

文章编号: 1001-1455(2007)02-0126-05

直杆碰撞刚性壁弹塑性动力后屈曲有限元分析*

郑 波, 王安稳

(海军工程大学理学院力学系, 湖北 武汉 430033)

摘要: 利用显式动力学有限元方法对直杆弹塑性动力后屈曲进行了分析, 模拟了直杆轴向碰撞动力屈曲的变形及发展过程。分析中在直杆碰撞端局部临界屈曲长度范围内引入半正弦波形式的初始缺陷, 计算结果与文献中的实验数据获得了很好的一致。分析结果表明, 随着碰撞过程中所产生的应力波逐渐向前传播, 后屈曲变形过程中所呈现的多个半波形式的高阶屈曲模式由初始具有单个半波形式的简单屈曲模式迅速演变而成。分析结果同时也揭示了直杆动力屈曲变形发展的机理, 以及轴向应力波和屈曲变形的相互作用规律。

关键词: 固体力学; 动力屈曲; 有限元; 轴向碰撞; 弹塑性; 应力波

中图分类号: O344; TU375

国标学科代码: 130 · 3515

文献标志码: A

1 引 言

直杆作为最基本的结构单元, 其弹塑性动力屈曲问题已被广泛研究^[1-7]。引入时间参数后, 动力失稳问题变得更为复杂。T. Hayashi 等^[1]的实验表明, 对于承受高速度轴向碰撞的细长直杆, 在碰撞发生的早期阶段局部屈曲变形出现于碰撞端附近。H. E. Lindberg 等^[2]的高速摄影照片显示, 对于细长杆, 在后屈曲阶段屈曲变形依然局限于碰撞端附近。滕宁钧等^[3]提出了半无限长直杆受轴向冲击载荷作用的线性分叉解, 认为临界时刻在无穷远端杆的横向位移、转角及内力均为零, 分析中忽略了扰动平衡方程中的惯性项。韩强等^[4]求解了有限长直杆中应力波传播引起的失稳问题, 认为临界时刻轴向压缩波未波及的部分杆也有屈曲变形发生, 同样在最后的求解过程中略去了扰动平衡方程中的惯性项。

王安稳等^[8-9]提出了轴向应力波作用下直杆弹塑性动力屈曲的分叉解, 文中提出: 在动力屈曲发生的临界时刻 $t = t_{cr}$, 无限小的屈曲变形仅局限于轴向应力波所覆盖的部分杆, 同时考虑了轴向压缩波效应及横向惯性效应, 将失稳特征方程中惯性项的指数参数与临界应力参数同时作为两个待定特征参数来求解, 并称之为双特征参数解。在王安稳等^[10-12]的工作中, 双特征参数方法被进一步推广到应力波作用下的圆柱壳的弹性及塑性动力屈曲研究中。

值得注意的是由应力波引起的动力屈曲问题, 失稳是在极微小的瞬间发生的, 实验中所观测到的往往是结构的后屈曲信息, 为了将理论的分析结果与实验结果进行对比, 需要进行动力后屈曲响应的计算。本文将应用显式有限元方法对直杆碰撞刚性壁的过程进行模拟, 通过在杆的碰撞端引入局部缺陷, 研究碰撞过程中细长直杆局部弹塑性动力屈曲变形发展的机理及过程, 以及轴向应力波和屈曲变形的相互作用规律。

2 直杆撞击刚性壁时杆中的压缩应力波

长度为 L 的直杆沿轴线方向以速度 v_0 撞击垂直刚性壁, 杆的横截面面积为 A , 横截面惯性矩为 I , 材料质量密度为 ρ , 对于典型的双线性弹塑性材料, 弹性模量为 E , 塑性强化模量为 E_1 , 屈服极限为 σ_s 。碰撞在时刻 $t=0$ 开始, 根据碰撞速度的大小, 可分为以下两种情况。

* 收稿日期: 2005-12-02; 修回日期: 2006-02-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(10272114)

作者简介: 郑 波(1965—), 男, 博士。

(1)弹性碰撞。如果碰撞速度较小,碰撞过程中在杆中产生的轴向应力 $\sigma \leq \sigma_s$,则弹性压应力波以波速 $c_1 = \sqrt{E/\rho}$ 沿杆的轴线向右传播,时间间隔 t 后,应力波在杆中传播的距离为 $L_1 = c_1 t$ (其中 $t \leq L/c_1$)。根据一维应力波理论,可得杆中的轴向压应力分布

$$\sigma = \begin{cases} -\rho c_1 v_0 & 0 \leq x \leq L_1 \\ 0 & L_1 < x \leq L \end{cases} \quad (1)$$

(2)塑性碰撞。如果碰撞速度较大,碰撞过程中在杆中产生的轴向应力 $\sigma > \sigma_s$,则弹性、塑性压缩波分别以波速 $c_1 = \sqrt{E/\rho}$ 、 $c_2 = \sqrt{E_t/\rho}$ 沿杆的轴线向前传播,时间间隔 t 后,弹、塑性波离开碰撞端在杆中传播的距离分别为: $L_1 = c_1 t$ 、 $L_2 = c_2 t$ (其中 $t \leq L/c_1$)。则杆中的轴向压应力分布

$$\sigma = \begin{cases} -E_t \frac{v_0}{c_2} - \left(1 - \sqrt{\frac{E_t}{E}}\right) \sigma_s & 0 \leq x \leq L_2 \\ -\sigma_s & L_2 < x \leq L_1 \\ 0 & L_1 < x \leq L \end{cases} \quad (2)$$

3 动力后屈曲方程及有限元分析

对于直杆撞击刚性壁,当碰撞速度 v_0 足够高时,随着压应力波沿杆轴线向前传播,当轴向压应力波传播的距离到一定长度时,应力波所覆盖的部分杆将发生局部弹性或弹塑性动力屈曲,此时产生于碰撞端的压应力波尚未到达杆的自由端,由于剪切波的波速低于轴向波,在动力失稳发生的瞬间,轴向压缩波未波及的那部分杆未受到扰动,不会发生屈曲变形。假定碰撞在时刻 $t=0$ 开始,将无限小动力屈曲变形发生的时刻定义为临界屈曲时刻 t_{cr} ,将杆中发生无限小屈曲变形的那部分杆长(即杆中被轴向压应力波所覆盖的那部分杆长)定义为临界屈曲长度: $L_{cr} = c_1 t_{cr}$ 。根据文献[8-9]的计算结果,当压应力波的幅值给定时,一阶动力屈曲模态对应着最短的临界屈曲时间,此时轴向压应力与临界屈曲长度及临界屈曲时间的关系为

$$L_{cr} = \sqrt{\frac{\Lambda_1 E}{|\sigma|}} r, \quad t_{cr} = \frac{L_{cr}}{c_1} \quad (3)$$

式中: Λ_1 为临界应力参数, r 为横截面的惯性半径,对于弹性碰撞, $\bar{E} = E$,对于塑性碰撞, $\bar{E} = E_t$ 。杆的碰撞端在不同约束情况下 Λ_1 的取值分别见文献[8-9]。

对于细长直杆,剪切变形和转动惯性可以忽略,屈曲后的非线性运动方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - A \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: M_x 为横截面上的弯矩, σ 为由式(1)~(2)所确定的杆横截面上的平均应力, u 、 w 分别为屈曲变形后杆横截面形心处总的轴向及横向位移。当将图 1 所示碰撞直杆用梁单元离散后,按照非线性有限元理论,上式可表述为

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{0} \quad (5)$$

式中: \mathbf{K} 为系统整体非线性刚度矩阵, \mathbf{M} 为系统整体质量矩阵, $\boldsymbol{\delta}$ 为整体节点位移阵。

为了在杆中触动力屈曲响应,分析中对图 1 所示碰撞直杆在靠近碰撞端的局部长度 L_{cr} 范围内施加微小半正弦波形式的微小初始缺陷,即

$$y = \eta r \sin(\pi x/L_{cr}) \quad 0 \leq x \leq L_{cr} \quad (6)$$

式中: y 为水平坐标为 x 的节点的垂向坐标, η 为微小的幅值参数。 L_{cr} 由式(3)确定。对方程(5)进行显式有限元动力学积分,为反映应力波的传播效果,单元划分时取单元的特征长度 $\Delta l \leq L_{cr}/40$ 。

4 算例

应用上述方法,分别对文献[2]中直杆撞击刚性壁实验进行计算模拟,采用 LS-DYNY 非线性显式动力学程序完成。

4.1 弹性碰撞动力屈曲

文献[2]的实验中,用拉伸试验机模拟了直杆撞击刚性壁的实验。试件由 6061-T6 铝合金制成,矩形横截面宽度 $b=12.7$ mm,厚度 $h=0.32$ mm,长度 $L=0.726$ m。材料性能参数 $\sigma_s=309$ MPa, $E=67.5$ GPa, $E_t=1.24$ GPa, $\rho=2700$ kg/m³。试件在靠近试验机上夹头的位置预制一切口,通过调整切口深度控制拉断时的应力 σ 。试件拉断瞬间一释放波从试件的上端开始以波速 c 向下传播,波后部分的试件以速度 $v_0=\sigma/\rho c$ 向下运动,当释放波传播到下夹头时被反射成压缩波向上传播,此时下夹头如同一刚性壁,该实验中拉断时的应力 $\sigma=276$ MPa。试件在不同阶段的屈曲变形由高速摄影机记录下来,文献[2]中图 2.15 显示,直至后屈曲阶段试件中的屈曲变形仅限于接近下夹头的很短的局部,实验所测接近下夹头的第一个屈曲半波的波长为约 11.9 mm。

对该实验进行了有限元模拟。根据文献[2]中的实验装置,杆的撞击端相当于夹支,对应于 $\sigma=276$ MPa,由式(3)计算得临界屈曲长度 $L_{cr}=14.35$ mm,临界屈曲时间 $t_{cr}=2.87$ μ s,按前述显式有限元计算方法,取式(6)中的幅值参数 $\eta=0.01$ 。计算所得后屈曲阶段不同时刻的无量纲形式的后屈曲挠度 w/r 沿杆长的变化如图 1 所示,图中 $\tau=t/t_{cr}$ 。从图 1 可以看出,在由碰撞引起的轴向压应力波向杆的自由端传播的过程中,接近碰撞端的初始屈曲变形不断向前传播,由初始具有半个波形的简单屈曲模式

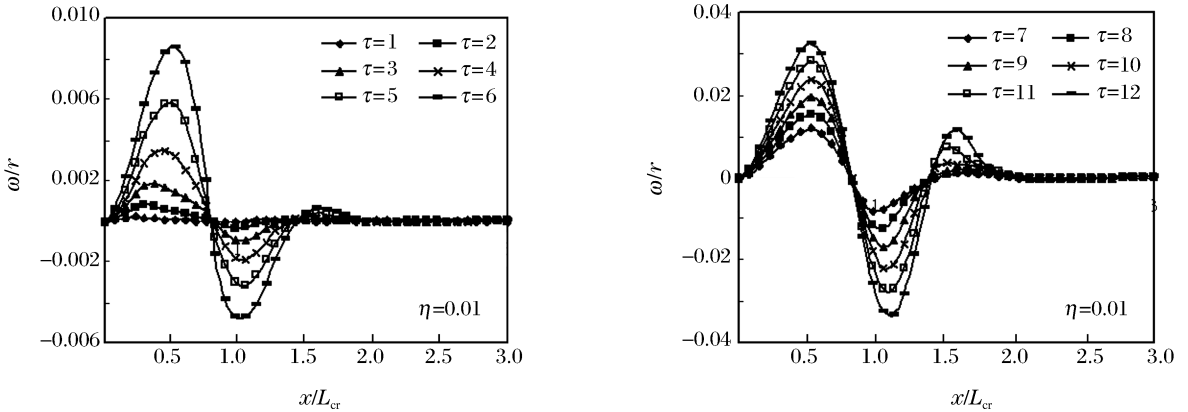


图 1 弹性碰撞后屈曲变形

Fig. 1 The postbuckling deformation of elastic impacted bars

迅速发展成一系列的具有多个波形的高阶屈曲模式。在后屈曲变形过程中,原先对应于初始屈曲模式半波前的位置 $x/L_{cr}=1$,成为后屈曲高阶模式第 2 个半波的波谷。后屈曲高阶模式各个半波依次形成后,在杆中的轴向位置上是基本固定不动的,仅在幅值上迅速增加。计算所得靠近碰撞端的第一个半波的长度 $\lambda^*=0.81L_{cr}=11.62$ mm,和文献[2]中的实验值 11.9 mm 非常接近。

由图 1 还可以看出,在后屈曲变形相对较长阶段,屈曲变形仍然局限于碰撞端的局部,变形区域的长度远小于应力波向前传播所覆盖的长度。如在时刻 $\tau=10$,轴向应力波覆盖的长度 $10L_{cr}=143.5$ mm,而由图 1,此时屈曲变形部分的长度为约 30

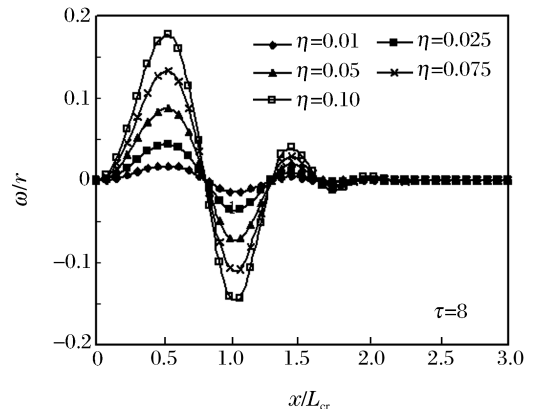


图 2 不同初始缺陷幅值参数对后屈曲变形的影响

Fig. 2 Effects of different initial imperfection amplitudes on postbuckling deformation

mm。计算分析还表明，初始缺陷表达式(6)中的幅值参数 η 的取值不同，对特定时刻后屈曲挠度的幅值有相当大的影响，但对后屈曲的波形却影响很小，如图 2 所示。 η 取不同值时，在后屈曲变形阶段的同一时刻 $\tau=8$ ，后屈曲挠度波形在形状及位置上几乎完全相同，但波形的幅值差别较大，具有较小参数 η 的屈曲模态发展成同样幅值的后屈曲模态需要经过相对较长的时间。

4.2 塑性碰撞动力屈曲

文献[2]的塑性碰撞实验中，铝合金试样以不同的速度撞击厚钢板，试样为圆形横截面，直径 $d=5.3\text{ mm}$ ，长度 $L=0.457\text{ m}$ ，材料性能参数与前述相同。对该实验中典型的 6 个试样的部分计算结果见表 1。表中， $\eta=0.04$ ， v_0 是实验时的碰撞速度， L_{cr} 是根据文献[9]由式(3)计算出的临界屈曲长度， λ_{exp} 是实验中所测得的后屈曲挠度图中接近碰撞端的第一个半波的长度， λ^* 是本文中文有限元后屈曲分析所得的接近碰撞端的第一个半波的长度，由表中可见两者非常接近。后屈曲变形阶段不同时刻的无量纲形式的后屈曲挠度 w/r 沿杆长的变化如图 3 所示，后屈曲变形过程中，屈曲模态的发展变化情况和文献[2]中的高速摄影照片的记录结果基本一致。

表 1 塑性碰撞屈曲半波长分析结果

Table 1 Computed results of plastic impacted specimens

No	$v_0/(m/s)$	L_{cr}/mm	λ_{exp}/mm	λ^*/mm
B1	104.3	24.73	16.26	16.9
B4	53.68	25.03	19.05	18.6
B14	52.16	25.07	19.81	18.9
B19	51.24	25.10	18.03	19.3
B15	44.84	25.30	18.80	19.7
B5	38.43	25.52	21.59	20.4

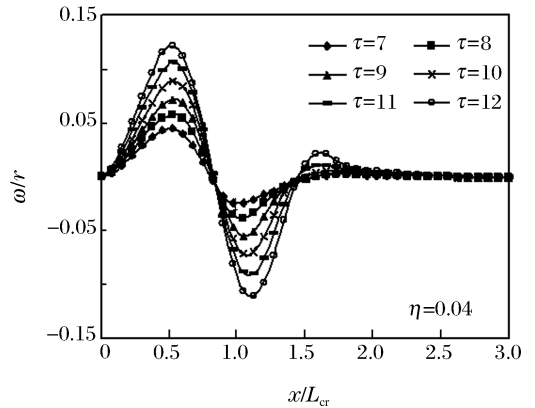
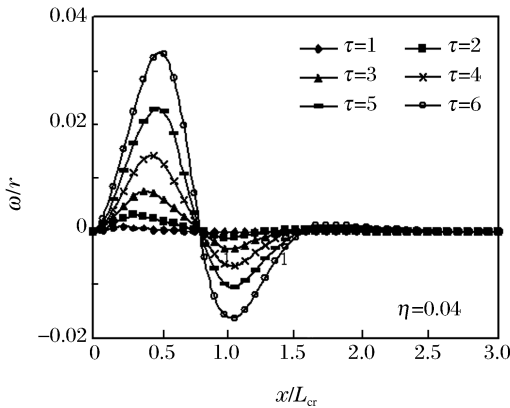


图 3 塑性碰撞后屈曲变形

Fig. 3 The postbuckling deformation of plastic impacted bars

5 结 论

对于发生轴向碰撞的细长直杆，动力屈曲变形是以具有简单半个波形的最低阶屈曲模态在碰撞端附近开始发生，随着碰撞过程中应力波在杆中的向前传播，快速演变成对应于不同后屈曲阶段的一系列高阶模态，屈曲变形虽向前传播，但仍然局限于碰撞端附近的局部区域。后屈曲高阶模态依次形成后，屈曲波形在杆的轴向位置上基本固定不变，仅在幅值上迅速放大。计算所得后屈曲的半波长与实验结果基本一致，后屈曲的演变过程与实验基本相符。

参考文献：

[1] Hayashi T, Sano Y. Dynamic buckling of elastic bars: 2nd report[J]. Bulletin of the JAME, 1972,15(88):1176-1184.

[2] Lindberg H E, Flornce A L. Dynamic Pulse Buckling-Theory and Experiment[M]. Washington: Defence Nuclear Agency, 1987:44-45;77.

[3] 滕宁钧, 苏先越. 半无限长直杆受轴向冲击荷载作用下的分叉问题[J]. 力学学报, 1989, 21(5):591-595.

TENG Ning-jun, SU Xian-yue. Impact bifurcation of the semi-infinite elastic thin bars[J]. Acta Mechanica Sinica,

1989,21(5):591-595.

- [4] 韩强, 武际可, 张善元, 等. 直杆中应力传播引起的分叉问题[J]. 力学学报, 1998, 30(4): 417-422.
HAN Qiang, WU Ji-ke, ZHANG Shan-yuan, et al. Bifraction caused by the stress wave in column[J]. Acta Mechanica Sinica, 1998, 30(4): 417-422.
- [5] Lee L H N. Dynamic buckling of an inelastic column[J]. International Journal of Solids and Structures, 1981, 17: 271-279.
- [6] 朱兆祥. 应力波引起的弹性结构屈曲准则[C]//塑性力学和地球动力学文集. 北京: 北京大学出版社, 1990: 56-70.
- [7] Air-Gur J, Weller T, Singer J. Experimental and theoretical studies of columns under axial impact[J]. International Journal of Solids and Structures, 1982, 18(7): 619-641.
- [8] WANG An-wen, TIAN Wen-ying. Twin-characteristic-parameter solution for dynamic buckling of columns under elastic compression wave[J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39: 861-877.
- [9] WANG An-wen, TIAN Wen-ying. Characteristic-value analysis for plastic dynamic buckling of columns under elastoplastic compression waves[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2003, 38: 615-628.
- [10] WANG An-wen, TIAN Wen-ying. Twin-characteristic-parameter solution of axisymmetric dynamic plastic buckling for cylindrical shells under axial compression waves[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40: 3157-3175.
- [11] 王安稳. 轴向压应力波下圆柱壳弹性动力失稳的判据与机理[J]. 固体力学学报, 2001, 22(2): 171-185.
WANG An-wen. Dynamic instability mechanism of cylindrical shells under axial compression wave[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2001, 22(2): 171-185.
- [12] WANG An-wen, TIAN Wen-ying. Twin-characteristic-parameters analysis for elastic dynamic buckling of thin cylindrical shells under axial step loading[J]. International Journal of Impact Engineering, 2005, 31: 643-666.

Finite element analysis for elastic-plastic dynamic postbuckling of bars subjected to axial impact

ZHENG Bo^{*}, WANG An-wen

(Department of Mechanics, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, Hubei, China)

Abstract: By use of explicit dynamics finite element method, the elastic-plastic dynamic postbuckling of bars subjected to axial high-velocity impact was studied. In order to initiate the buckling mode, the bar was given a small initial imperfection in the form of half of a sine wave near the impacted end. Results obtained in the present study agree well with the experimental data in the reference. As the axial compressive waves propagate forward, it is found that the initial buckling deflection with one half-wave, occurring near the impacted end, quickly develops into the higher postbuckling mode with several half-waves. The present investigation reveals the mechanism of growth and spread of buckling deformation in the bar and the interaction between the axial stress wave and the buckling deformation in impact process.

Key words: solid mechanics; dynamic buckling; finite element; axial impact; elastic-plastic; stress wave

* Corresponding author: ZHENG Bo

E-mail address: zbzt@public.wh.hb.cn

Telephone: 86-27-83643653