

文章编号: 1001-1455(2006)04-0333-06

一种碳纤维织物增强复合材料应变率相关的各向异性强度准则*

蒋邦海, 张若棋

(国防科技大学理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 为了获得一种碳纤维二维正交平纹机织布增强树脂基复合材料在一维应变状态下的强度准则, 在已完成的准静态和动态压缩实验的基础上, 拟合出了单轴压缩下三个主方向上的计及应变率的应力-应变关系式, 进而得到初始屈服应力和压缩破坏强度与应变率相关性表达式。依据该表达式, 得到了该复合材料在一维应变下考虑应变率效应的 Tsai-Hill 屈服强度和破坏强度准则方程。通过计算, 考察了 Tsai-Hill 屈服强度和破坏强度准则随应变率的变化规律。结果表明, 本文中研究的复合材料的强度性能, 不但存在应变率效应, 而且这种效应是各向异性的。

关键词: 固体力学; 各向异性强度准则; 应变率; 复合材料; 碳纤维

中图分类号: O346.1

国标学科代码: 130 · 1545

文献标志码: A

目前, 有关复合材料在冲击条件下强度准则的研究已成为冲击动力学研究的热点之一。除了要考虑复合材料的各向异性力学性能, 还必须考虑高应变率等因素, 而经典的准静态强度准则已不能满足冲击载荷下复合材料结构设计需要。

J. Harding 等^[1]、C. T. Sun 等^[2]和夏源明等^[3]都在复合材料冲击力学响应研究方面进行了大量的实验或理论研究。复合材料的强度准则, 已有十几种^[4], 常见的是 Tsai-Hill 准则、Tsai-Wu 准则等。直到现在, 许多研究人员依然在对这些强度准则进行研究, 例如: J. D. Walker 等^[5]从理论上指出了 Tsai-Hill 强度准则应用于某些复合材料的强度计算时存在的困难, S. J. Deteresa 等^[6]则分析了在特定条件下减少 Tsai-Wu 强度准则参数的方法。然而, 在将复合材料各向异性的准静态强度准则推向动态, 显式地考虑应变率影响的研究方面, 可见的报道还不多。李永池等^[7]提出一个应变率相关的 Tsai-Hill 屈服准则, 该准则方程实际上描述了各向异性屈服面的应变率的等向强化效应。

本文中针对一种碳纤维织物增强复合材料, 在已完成的在其三个正交主方向上的准静态及动态单轴压缩实验基础上^[8], 给出在三个正交主方向上的应变率相关的应力-应变关系, 进而得到三个主方向上初始屈服应力和压缩破坏强度与应变率相关性的表达式。将他们代入 Tsai-Hill 强度准则方程, 就将 Tsai-Hill 准则简单地推广到了动态, 结果说明该准则方程描述的屈服面和破坏面具有应变率各向异性强化效应。

1 实验及其结果简介

研究的碳纤维织物增强树脂基复合材料由碳纤维二维正交平纹机织布浸渍一种高聚树脂后层叠再热压固化而成, 密度为 1.38 g/cm^3 , 纤维和基体的体积分数分别为: $\varphi_f = 60\%$, $\varphi_m = 40\%$; 该材料的力学性能有较强的方向性, 可看作正交各向异性体, 碳布的纤维走向以及材料的主方向如图 1 所示。图 1 中, 方形网格代表碳纤维二维正交平纹机织布, 定义垂直于碳布的方向为 x 方向, x 方向也记作横向 (也是厚度方向); 定义碳布的经向为 y 方向, 碳布的纬向为 z 方向, y, z 方向都记作纵向。为了研究该复合材料的非弹性力学性能及其与应变率的相关性, 对它的 x, y, z 方向进行了准静态压缩实验和动态压缩

* 收稿日期: 2005-04-21; 修回日期: 2005-08-17

作者简介: 蒋邦海(1977—), 男, 博士研究生。

实验(SHPB实验),实验方法和实验结果及其讨论可参考文献[8]。

2 应变率相关的应力-应变关系表达式

把复合材料三个主方向上的单轴压缩应力-应变曲线分成屈服前和屈服后两部分来描述。树脂基复合材料的所谓屈服及塑性变形,在微观机制上,和金属是非常不同的,所幸的是在宏观行为上他们却表现出一定程度上的一致性。

该复合材料屈服前应力-应变曲线用线弹性模型描述,屈服后应力-应变曲线用类似 Johnson-Cook 模型的表达式描述。根据文献[8]中的实验结果,得到该复合材料在三个主方向上的单轴压缩应力-应变关系表达式

$$\sigma = \begin{cases} E_d \epsilon = E_s (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) \epsilon & \epsilon < \epsilon_Y \\ Y_0 = E_d \epsilon_Y & \epsilon = \epsilon_Y \\ Y = Y_0 (1 + B(\epsilon - \epsilon_Y)^n) & \epsilon > \epsilon_Y \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$, $\dot{\epsilon}_0 = 0.001 \text{ s}^{-1}$,各主方向的拟合参数见表1。

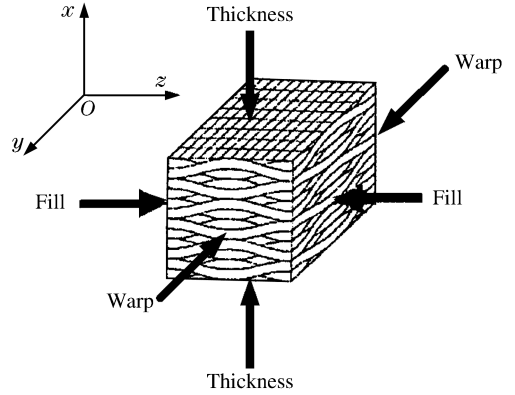


图1 复合材料主方向及铺层

Fig. 1 Principal directions and lamina of the composite

表1 拟合参数

Table 1 Fitting results

方向	E_s/GPa	C	ϵ_Y	B	n
x	4.87	0.013 7	0.034 9	8.5	0.865
y	6.96	0.020 9	0.017 3	15.0	0.863
z	5.45	0.030 9	0.011 5	11.0	0.669

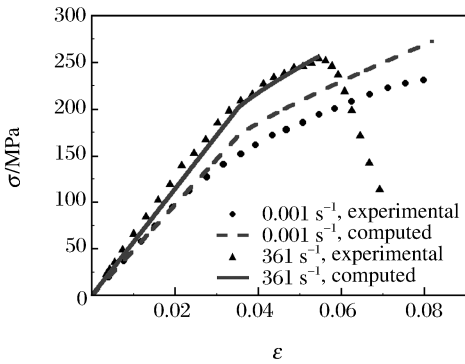


图2 x方向的应力-应变关系

Fig. 2 Stress-strain curves in x direction

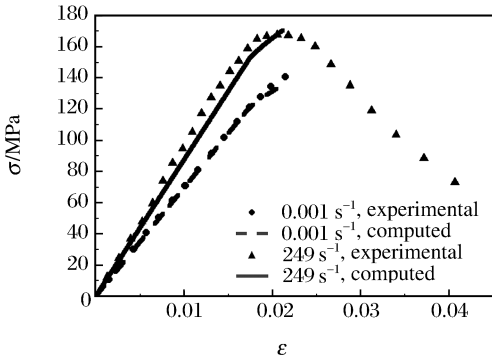
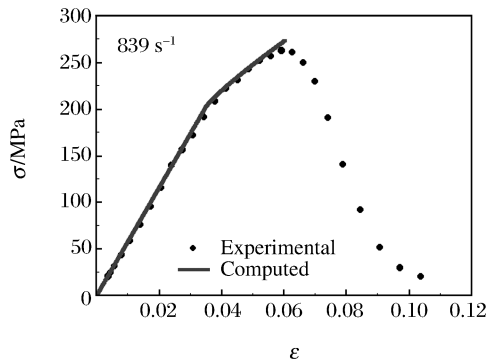
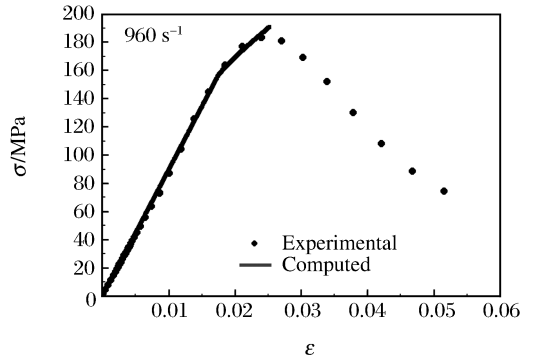


图3 y方向的应力-应变关系

Fig. 3 Stress-strain curves in y direction



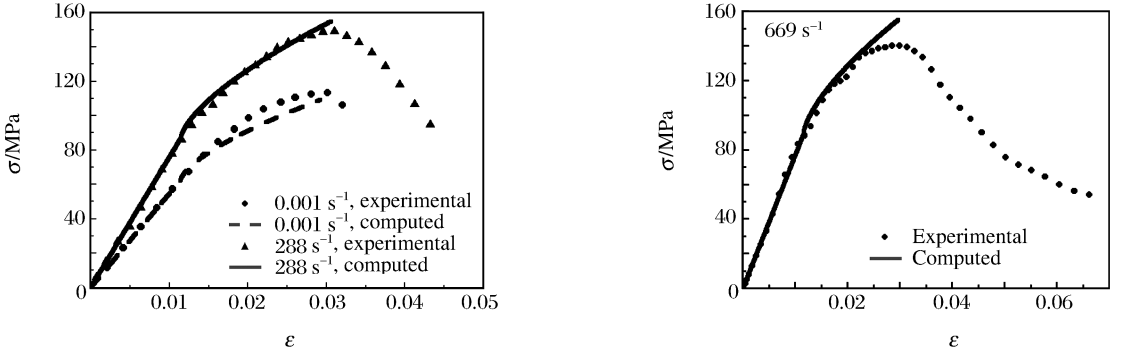


图 4 z 方向的应力-应变关系

Fig. 4 Stress-strain curves in z direction

用式(1)表示的三个主方向应力-应变关系的计算曲线与部分实验结果的比较分别如图 2~4 所示。

由图可以看出,式(1)的计算曲线,除与 x 方向准静态下的实验数据差别较大外,其他都较为符合。

这表明式(1)能基本正确地描述该复合材料在三个主方向上破坏之前的动态压缩响应。

3 应变率相关的 Tsai-Hill 强度准则

复合材料 Tsai-Hill 强度准则是在 Hill 各向异性塑性准则理论的基础上被提出的,但 Tsai-Hill 强度准则不能反映拉压强度不同的力学性能。Tsai-Hill 强度准则的一般表达式为

$$F \equiv \frac{\sigma_x^2}{X^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y^2} + \frac{\sigma_z^2}{Z^2} + \frac{\tau_{yz}^2}{P^2} + \frac{\tau_{zx}^2}{R^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{S^2} + \bar{X}\sigma_y\sigma_z + \bar{Y}\sigma_z\sigma_x + \bar{Z}\sigma_x\sigma_y - 1 = 0 \tag{2}$$

式中: X、Y、Z 和 P、R、S 分别是由单轴压缩(拉伸)和纯剪实验得到的强度参数, σ_x 、 σ_y 、 σ_z 和 τ_{yz} 、 τ_{zx} 、 τ_{xy} 分别是在复合材料正坐标系内的正应力和剪应力,同时有

$$\begin{cases} \bar{X} = \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \\ \bar{Y} = \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \\ \bar{Z} = \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} \end{cases} \tag{3}$$

通过实验可以得到该复合材料分别在 x、y、z 三个主方向上的屈服强度与压缩破坏强度的应变率相关性表达式,将他们代入 Tsai-Hill 强度准则,就将 Tsai-Hill 准则推广到动态。

3.1 一维应变下的 Tsai-Hill 屈服与破坏准则

现在,讨论在复合材料平板上受到均匀分布的法向(x 方向)冲击载荷作用时的强度准则。当平板的 y、z 方向尺寸与板厚(x 方向)相比足够大时,复合材料内仅有 x 方向的应变扰动在传播,称为一维应变平面波。一维应变平面波沿 x 方向传播时,由于平板的侧向约束作用,除了存在正应力 σ_x ,还存在侧向正应力 σ_y 和 σ_z ,但不存在 τ_{yz} 、 τ_{zx} 、 τ_{xy} 。这样,这种一维应变、三维应力状态的 Tsai-Hill 强度准则可以简化。

根据式(1)及文献[8]的有关实验结果,可得本文中研究的复合材料分别在 x、y、z 三个主方向上的初始屈服强度与压缩破坏强度的应变率相关性表达式分别为(单位:MPa)

$$\begin{cases} X = X_0 \left(1 + C_x \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right) = 170 \left(1 + 0.013 \, 7 \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right) \\ Y = Y_0 \left(1 + C_y \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right) = 121 \left(1 + 0.020 \, 9 \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right) \\ Z = Z_0 \left(1 + C_z \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right) = 62.6 \left(1 + 0.030 \, 9 \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right) \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} F_x = F_{x0} \left(1 + A_x \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{a_x} \right) = 235 \left(1 + 1.11 \times 10^{-6} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{0.871} \right) \\ F_y = F_{y0} \left(1 + A_y \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{a_y} \right) = 141 \left(1 + 0.00150 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{0.385} \right) \\ F_z = F_{z0} \left(1 + A_z \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{a_z} \right) = 106 \left(1 + 0.0737 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{0.126} \right) \end{cases} \quad (5)$$

所以根据式(4),得到该复合材料在一维应变下与应变率相关的 Tsai-Hill 屈服强度准则为

$$F_{\text{yield}} \equiv \frac{\sigma_x^2}{X^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y^2} + \frac{\sigma_z^2}{Z^2} + \bar{X}\sigma_y\sigma_z + \bar{Y}\sigma_z\sigma_x + \bar{Z}\sigma_x\sigma_y - 1 = 0 \quad (6)$$

定义量纲一的应力 $\bar{\sigma}_x = \sigma_x/X_0, \bar{\sigma}_y = \sigma_y/Y_0, \bar{\sigma}_z = \sigma_z/Z_0$, 则式(6)为

$$F_{\text{yield}} \equiv \frac{\bar{\sigma}_x^2}{R_x^2} + \frac{\bar{\sigma}_y^2}{R_y^2} + \frac{\bar{\sigma}_z^2}{R_z^2} + \bar{X}Y_0Z_0\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + \bar{Y}Z_0X_0\bar{\sigma}_z\bar{\sigma}_x + \bar{Z}X_0Y_0\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y - 1 = 0 \quad (7)$$

式中: $R_x = X/X_0, R_y = Y/Y_0, R_z = Z/Z_0$ 。式(7)代表量纲一的应力空间 $(\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z)$ 中的二次曲面。

同样地,根据式(5),得到该复合材料在一维应变下与应变率相关的 Tsai-Hill 破坏强度准则为

$$F_{\text{fail}} \equiv \frac{\sigma_x^2}{F_x^2} + \frac{\sigma_y^2}{F_y^2} + \frac{\sigma_z^2}{F_z^2} + \bar{F}_x\sigma_y\sigma_z + \bar{F}_y\sigma_z\sigma_x + \bar{F}_z\sigma_x\sigma_y - 1 = 0 \quad (8)$$

而式中

$$\begin{cases} \bar{F}_x = \frac{1}{F_x^2} - \frac{1}{F_y^2} - \frac{1}{F_z^2} \\ \bar{F}_y = \frac{1}{F_y^2} - \frac{1}{F_z^2} - \frac{1}{F_x^2} \\ \bar{F}_z = \frac{1}{F_z^2} - \frac{1}{F_x^2} - \frac{1}{F_y^2} \end{cases} \quad (9)$$

同样,定义量纲一的应力 $\bar{\sigma}_x = \sigma_x/X_0, \bar{\sigma}_y = \sigma_y/Y_0, \bar{\sigma}_z = \sigma_z/Z_0$, 则式(8)成为

$$F_{\text{fail}} \equiv \frac{X_0^2}{F_x^2}\bar{\sigma}_x^2 + \frac{Y_0^2}{F_y^2}\bar{\sigma}_y^2 + \frac{Z_0^2}{F_z^2}\bar{\sigma}_z^2 + \bar{F}_xY_0Z_0\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + \bar{F}_yZ_0X_0\bar{\sigma}_z\bar{\sigma}_x + \bar{F}_zX_0Y_0\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y - 1 = 0 \quad (10)$$

式(10)也代表量纲一的应力空间 $(\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z)$ 中的二次曲面。

3.2 一维应变下的 Tsai-Hill 屈服与破坏准则在不同应变率下的强度线

利用式(7)和式(10)可以在量纲一的应力空间 $(\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z)$ 中作强度曲面。为了使问题比较直观,将强度曲面投影到量纲一的应力坐标平面上来观察压缩屈服强度和压缩破坏强度随应变率的变化。

图 5 是不同应变率下的屈服面在 $\bar{\sigma}_y = 0$ 和 $\bar{\sigma}_z = 0$ 坐标平面上的强度线。从图中可以看到,在应变率低于 10^2 s^{-1} 时,二维量纲一的应力平面上的屈服强度线是双曲线,当应变率等于 10^2 s^{-1} 时,屈服强度线接近于两条平行线。根据解析几何二次曲面理论,可以判断出在应变率小于或等于 10^2 s^{-1} 时,屈服面

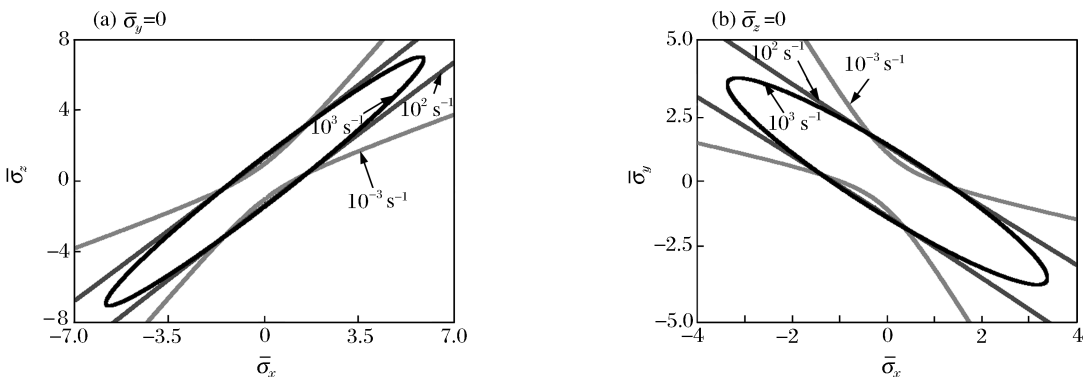


图 5 屈服面在应力平面上的强度线
Fig. 5 Yield surfaces on stress planes

为双曲面。而当应变率增加到 10^3 s^{-1} 量级时,屈服强度线变成了椭圆,此时屈服面是椭圆柱面。由此可知,屈服强度线随应变率的变化规律较复杂。而从图 6 中,可以看到破坏面在不同应变率下都是椭圆柱面。破坏面的椭圆强度线随着应变率增加既有膨胀,又存在椭圆长短轴明显的转动,体现出了应变率各向异性强化效应。

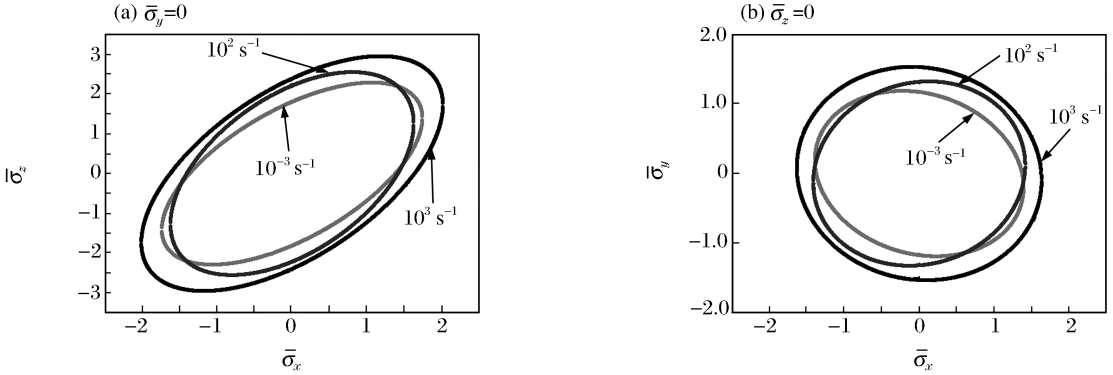


图 6 破坏面在应力平面上的强度线

Fig. 6 Failure surfaces on stress planes

所以,这里有两个情况是值得注意的。一个情况是该复合材料的 Tsai-Hill 屈服准则描述的屈服面在有的应变率下呈双曲面,这种情况是反常的。因为在经典的塑性力学对屈服面的分析中,需要一个外凸的屈服面,而双曲面是不满足这个条件的。对于这个问题,J. D. Walker 等^[5]曾作过一定的讨论,认为对于两个方向力学性能较强,而一个方向较弱的材料,应用 Tsai-Hill 强度准则将会得到呈双曲面的屈服面,这是 Tsai-Hill 强度准则的固有困难,此时的屈服面将不能应用于数值模拟,于是他们提出一个四次多项式来代替 Tsai-Hill 强度准则,以解决这个问题。

另一个情况是应变率增加时,屈服面和破坏面都体现出应变率各向异性强化效应。文献[7]中提出的应变率相关的 Tsai-Hill 准则为

$$\begin{cases} F_1 = (F + 1)/R^2 - 1 = 0 \\ R = 1 + \beta \ln \dot{\epsilon}^* \end{cases} \quad (11)$$

式(11)中的 F 的形式如式(2),式(11)反映了应变率各向同性(或等向)强化效应。由此看来,正交各向异性材料应变率各向异性硬化效应的强度准则,在理论上还描述得不多,还有待于深入。

4 结 论

对一种碳纤维二维正交平纹机织布增强树脂基复合材料,在进行了单轴准静态压缩和动态压缩实验研究的基础上,拟合出了三个主方向上应变率相关的应力-应变关系式,得到了初始屈服应力和压缩破坏强度与应变率相关性的表达式。并进而得出了该复合材料一维应变下的考虑应变率效应的 Tsai-Hill 屈服和破坏强度准则方程。通过计算,考察了 Tsai-Hill 屈服和破坏强度准则随应变率的变化规律,得到如下结论:

- (1)把由单轴实验得到的实验数据,直接代入到 Tsai-Hill 强度准则中,有时会出现双曲柱面的屈服面的情况,这时屈服面不是外凸的,应用于塑性变形计算时物理意义是不清楚的。所以在应用 Tsai-Hill 准则时,这个情况需引起注意。
- (2)应变率增加时,屈服面和破坏面随应变率的变化规都体现出应变率各向异性强化效应,对这个现象的理论描述还有待于深入。

最后,需要指出,本文中对应变率相关的 Tsai-Hill 强度准则的研究,不是 Tsai-Hill 强度准则的发展,而仅仅是根据单轴压缩实验数据的简单外推,所以得到的一些现象和结论还缺少更多的实验数据支持,理论上也还有待于进一步的研究。

参考文献:

- [1] Harding J, Ruiz C. The mechanical behavior of composite materials under impact loading [A]. Key Engineering Materials—1998 [C]. Switzerland: Trans Tech Publications, 1998:403—426.
- [2] Sun C T. Characterization of strain rate-dependent behavior in polymeric composites [A]. Soares C A M. Mechanics of Composite Materials and Structures [C]. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999:195—203.
- [3] XIA Yuan-ming, WANG Xin, YANG Bao-chang. Constitutive equation for unidirectional composites under tensile impact [J]. Composites Science and Technology, 1996,56:155—160.
- [4] Rowlands E R. Strength (failure) theories and their experimental correlation [A]. Sih G C, Skudra A M. Handbook of Composite(3): Failure Mechanics of Composites [C]. Elsevier Science Publishers B V, 1985:71—125.
- [5] Walker J D, Thacker B H. Yield surfaces for anisotropic plates [A]. Furnish M D. Shock Compression of Condensed Matter—1999 [C]. American Institute of Physics, 2000:567—570.
- [6] Deteresa S J, Larsen G J. Reduction of the number of independent parameters for the Tsai-Wu tensor polynomial theory of strength for composite materials [J]. Journal of Composite Materials, 2003,37(19):1769—1785.
- [7] 李永池, 谭福利, 姚磊, 等. 含损伤材料的热粘塑性本构关系及其应用 [J]. 爆炸与冲击, 2004,24(4):289—298.
LI Yong-chi, TAN Fu-li, YAO Lei, et al. Thermo-viscoplastic constitutive relation of damaged materials with application [J]. Explosion and Shock Waves, 2004,24(4):289—298.
- [8] 蒋邦海, 张若棋. 动态压缩下一种碳纤维织物增强复合材料的各向异性力学性能实验研究 [J]. 复合材料学报, 2005,22(2):109—115.
JIANG Bang-hai, ZHANG Ruo-qi. Dynamic compressive mechanical properties of a carbon fiber woven reinforced composite: Experimental study [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005,22(2):109—115.

Strain rate-dependent Tsai-Hill strength criteria for a carbon fiber woven reinforced composite

JIANG Bang-hai^{*}, ZHANG Ruo-qi

(Science College, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hunan, China)

Abstract: To achieve the strength criteria under one-dimensional strain condition for a kind of carbon fiber two-dimensional orthogonal plain woven reinforced polymer matrix composite, formulas were proposed to describe the strain rate-dependent stress-strain relationships in its three principal directions respectively, according to just completed quasistatic and dynamic compression experiments. Then the relationships between strain rate and initial yield strength or compression failure strength for the composite were demonstrated. Based on the results, the strain rate-dependent Tsai-Hill yield and failure criteria under one-dimensional strain condition were achieved. The variation of the Tsai-Hill yield and failure criteria with increasing strain rate was computationally obtained. Results show the strength properties of the researched composite are related to strain rate, and the strain rate effects are anisotropic.

Key words: solid mechanics; anisotropic strength criteria; strain rate; composite; carbon fiber

* Corresponding author: JIANG Bang-hai
E-mail address: jbhndt@yahoo.com.cn
Telephone: 0731-4573276