文章编号: 1001-1455(2007)01-0050-07

爆炸荷载下岩石破坏的数值流形方法模拟

刘红岩1,秦四清1,杨 军2

(1. 中国科学院工程地质力学重点实验室,北京 100029;

2. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室,北京 100081)

摘要:为了更好地利用数值流形方法对动力学问题进行分析,在对原数值流形方法中的动力学问题求解思想进行分析的基础上,采用动力有限元方法中的 Newmark 法对该算法进行了改进。改进后的数值流形方法与原来相比具有三个明显的优势:(1)当选择合适的参数后,该方法能够保证解的无条件收敛;(2)可以采用比原算法大得多的时间步长;(3)充分考虑了动力学问题中的阻尼效应。最后通过一个算例说明了改进后的数值流形方法能够很好地模拟岩石在冲击载荷作用下破坏的全过程,克服了有限元法不能模拟岩石破坏后块体运动情况的不足。

关键词:爆炸力学;数值流形方法;数值模拟;岩石;块体运动;爆炸荷载

中图分类号: ○382

国标学科代码: 130・35

文献标志码: A

1 引 言

数值流形方法(NMM)是石根华[1-2]继提出不连续变形分形方法(DDA)之后,又提出的一种新的数值分析方法。虽然该方法 20 世纪 90 年代初才被提出,至今也只有十余年的时间,但由于具有明显的优越性,所以一开始就吸引了很多人的注意。到目前为止,该方法已在岩土工程分析中得到了较为广泛的应用。然而,由于该数值方法提出的时间比较短,应用范围相对来说还比较狭窄,不象有限元在解决实际问题中应用得那么普遍。但由于数值流形方法在计算过程中采用的是两套网格——物理网格和数学网格,因此在计算材料变形过程中裂纹的产生、扩展等方面具有明显的优越性,因而也在这类问题中得到了广泛的应用[3]。同时该方法也是吸收了有限元和 DDA 的优点而发展起来的一种数值分析方法,尤其是对材料破坏后块体运动的模拟方面,完全吸收了 DDA 中关于块体运动的理论,能够很好地模拟块体破坏后的飞散过程,这一重大进展对以连续介质为基础的有限元法来说是一个重大突破,克服了在利用有限元法计算时仅能给出待分析域内应力分布,而不能模拟破碎及破碎后块体运动等现象的不足。但是目前还很少见到利用数值流形方法对岩石冲击破坏后的块体运动过程进行模拟的相关文献。由于块体破碎后的运动过程属于明显的动力学过程,因此本文中在对数值流形方法中的动力学问题计算方法进行讨论的基础上,对数值流形方法进行相应的改进并利用改进后的程序对岩石冲击破坏的一个算例进行了模拟分析。

2 数值流形方法的动力学求解格式

2.1 原数值流形方法的动力学求解思想

岩石在冲击载荷作用下的破坏问题属于明显的断裂动力学问题。断裂动力学就是研究那些惯性效应不能忽略的断裂力学问题^[4],断裂动力学问题的求解方法明显不同于断裂静力学问题,一个最重要的区别就是材料的惯性效应不能忽略,考虑了惯性效应的断裂力学就是断裂动力学或动态断裂力学。在动态加载时,试件除产生弹塑性变形外,内部各质点的自由振动要获得一定的加速度,从而产生惯性力,这就是所谓的动态加载时的惯性效应^[5]。

^{*} **收稿日期**: 2005-10-10; **修回日期**: 2006-02-06 作者简介: 刘红岩(1975—),男,博士后。

在动力学问题的分析中,数值流形方法引入了惯性矩阵,它相当于有限元方法中的质量矩阵,以充分考虑动力学问题中的惯性效应。原数值流形方法在分析动力学问题时,采用了与动力有限元不同的方法,简单地说数值流形方法在处理动力学问题时,与处理静力学问题的一个最大差别就是在当前步的计算中,各单元继承了前一时间步的速度,而不是象处理静力学问题一样置当前时间步的速度为零。而这种处理方法对一般动力学问题来说过于简单,并且这种处理方法也仅考虑了单元的惯性效应,而没有考虑单元的阻尼,对一般的动力学问题来说还是不够精确^[6],因此本文中就在分析数值流形方法的动力学求解格式的基础上,对其进行相应的改进,以更好地模拟一般动力学问题。

在数值流形方法的求解公式中,动力问题与静力问题的主要区别在于质量矩阵,在动力学问题中,这是一个很重要的矩阵,当时间步比较小时,惯性力矩阵将控制着整个材料体所有各点的运动和稳定。下面 分析 在 最 初 的 数 值 流 形 方 法 中,动 力 学 问 题 是 如 何 被 考 虑 的。 考 虑 当 前 时 间 步, $(u(x,y,t) \quad v(x,y,t))^{\mathsf{T}}$ 表示单元 e 的任一点(x,y)与时间相关的位移,假设 M 表示单位面积的质量, e 是 e 个覆盖 $(U_{e(1)},U_{e(2)},\cdots,U_{e(q)})$ 的交集。单位面积上的惯性力

式中: $[T_{(e)}(x,y)]$, $\{D_{(e)}(t)\}$ 分别为每个物理覆盖上的权函数和位移函数,表示为: $[T_{(e)}(x,y)] = (T_{e(1)} T_{e(2)} T_{e(3)} \cdots T_{e(q)})$, $\{D_{(e)}(t)\} = \{D_{e(1)}(t) D_{e(2)}(t) D_{e(3)}(t) \cdots D_{e(q)}(t)\}^{\mathrm{T}}$,在单元 e中,由惯性力引起的势能为

$$\prod_{i} = -\iint_{A} (u(x,y,t) \quad v(x,y,t)) \begin{Bmatrix} f_{x}(x,y,t) \\ f_{y}(x,y,t) \end{Bmatrix} dxdy =$$

$$\iint_{A} M(u(x,y,t) \quad v(x,y,t)) \left[T_{(e)}(x,y) \right] \frac{\partial^{2} \left\{ D_{(e)}(t) \right\}}{\partial t^{2}} dxdy \tag{2}$$

设 $\{D_{(e)}\}=\{0\}$ 是在时间步起始时的单元位移, $\{D_{(e)}(\Delta)\}=\{D_{(e)}\}$ 是在时间步终了时的位移, Δ 是时间步长。则

$$\{D_{(e)}\} = \{D_{(e)}(\Delta)\} = \{D_{(e)}(0)\} + \Delta \frac{\partial \{D_{(e)}(0)\}}{\partial t} + \frac{\Delta^2}{2} \frac{\partial^2 \{D_{(e)}(0)\}}{\partial t^2} = \Delta \frac{\partial \{D_{(e)}(0)\}}{\partial t} + \frac{\Delta^2}{2} \frac{\partial^2 \{D_{(e)}(0)\}}{\partial t^2}$$

$$(3)$$

所以

$$\frac{\partial^{2} \{D_{(e)}(0)\}}{\partial t^{2}} = \frac{2}{\Delta^{2}} \{D_{(e)}\} - \frac{2}{\Delta} \frac{\partial \{D_{(e)}(0)\}}{\partial t} = \frac{2}{\Delta^{2}} \{D_{(e)}\} - \frac{2}{\Delta} \{V_{(e)}(0)\}$$
(4)

式中: $\{V_{(e)}(0)\}=\frac{\partial\{D_{(e)}(0)\}}{\partial t}$,是时间步开始时的单元速度。

该时间步终了时的速度 $\{V(\Delta)\}$ 是

$$\{V_{(e)}(\Delta)\} = \{V_{(e)}(0)\} + \Delta \frac{\partial \{V_{(e)}(0)\}}{\partial t} = \{V_{(e)}(0)\} + \Delta \frac{\partial^2 \{D_{(e)}(0)\}}{\partial t^2} = \frac{2}{\Delta} \{D_{(e)}\} - \{V_{(e)}(0)\}$$
(5)

则势能变为

$$\prod_{i} = M\{D_{(e)}(\Delta)\}^{\mathsf{T}} \left[\iint_{A} \left[T_{(e)}(x,y) \right]^{\mathsf{T}} \left[T_{(e)}(x,y) \right] dx dy \right] \left(\frac{2}{\Delta^{2}} \{D_{(e)}\} - \frac{2}{\Delta} \{V_{(e)}(0)\} \right)$$
(6)

上式可分解为两部分,它们分别对应于刚度矩阵和荷载向量,即

$$\frac{2M}{\Delta^2} \iint_A \left[T_{e(r)}(x,y) \right]^{\mathsf{T}} \left[T_{e(s)}(x,y) \right] \mathrm{d}x \mathrm{d}y, \qquad \frac{2M}{\Delta} \iint_A \left[T_{e(r)}(x,y) \right]^{\mathsf{T}} \left[T_{e(s)}(x,y) \right] \mathrm{d}x \mathrm{d}y$$

式中: $r,s=1,2,\cdots,12$ 。

从以上数值流形方法对动力学问题的求解方法中可以看出,这种算法是显式算法,它利用当前时间

步的位移和速度来求得下一时间步的位移和速度,也就是说数值流形方法在计算动力学问题时,在每一时间步开始时,它都继承了前一时间步的速度和位移。而同时还知道,数值流形方法在利用当前时间步的位移和速度来进行下一时间步的计算时,位移是用泰勒级数展开的,其截断误差是三阶的,这样当时间步长取得较大时,其误差也是很大的。同时该算法也是有条件稳定的,在计算过程中时间步长的选择必须小于某一个值[7],即: $\Delta t \leq \Delta t_{cr} = T_n/\pi$,其中 T_n 为求解系统中最小尺寸单元的最小固有振动周期,因此求解系统中最小单元的尺寸将决定其时间步长的选择。这种算法比较适合波动问题的求解,一方面是因为这种方法的求解特点正好与波的传播特点一致;另一方面,研究波的传播过程需要采用小的时间步长,这也正好符合该算法的要求。然而,对于一般的结构动力学问题就不太合适了,因为结构的动力响应中通常低频成分是主要的,从计算精度上考虑,允许采用较大的时间步长。因此就借用动力有限元法的求解思想,采用动力有限元中的 Newmark 方法来对数值流形方法求解一般结构动力学问题的方法进行改进。

2.2 采用 Newmark 解法的数值流形方法

在有限元方法中,对动力学问题的模拟采用的方程为结构动力学方程[8-9]

$$\mathbf{M}\ddot{d} + \mathbf{C}\dot{d} + \mathbf{K}d = \mathbf{F} \tag{7}$$

式中: M 为质量矩阵, C 为阻尼矩阵, d 为位移增量, \dot{d} , \ddot{d} 分别是位移速度和加速度。 $K = K_e + K_{en} + K_{es} + K_f$, K_e 是刚度矩阵, K_{en} 和 K_{es} 分别为块体及不连续面之间的接触矩阵, K_f 是约束矩阵。F 为总载荷向量, $F = F_p + F_b + F_f - F_o + F_{en} + F_{es} + F_{fr}$, F_p 是外载荷向量, F_b 是体积力向量, F_f 是已知约束位移引起的等效载荷向量, F_o 是初应力向量, F_{en} 、 F_{es} 分别为法向和切向接触引起的等效载荷向量, F_{fr} 为接触面之间的摩擦力引起的等效载荷向量。

对一般的结构动力学问题,动力方程(7)通常采用 Newmark 解法。当选择适当的参数后,Newmark 法是一种无条件稳定的数值解法,而且求解时可以采用比一般差分法大得多的时间步长,它比较适合于求解结构动力学问题。所以在本文中,方程(7)都是采用 Newmark 法求解。Newmark 积分法实质上是线性加速度法的一种推广,它采用如下假设[7]

 $d_{t+\Delta t} = d_t + \dot{d}_t \Delta t + \left[(1/2 - \alpha) \ddot{d}_t + \alpha \ddot{d}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2, \qquad \dot{d}_{t+\Delta t} = \dot{d}_t + \left[(1 - \beta) \ddot{d}_t + \beta \ddot{d}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \qquad (8)$ 式中: α 、 β 是按积分精度和稳定性要求决定的两个参数。当 $\beta \geqslant 0.5$, $\alpha \geqslant 0.25(0.5 + \beta)^2$ 时,Newmark 法是一种无条件稳定算法,在这种方法中, $t + \Delta t$ 时刻的位移解答 $d_{t+\Delta t}$ 是通过满足 $t + \Delta t$ 时刻的运动方程 $M\ddot{d}_{t+\Delta t} + C\dot{d}_{t+\Delta t} + Kd_{t+\Delta t} = M_{t+\Delta t}$ 而得到的。

当选择合适的参数后,Newmark 法是一种无条件稳定的隐式算法,即时间步长 Δt 的大小不影响解的稳定性,此时 Δt 的选择主要根据解的精度要求而选择。所以利用动力有限元方法对原数值流形方法的动力求解方法进行改进,可以充分考虑动力求解问题中的阻尼效应。同时在数值流形方法中该动力学方程的求解也采用 Newmark 解法,因为这种算法不但是一种无条件稳定算法,而且还可以通过对 K 求逆为代价换得比有条件稳定的显式算法大得多的时间步长。

3 算例分析

3.1 爆炸冲击破坏的力学特征及荷载简化

冲击载荷的形式是多种多样的,一方面是为了与实际问题进行有效连接,另一方面是为了能够与实际情况进行对比分析。在本算例中,取爆炸载荷作为施加的冲击载荷,相应的实际问题是对应于二维平面问题的圆形装药在有限域内爆炸后形成爆破漏斗的过程。炸药在炮孔中起爆后,岩石将发生如下的破碎过程^[10]:(1)在炮孔附近,强大的冲击波压力使炮孔周围岩石受压破碎,瞬时形成压缩破碎和初始裂隙,使该区内的岩石处于流体状态。这部分区域属于强冲击区,很难用一般的力学方法进行分析,同时由于该区范围较小,通常为炮孔半径的2~3倍,所以该区通常被忽略。(2)在该区以外,环向拉应力及应力波反射拉应力使岩石中的裂隙扩展,引起岩石进一步破裂,包括初始裂隙的形成和二次裂隙的扩

展:(3)爆生气体膨胀作用使岩石中的裂隙贯穿形成碎块,岩块运动,形成爆破漏斗。

由于实际的爆破过程十分复杂,因此在满足工程要求的条件下,可以对岩石爆破破坏的过程进行简化处理,通过在炮孔内壁上施加均布的冲击三角波载荷来模拟爆炸荷载,冲击载荷的升压时间为 80 μ s,降压时间为 220 μ s,整个荷载作用时间为 300 μ s,载荷的最大峰值压力为 50 MPa^[11]。

3.2 计算模型及计算结果分析

本文中所建立的计算模型是二维分析域内的圆形装药在有限域岩体内爆炸后,形成爆破漏斗的过程。取计算模型(矩形)的尺寸为 $4 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$,其中模型的上边界为自由边界,其余三个边界均为固定边界;炮孔半径通常为 $0.025\sim0.05 \text{ m}$,由于忽略了爆破近区,所以在此取炮孔半径为 0.1 m;计算模型示意图如图 1(a)所示。

在本算例中,所分析问题的类型为动态类型,因此所采用的岩石计算参数均为动态参数,并假定岩石为各向同性的均质体,取大理岩的参数作为本算例中的岩石参数:动弹性模量为 50 GPa;动泊松比为 0.20;密度为 3 g/cm³;动态断裂韧性为 0.5 MN/m³/²;节理面的摩擦角为 75°;粘结力为 2.0 MPa;动抗拉强度为 4.0 MPa。

根据以上参数,对初始状态完整的岩石在冲击载荷作用下的破坏过程进行模拟,取计算过程中的 8个瞬时状态,如图 1(b)~(i)所示。

从模拟结果可以看出:

- (1)从材料的破坏形式上看,岩体在冲击载荷作用下,裂纹首先由炮孔中心向外扩展,其中可以明显看出裂纹首先在沿炮孔圆周的斜右下角的方向上产生,根据材料力学的理论,材料在沿着与作用力成45°角的方向上剪应力最大,最容易发生剪切破坏。而在该算例中,由于忽略了材料的纯压缩破坏,而把材料的破坏类型归结为剪切破坏和拉伸破坏两种形式,显然在开始时,材料的破坏属于剪切破坏;然而按照应力波作用理论,岩石也许应该在最小抵抗线的方向上首先发生拉伸破坏,而本文中的算例却不是这样,这主要是由于岩石在既可能发生拉伸破坏又可能发生剪切破坏的条件下,究竟那种破坏形式首先发生还要取决于载荷的作用位置、作用时间、荷载大小及岩石的抗拉和抗剪强度等参数,而在本算例的条件下,则是首先在炮孔周围发生了剪切破坏。
- (2)从裂纹产生的位置来看,裂纹首先在炮孔的三个 45°方向上产生,然后在正垂直于炮孔上方的位置产生一条垂直于自由面的裂纹,这说明是应力波从炮孔的边界传播到自由面以后经反射形成的拉伸应力把自由面处的岩石拉坏了。
- (3)从自由面对裂纹发展的影响来看,自由面对裂纹发展的影响是很大的,朝着自由面的方向裂纹发展优势很明显,这主要是由于自由面的存在为岩石材料的破碎提供了空间,这样就使得沿着这个方向上的约束力减少,因而裂纹也就很容易在这个方向上得到扩展。而在其他三个方向上裂纹的发展很缓慢,基本上没有得到扩展。
- (4)从该模型的破坏形式来看,充分破坏的部分很符合岩石爆破漏斗的形状,即属于一个倒三角的形状,这一方面说明了这种数值方法的模拟结果与实际情况十分相似,另一方面也说明了这种形式下沿爆破漏斗边缘处的岩石破坏主要是剪切破坏,两条主裂纹的发展优势也十分明显。
- (5)从材料的破碎情况来看,破碎区基本上集中在炮孔正上方的岩石处,该区的阻力最小,岩石很容易被破坏,破坏后并形成相应的块体。而其他部分的岩石材料破坏程度相对来说就很小,几乎没有形成大的贯穿裂隙,而仅有一些微小的裂隙存在,并且也没有得到充分的发展。
- (6)从裂纹的发展情况来看,裂纹的发展存在明显的分岔现象。即裂纹并不是沿着最初出现的裂纹一直向前发展,而是在发展过程中会偏离原来的路径而分为两条或多条分支裂纹,甚至在原裂纹没有到达的地方出现了新的小裂纹,这是裂纹动态扩展中一个最常见的现象之一[12]。在岩石爆破过程中,应该充分利用裂纹的分岔现象使岩石得以很好地破碎。
- (7)从边界上的破坏来看,在模型的固定边界处也产生了一定数量的裂纹。而从模拟结果中可以明显地看出这些裂纹不是由炮孔处产生的裂纹扩展而来的,而是由于应力波在自由面处反射而产生的。

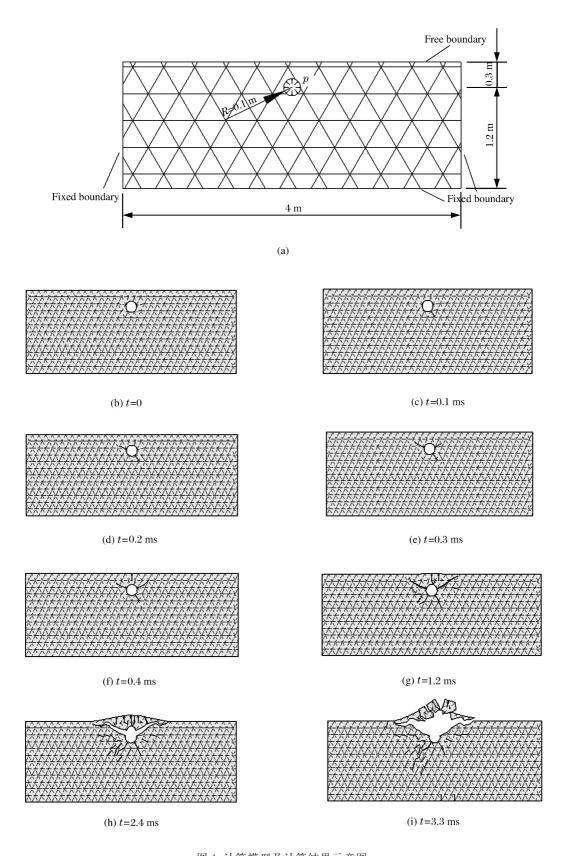


图 1 计算模型及计算结果示意图 Fig. 1 Calculation model and calculation results

从理论上来说,对于这种情况的模拟应该在三个固定边界处采用非反射边界以更好地观察爆破漏斗的 形成过程,但是由于目前该程序在边界的处理上还不象有限元那么完善,所以出现了上述的模拟结果, 这也是该软件以后需要改进的一个重要方面。

(8)从破碎后块体的运动来看,数值流形方法在该问题的处理上完全采用了 DDA 在模拟块体运动和接触中的优点,即保证块体在运动过程中任两个块体之间都不会出现嵌入和拉伸现象。

4 结 语

在对原数值流形程序对动力学问题求解思想进行讨论的基础上,利用动力学有限元的求解方法对其进行了改进。并利用改进后的程序对岩石在冲击载荷作用下的破坏过程进行了动态模拟,从中可以得出以下结论:(1)改进后的数值流形方法与原数值流形方法相比可以很好地考虑动力学问题中的阻尼效应、并可以采用较大的时间步长及当采用合适的参数后能够保证解的收敛性;(2)从对爆破漏斗形成过程的模拟中可以看出在本文的计算条件下,岩石首先在炮孔周围发生剪切破坏,进而在自由面处发生发射拉伸破坏;(3)数值流形方法还能够很好地模拟岩石破坏后块体的运动,这是对有限元等基于连续介质数值计算方法的一个重要改进。所以总的来说改进后的数值流形方法在模拟材料的动态冲击破坏方面有很大的潜在优势。

但同时还应看到,由于数值流形方法出现的时间不长,所以在具体的实践应用中,还有很多实际问题有待于研究,如对爆破近区岩石破坏的模拟和边界问题的处理及相关计算参数如时间步长、最大位移比的选取对计算结果的影响等。不过从以上的模拟结果中可以看出数值流形方法不但能够很好地模拟裂纹的产生及扩展情况,而且还可以很好地反映出完整岩石在冲击载荷作用下的块体破碎及运动情况,这一点也可以为以后的爆破块度预测提供一条新的思路。所以本文在前人工作的基础上,把数值流形理论及算法引入到岩石冲击破坏模拟中,尽管目前还存在着一定的问题,但是其发展前景还是可以肯定的,有望对目前的岩石冲击破坏模拟研究开创出一条新途径。

参考文献:

- [1] SHI Gen-hua. Manifold method of material analysis [C] // Transactions of the Ninth Army Conference on Applied Mathematics and Computing. Minneapolish, Minnesoda, USA, 1992;51-76.
- 「2〕 石根华. 数值流形方法与非连续变形分析「MJ. 裴觉民,译. 北京;清华大学出版社,1997.
- [3] Chiou Y J, Lee Y M, Tsay R J. Mixed mode fracture propagation by manifold method[J]. International Journal of Fracture 114, 2002;327-347.
- [4] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京:科学出版社,2003.
- [5] 类维生,董建令,姚枚. 动态断裂过程的惯性效应[J]. 理化检验:物理分册,1996,32(4):32-34.

 LEI Wei-sheng, DONG Jian-ling, YAO Mei. Inertial effect in dynamics fracture[J]. Physics and Chemistry Test-physics Fascicule, 1996,32(4):32-34.
- [6] 彭自强. 数值流形方法与裂纹动态扩展模拟[D]. 武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所,2003:57-61.
- [7] 王勖成,邵敏.有限单元法基本原理和数值方法[M].北京:清华大学出版社,1995.
- [8] 张国新,彭静.二阶流形元与结构变形分析[J]. 力学学报,2002,34(2):261-269.

 ZHANG Guo-xin, PENG Jing. Second-order manifold method in structure failure analysis[J]. Acta Mechanica SINICA, 2002,34(2):261-269.
- [9] 唐友刚. 高等结构动力学[M]. 天津:天津大学出版社,2002.
- [10] 高尔新,杨仁树.爆破工程 M].北京:中国矿业大学出版社,1999.
- [11] 戴晨,朱传云,舒大强,等. DDA 及其在爆破过程仿真中的应用[J]. 爆破,2001,18 增刊:4-6. DAI Chen, ZHU Chuan-yun, SHU Da-qiang, et al. DDA and its application in the simulation of blasting process [J]. Blasting, 2001,18 suppl:4-6.
- [12] 刘再华,解德,王元汉,等.工程断裂动力学[M].武汉:华中理工大学出版社,1996.

Simulation of rock failure by numerical manifold method under blasting load

LIU $Hong-yan^{1*}$, $_{QIN\ Si\text{-qing}^1}$, $_{YANG\ Jun^2}$

(1. Key Laboratory of Engineering Geomechanics, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China; 2. State Key Laboratory of Blasting Science and Technology, Beijng Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: In order to perfectly analyze the dynamics problem by numerical manifold method (NMM), adopts the Newmark method of dynamic finite element method to improve the algorithm in original NMM on the basis of analyzing the solution idea of dynamics problem in NMM. The improved method has three evident advantages over the original one: (1) The solution of this method is convergent without any condition, when selecting suitable parameters; (2) The time step that can be adopted in this method is much longer than that in the original one; (3) The damp effect in the dynamics problem is fully considered. In the end, a calculation example is adopted to illustrate that the improved numerical manifold method can perfectly simulate the whole process of rock failure under impact load, which overcomes the deficiency of FEM in simulating the block movement of rock after failure.

Key words: mechanics of explosion; numerical manifold method; numerical simulation; rock; block movement; blasting load

Telephone: 86-10-62008343

Corresponding author: LIU Hong-yan E-mail address: liuhy1204@163.com