briefly introduced, and a three-dimensional MPM code (MPM3D) was developed with the Johnson-Cook material model and Mie-Grüneisen equation of state to analyze the hypervelocity impact problems. The MPM avoids difficulty resulted from mesh distortion as in the Lagrangian method, and overtakes interface tracking and nonlinear convection term as in Eulerian scheme. The Taylor impact and orbital debris shielding problems are simulated by the MPM3D, and the calculated results are in agreement with the experimental results. The MPM is more efficient than the FEM in the analysis of hypervelocity impact problems.

Key words: mechanics of explosion; material point method; meshfree method; hypervelocity impact; orbital debris shielding

* Corresponding author: ZHANG Xiong
E-mail address: xzhang@tsinghua.edu.cn
Telephone: 010-62782078-1