

文章编号: 1001-1455(2006)05-0410-06

# 反分析法在泡沫金属材料动态性能实验中的应用\*

王志华<sup>1</sup>, 马宏伟<sup>2</sup>, 赵隆茂<sup>1</sup>, 杨桂通<sup>1</sup>

(1. 太原理工大学应用力学研究所, 山西 太原 030024;

2. 暨南大学理工学院, 广东 广州 510632)

**摘要:** 在实验测试泡沫金属材料的动态性能时, 由于其所具有的特殊性能使得传统的 SHPB 技术的采用遇到较大的困难。为了实验确定泡沫金属材料的初始动力坍塌强度和“平台”应力, 研究其应变率效应, 在现有 SHPB 实验装置的基础上, 利用反分析法中的反卷积技术, 通过计算机模拟给出了该实验装置的传递函数, 完善了 SHPB 实验的数据处理系统, 为实验研究泡沫材料的动态特性提供了一种有效的方法。

**关键词:** 固体力学; 泡沫金属材料; SHPB; 反分析法; 反卷积

**中图分类号:** O347

**国标学科代码:** 130 · 1515

**文献标志码:** A

## 1 引言

泡沫金属材料是一种以金属或合金为基体, 内部随机分布三维多面形状孔穴的固体材料。由于其特殊的结构, 其压缩应力-应变曲线中包含一个很长的低应力平台, 可承受较大的变形, 因此它在航空航天、铁道车辆、汽车、军事、建筑及包装等工业领域得到了广泛的应用。

现有的有关泡沫金属材料的研究主要集中于材料的结构、制备方法、用途、物理以及静态力学性能的研究<sup>[1]</sup>。泡沫金属材料在包装、冲击/爆炸缓冲结构中往往受冲击载荷作用, 必须深入研究其在冲击载荷作用下的应变率效应。由于采用实验方法测试泡沫金属材料在高应变率下的应力-应变行为的困难性, 其动态性能的研究结果有限, 且不完善<sup>[2~5]</sup>。测试材料在高应变率下的应力应变行为通常采用 SHPB(split Hopkinson pressure bar)实验技术。但直接应用 SHPB 实验技术研究泡沫材料的动态特性时会碰到一定的困难。由于多孔金属材料的相对密度大多在 30% 以下, 使得其声阻抗远低于输入杆材料的声阻抗。因此输入应力脉冲透过试件传到输出杆上的应力脉冲幅值很小, 导致反射波形很大, 与入射波形几乎持平, 而透射波信号与外界干扰信号的幅值处于同一数量级, 几乎被干扰信号淹没, 从而严重影响实验的测量精度。低阻抗多孔材料的低波速(泡沫铝的弹性波速约为 800 m/s)使应力波在试件中往返一次的时间明显增长, 这样会引起试件内沿其长度在相对较长时间的应力不均匀性, 导致试件左右两端面应力不相等。为了克服这些困难, 近年来提出了许多改进方案, 如在输出杆上采用高敏感系数的半导体应变片代替传统的电阻应变片以提高测量精度<sup>[5]</sup>。H. Zhao 等<sup>[6]</sup>提出将 SHPB 杆改用高分子聚合物材料, 但由于高分子聚合物材料所具有的粘弹性属性, 其本构方程的测定及数值处理都有很大困难。此外, 泡沫材料内部主要由泡孔构成, 为了能得到较为准确的实验数据, 一般要求试件直径上分布的泡孔个数应大于 10, 而实际工程中的金属泡沫材料的泡孔孔径有时相对较大, 因此所采用的 SHPB 装置的压杆直径也相应变大。随着 SHPB 装置压杆直径的变大, 杆的横向惯性效应以及弥散效应也相应地增加。仍采用一维应力波理论处理实验数据将造成不可忽略的误差。如何修正这一误差, 是此实验中亟待解决的问题。

为了实验确定泡沫铝材料的初始动力坍塌强度和“平台”应力, 研究泡沫铝材料的应变率效应, 利

\* 收稿日期: 2005-05-11; 修回日期: 2005-05-30

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划(90205018、10572100); 山西省归国留学人员基金项目(2003-23); 山西省青年学术带头人项目和山西省自然科学基金项目(20041006)

作者简介: 王志华(1977—), 男, 博士。

用了大直径的 SHPB 实验设备,利用反分析法(即通过测量距冲击点一定距离处某些部位的响应,如位移、速度、加速度或应变等,来确定冲击点处的冲击力)中的反卷积技术,通过计算机模拟给出了 SHPB 实验装置的传递函数,完善了 SHPB 实验的数据处理系统。由于反卷积算法对背景噪声非常敏感,采用实验方法求其传递函数  $h(t)$  会遇到较大困难。采用计算机模拟技术可去掉物理环境产生的随机噪声,给出实验装置准确的传递函数  $h(t)$ ,从而提高了实验结果的准确性。

## 2 基本理论

在冲击工程中,直接测量冲击力是一件极困难的事情。为此对利用反分析法给出冲击力进行了大量的研究,发展了多种求解技术,反卷积法是被广泛采用的一种。当物体受到冲击力作用,如物体变形保持在线弹性阶段,且变形足够小,可以忽略几何非线性时,其响应被认为是线性依赖于冲击力的。此时,在结构上给定点处的冲击力  $f(t)$  和结构响应  $e(t)$  之间的关系可通过线性卷积公式描述为

$$\begin{cases} e(t) = f(t) * h(t) = \int_0^t h(t-\tau) f(\tau) d\tau \\ f(t) = h(t) = e(t) = 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $h(t)$ 为单位脉冲响应。

研究可知给定系统的传递函数仅与结构的几何尺寸,材料特性等有关,而与受到的冲击力无关。如果单位脉冲响应  $h(t)$  对于给定系统是已知的,且响应  $e(t)$  也可由实验测得,那么可以通过求解以上积分方程(1)来得到冲击力  $f(t)$ 。如果物体有初始运动,且冲击力的响应可以从总响应中分离出来,则以上积分形式仍适用。反卷积可在时间尺度和频率尺度上完成,也可利用小波法(wavelets)进行。我们采用了频率尺度上的反卷积技术求解积分方程(1),方程(1)的时域卷积可通过 Fourier 变换为频域上的乘积形式。实际计算中,其无限积分形式要被截断为有限长的数据,这样不可避免地造成数据误差,指数窗函数相当于一线性阻尼,可减少数据不连续的程度,从而减少截断引起的误差,为此利用加指数窗函数的 Fourier 变换-Laplace 变换,来求解积分方程(1)。

$$F(\omega) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-\gamma t} e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

$$\text{将 } f(t)、h(t) \text{ 及 } e(t) \text{ 作 Laplace 变换,得 } \begin{cases} H(\omega) = \int_0^{+\infty} h(t) e^{-\gamma t} e^{-i\omega t} dt \end{cases} \quad (3)$$

$$E(\omega) = \int_0^{+\infty} e(t) e^{-\gamma t} e^{-i\omega t} dt \quad (4)$$

$$\text{由积分变换的卷积公式可得} \quad H(\omega) = E(\omega)/F(\omega) \quad (5)$$

如果对于给定系统的传递函数  $H(\omega)$  已知,根据方程(5),运用离散 Laplace 变换及其反变换,冲击力  $f(t)$  可由结构的响应  $e(t)$  估计获得。

在实际工程应用中, $f(t)$ 、 $h(t)$  及  $e(t)$  往往表现为时域中的数值形式,而可得到解析表达式的传递函数  $H(\omega)$  情况极为罕见。所有的变换往往以数值形式进行,而数值形式变换的误差对处理过程中方法、采样点等有较大的依赖性,必须作细致的研究。为了应用数值 Laplace 变换来处理方程(1),首先对方程(1)进行时域的离散,取由等距的单位脉冲函数组成的函数作为采样函数<sup>[8]</sup>

$$g_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \quad (6)$$

式中: $\delta(t)$ 是单位脉冲函数; $g_1(t)$ 的快速傅立叶变换(FFT)如下

$$G_1(\omega) = \frac{2\pi}{\Delta t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2n\pi}{\Delta t}\right) \quad (7)$$

$$\text{由卷积定理知} \quad \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega - \omega') G_1(\omega') d\omega' = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-\gamma t} g_1(t) e^{-i\omega t} dt \quad (8)$$

$$\text{式(8)的左边可以简化为} \quad \frac{2\pi}{\Delta t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\omega - \frac{2n\pi}{\Delta t}\right) \quad (9)$$

而右边可简化为

$$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t) e^{-\gamma k\Delta t} e^{-i\omega k\Delta t} \quad (10)$$

考虑到  $t < 0$  时,  $f(t) = 0$ , 式(8)可写为  $F(\omega) = \Delta t \sum_{k=0}^{\infty} f(k\Delta t) e^{-\gamma k\Delta t} e^{-i\omega k\Delta t} + E_1(\omega)$  (11)

式中:  $E_1(\omega) = -\sum_{n=1}^{\infty} \left[ F\left(\omega - \frac{2n\pi}{\Delta t}\right) + F\left(\omega - \frac{2n\pi}{\Delta t}\right) \right]$  表示积分方程(2)由方程(11)中的无穷级数近似估计时的离散误差, 对于大多数工程问题, 函数  $F(\omega)$  有如下性质: 当  $|\omega| \rightarrow \infty$  时,  $|F(\omega)| \rightarrow 0$ , 因而, 如果  $\Delta t$  取得足够小,  $E_1(\omega)$  可以忽略不计。如果方程(11)中的级数在第  $k-1$  项被截断, 有

$$\overset{\wedge}{F}(\omega) = \Delta t \sum_{k=0}^{k-1} f(k\Delta t) e^{-\gamma k\Delta t} e^{-i\omega k\Delta t} \quad (12)$$

$F(\omega)$  可表示为  $F(\omega) = \overset{\wedge}{F}(\omega) + E_1(\omega) + E_2(\omega)$  (13)

式中:  $E_2(\omega) = \Delta t \sum_{k=K}^{\infty} f(k\Delta t) e^{-\gamma k\Delta t} e^{-i\omega k\Delta t}$  表示方程(11)中无穷级数的截断误差, 显然, 如果  $K$  和  $\gamma$  足够大,  $E_2(\omega)$  可以忽略不计。从而函数  $f(t)$  的 Laplace 变换可由方程(12)近似获得。

根据相似的处理, 函数  $f(t)$  的离散 Laplace 反变换也可写为

$$f(t) \frac{e^{\gamma t}}{2\pi} \Delta\omega \sum_{n=-N/2}^{N/2} F(n\Delta\omega) e^{in\Delta\omega t} + E_3(t) + E_4(t) \quad (14)$$

$$\text{式中} \quad \begin{cases} E_3(t) = -\sum_{k=1}^{\infty} \left[ f\left(t - \frac{2k\pi}{\Delta\omega}\right) e^{\gamma 2k\pi/\Delta\omega} + f\left(t - \frac{2k\pi}{\Delta\omega}\right) e^{-\gamma 2k\pi/\Delta\omega} \right] \\ E_4(t) = \frac{e^{\gamma t}}{2\pi} \Delta\omega \left[ \sum_{n=-\infty}^{N/2-1} F(n\Delta\omega) e^{in\Delta\omega t} + \sum_{n=N/2}^{\infty} F(n\Delta\omega) e^{in\Delta\omega t} \right] \end{cases}$$

$E_3(t)$  和  $E_4(t)$  分别表示离散误差和截断误差, 当  $\Delta\omega$  减小,  $N$  增加时,  $E_3(t)$  和  $E_4(t)$  都将减小。此外,  $E_3(t)$  随着  $\gamma$  的增加而减小, 然而,  $E_4(t)$  随着  $\gamma$  的增加而增加, 根据 Wilcox<sup>[7]</sup> 的理论, 对于大部分算例, 经验的取  $\gamma = 2\pi/T$  即可满足精度要求。

由于离散 Laplace 变换相当于加指数窗的 Fourier 变换, 采样时间和展开级数的项数可由离散 Fourier 变换对的采样理论获得。假定在区域  $0 \leq t \leq T$  之外,  $f(t) \exp(\gamma t) = 0$  且在区域  $0 \leq |\omega| \leq \Omega/2$  之外,  $F(\omega) = 0$ 。由采样理论可知

$$\Delta t = 2\pi/\Omega, \quad \Delta\omega = 2\pi/T, \quad T = K\Delta t, \quad \Omega = N\Delta\omega, \quad k = N \quad (16)$$

$$\text{从而, 方程(12)和(14)可变为} \quad \begin{cases} F(n\Delta\omega) = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t) e^{-\gamma k\Delta t} e^{-i2\pi kn/N} \\ f(k\Delta t) = \frac{e^{\gamma k\Delta t}}{2\pi} \Delta\omega \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} F(n\Delta\omega) e^{i2\pi kn/N} \end{cases} \quad (17) \quad (18)$$

方程(17)和(18)构成  $N$  点 Laplace 变换对, 如果  $\gamma = 0$ , 该变换对可退化为 Fourier 变换对, 进一步, 如果  $N$  是 2 的幂指数, 则离散 Laplace 变换和反变换可由 FFT 算法计算给出。在应用 FFT 算法时, 应尽量减少 Laplace 变换积分的截断离散引起的误差。

这样, 任何冲击力都可以通过以下步骤获得:

- (1) 对结构施加一已知冲击载荷, 并测量结构响应, 再根据式(5), 估计该系统的传递函数  $H(\omega)$ 。
- (2) 测量由待识别的冲击力引起的结构响应, 利用获得的传递函数, 应用式(5)估计结构的冲击力。

### 3 反分析法在 Hopkinson 杆实验技术中的应用

利用 SHPB 技术研究材料的动态力学性能时, 对细长杆, 因杆中应力波传播的横向惯性效应不明显, 可用入射杆和透射杆中间点处测得的应变信号作为两杆间试样的真实受力信号。随杆径的增大, 杆的横向惯性效应及弥散效应也相应增加, 这样杆中测得的信号为加载波与杆的横向惯性效应的叠加。

试样受力不再是杆中测得波形而是其传播后的结果,要确定试样界面上的受力则需测得杆上某点或某几点的响应(即测量距冲击点一定距离处某些部位的响应,如位移、速度、加速度、应变等确定冲击点的冲击力)来推得。对所研究的实验装置,则通过测量贴于输入和输出杆上的应变片的值确定其冲击力。

### 3.1 系统传递函数估计

系统的传递函数估计可通过理论分析,数值模拟和实验验证三种途径获得。数值模拟具有成本低,周期短等优点,随着显式算法的日趋完善,该方法已被广泛采用,且数值模拟可避免由于实验方法在反卷积计算中对背景噪声敏感的困难,故采用数值模拟进行分析研究。利用前处理程序 FEMB(ETA, Com. 美国)建立直径  $D=37\text{ mm}$  的铝合金波导杆的有限元模型。如图 1,在冲击端面作用一矩形载荷  $f(t)$ ,波导杆采用六面体单元,应变片采用薄壳单元,模型共有 62 431 个节点,57 966 个单元。材料定义为弹性固体模型,具体参数为: $E=70\text{ GPa}$ 、 $\nu=0.28$ 、 $\rho=2.7\times 10^3\text{ kg/m}^3$ 、 $\sigma_s=200\text{ MPa}$ 。

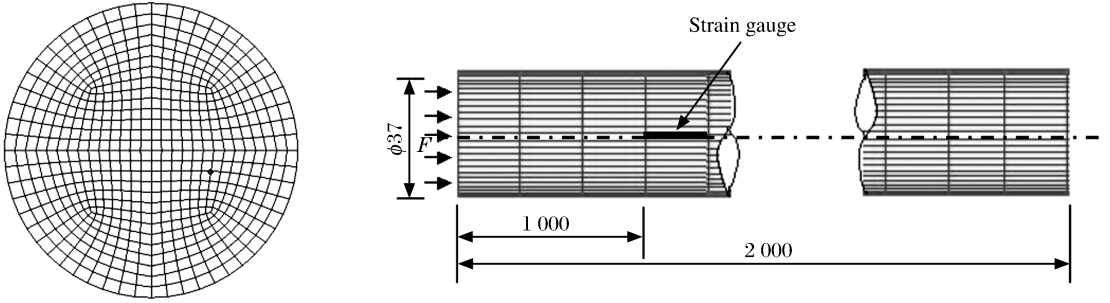


图 1 波导杆的有限元模型和网格划分

Fig. 1 Mesh and finite element model of calibration bar

由于传递函数  $H(\omega)$  只是该系统的固有特性,为得到波导杆的  $H(\omega)$ ,在冲击端面施加矩形载荷

$$f(t) = A \cdot u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t > 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中: $u(t)$ 是单位阶跃函数; $A=135.2\text{ kN}$ 。考虑到实验中加载延续时间和波导杆自由端应力波反射的影响,在本模型中施加载荷的延续时间取  $0.38\text{ ms}$ 。利用结构非线性动力响应显式分析软件 LS-DYNA3D,给出贴有应变片处的响应  $e(t)$ 。分析在 HP C360 工作站完成,CPU 时间为  $53\text{ min}$ ,如图 2。将冲击载荷和响应数据分别进行 Laplace 变换,利用式(5)获得该实验装置的传递函数  $H(\omega)$ 如图 3。

### 3.2 应用算例

在利用 SHPB 研究泡沫铝材料的动态特性时会碰到一定的困难。泡沫材料作为连续介质处理,试样的尺寸要大于泡沫泡孔孔径的 10 倍以上,才能获得有效的力学特性<sup>[1]</sup>。而实际的金属泡沫材料的泡孔孔径有时较大,因此所采用的 SHPB 装置的压杆直径也相应变大。随着 SHPB 装置压杆直径的变大,杆的横向惯性效应和弥散效应也相应地增加。仍采用一维应力波理论处理实验数据将造成不可忽略的误差。为此,利用反分析法中的反卷积技术,对

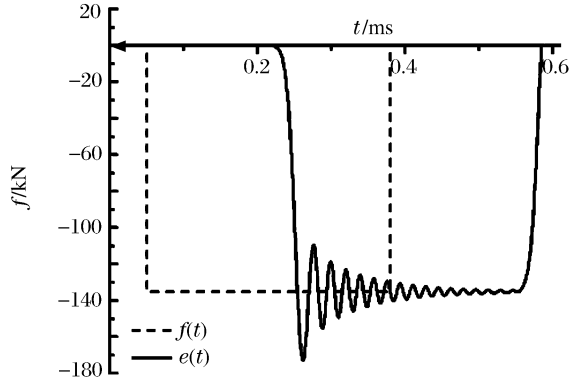


图 2 数值模拟结果

Fig. 2 Results of numerical simulation

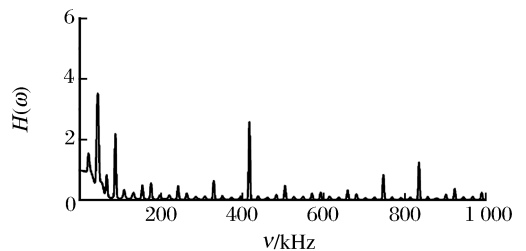


图 3 识别的波导杆传递函数

Fig. 3 Identified transfer function of bar

实验装置的数据处理系统进行完善,从而提高实验结果的准确性。图4为直径37 mm的大尺寸 SHPB 实验装置获得的泡沫铝合金材料的典型波形,试件由上海众汇泡沫铝材有限公司提供的用高压渗流法制造的开孔泡沫铝合金材料,其相对密度 27%,孔径 0.9 mm,试件尺寸  $\varnothing 35 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ 。

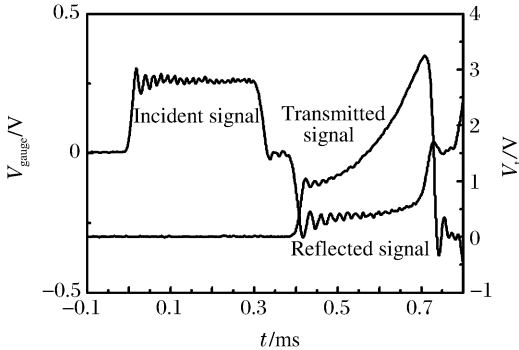


图4 输入和输出杆记录的典型波形  
Fig. 4 Typical waves records from the incident and transmitter bars

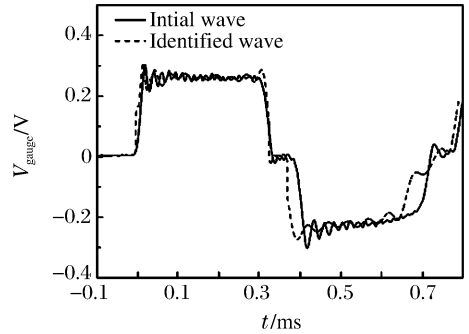


图5 输入杆记录波形的校正  
Fig. 5 Corrected test waves from the incident bar

图5和图6给出了校正后的波形。从数据看出,实测曲线比校正结果有一定延迟(约0.03 ms);实测波形与校正后的波形最大相差约10%。图7为实测应力-应变曲线和校正后的应力-应变曲线。由于该泡沫铝没有明显的屈服行为和平台阶段,采用应变分别为5%、10%时,对应的应力定义为泡沫铝材料的初始动力坍塌强度和“平台应力”。从图中看出,校正后的曲线是振荡的,其振荡的中心线与实验中心线基本重合,其“平台应力”与实验测得的基本相同,而初始动力坍塌强度比实测的偏高约5%左右,说明在目前情况下弥散引起的影响不大。

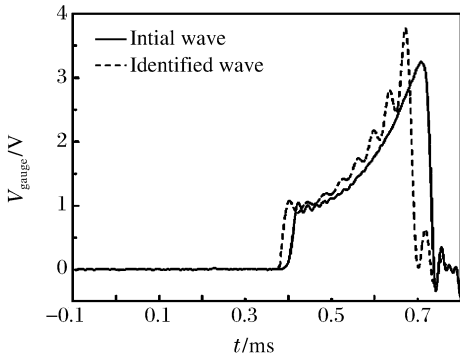


图6 输出杆记录波形的校正

Fig. 6 Corrected test waves from the transmitter bar

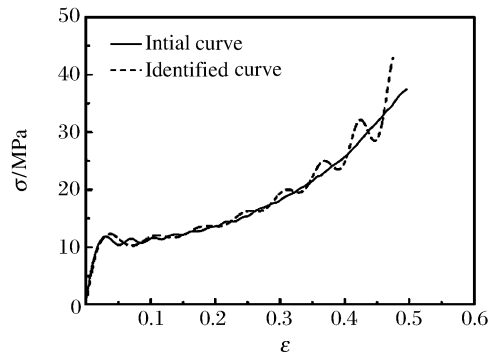


图7 实验应力-应变曲线的校正

Fig. 7 Corrected experimental stress-strain curve

## 4 结论与讨论

详细推导了离散 Laplace 变换和反变换及其实现的数值方法,采用计算机模拟技术,应用反分析法中的反卷积技术给出 SHPB 中波导杆的传递函数,完善了该实验装置的数据处理系统。并利用传递函数  $h(t)$ ,对泡沫铝动态特性实验中测得的波形进行了校正。通过以上分析发现,在利用反分析法中的反卷积技术时,计算机模拟技术可以避免实验噪声引起的困难,从而提高实验结果的准确性。校正后的应力-应变曲线的“平台应力”与实验测得的基本相同,而初始动力坍塌强度比实验测得的偏高约5%左右,在目前情况下弥散引起的影响不大。

在数学上反问题往往具有不适定性。对于冲击力的反问题,解的存在性,唯一性和稳定性中的一些条件可能不满足,从而给建立一个好的  $f(t)$  造成极大的困难。在进行反分析过程中这一点须特别注意。在研究过程中发现有限元模型建立的准确性对系统传递函数  $h(t)$  的确定有较大的影响,建立尽量符合实际的模型至关重要。

## 参考文献:

- [1] Gibson L J, Ashby M F. Cellular solids[M]. London: Cambridge university press, 1997.
- [2] Deshpande V S, Fleck N A. High strain rate compressive behaviour of aluminium alloy foams[J]. International Journal Impact Engineering, 2000, 24: 277-298.
- [3] Mukai T, Kanahashi H, Miyoshi T, et al. Experimental study of energy absorption in a closed-celled aluminum foam under dynamic loading[J]. Scripta Materialia, 1999, 40(8): 921-927.
- [4] Dannemann K A, Lankford J J. High strain rate compression of closed-cell aluminum foams[J]. Materials Science and Engineering, 2000, A293: 157-164.
- [5] 胡时胜, 王悟, 潘艺, 等. 泡沫材料的应变率效应[J]. 爆炸与冲击, 2003, 23(1): 13-18.  
HU Shi-sheng, WANG Wu, PAN Yi, et al. Strain rate on properties form materials[J]. Explosion and Shock Waves, 2003, 23(1): 13-18.
- [6] Zhao H, Gary G. Behaviour characteristations of sheet metals, metallic honeycombs and foams at high and medium strain rates[J]. Key Engineering Materials, 2000, 177/180: 225-230.
- [7] Wilcox D J. Numerical Laplace transformation and inversion [J]. International Journal Electronic Engineering Education, 1978, 15: 247-265.
- [8] Hirotsugu Inoue, Minoru Kamibayashi. Numerical Laplace transformation and inversion using fast fourier transform [J]. JSME International Journal Series, 1992, A35: 319-324.
- [9] Inoue H, Harrigan J, Reid S R. Review of inverse analysis for indirect measurement of impact force[J]. Applied Mechanical Review, 2001, 54(6): 503-524.
- [10] LU Jing-han, ZHAO Long-mao, YANG Gui-tong. A test method used for the study on dynamic behavior of porous materials [J]. Key Engineering Materials, 2004, 274/276: 859-864.

## Application of the inverse analysis to the experimental study on dynamic behavior of metallic foam materials

WANG Zhi-hua<sup>1\*</sup>, MA Hong-wei<sup>1,2</sup>, ZHAO Long-mao<sup>1</sup>, YANG Gui-tong<sup>1</sup>

(1. Institute of Applied Mechanics, Taiyuan University of Technology,

Taiyuan 030024, Shanxi, China;

2. College of Science & Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632, Guangdong, China)

**Abstract:** The dynamic properties of special metallic cellular materials are tested difficultly by using the traditional SHPB techniques. In order to experimentally determine the initial dynamic collapse strength, plateau stress and to investigate the strain-rate effect, based on the current SHPB equipment, the transfer function of the system was proposed by using the deconvolution technique in inverse analysis with computer simulation. The improved data processing system of the SHPB experiment provides an effective approach for experimental study on the dynamic properties of foam materials.

**Key words:** solid mechanics; metallic foams; SHPB; inverse analysis; deconvolution

\* Corresponding author: WANG Zhi-hua  
E-mail address: wangzh623@yahoo.com  
Telephone: 0351-6010560