

文章编号: 1001-1455(2007)02-0171-08

# SH 波对浅埋裂纹的半圆形凹陷地形的散射<sup>\*</sup>

刘 刚, 李宏亮, 刘殿魁

(哈尔滨工程大学建筑工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 采用 Green 函数方法, 研究浅埋裂纹和含有圆形凹陷的弹性半空间对入射 SH 波的散射。首先取含有半圆形凹陷的弹性半空间, 任意一点承受时间谐和的出平面线源荷载作用时的位移函数基本解作为 Green 函数; 然后求解含半圆形凹陷的弹性半空间对 SH 波的散射问题; 最后在裂纹实际存在位置利用 Green 函数实施裂纹的人工切割以恢复存在的裂纹, 给出浅埋裂纹的半圆形凹陷弹性空间内的位移函数, 进而求解裂纹存在对地表位移的影响。

**关键词:** 爆炸力学; 位移函数; Green 函数; SH 波散射; 裂纹; 半圆形凹陷

**中图分类号:** O383.1

**国标学科代码:** 130 · 3520

**文献标志码:** A

## 1 引言

研究 SH 波在凹陷地形和其他各种不规则地形条件下的散射问题, 是最近几十年来地震工程和地球物理学中一直令人感兴趣的重要内容之一。通过理论研究和地震灾害调查, 已经有了大量的资料。由于这一问题的影响因素多、研究起来复杂, 人们采用了分析和数值求解这两种方法来解此类问题。在一般地形条件下, 要得到这类问题的解析解是相当困难的, 只有在最简单的几种情况下才能获得。

M. D. Trifunac<sup>[1]</sup>、H. L. Wong 等<sup>[2]</sup>分别利用波函数展开法求解了稳态 SH 波入射条件下半圆形和椭圆形凹陷地形的散射问题。D. K. Liu 等<sup>[3-4]</sup>利用复变函数方法研究了各向同性和各向异性介质中 SH 波对任意形凹陷地形的散射问题。另一方面, 为了在实际工程中有实用意义, 常用 Fast Fourier transform (FFT) 技术将频域结果转化到时域, 进而给出瞬态波解答。但是问题不止一个方面, 除凹陷和其他各种不规则地形存在这一情况外, 在这种地形条件下面附近区域还有可能会有裂纹类缺陷存在, 这时在 SH 波作用下凹陷等地形会与裂纹产生相互作用, 这类问题如何解决, 目前还没有研究。工程实际中, 存在在盆地中打井采油采煤以及盆地下有断层的情况, 可以说凹陷地形与直线形裂纹的相互作用是工程领域中不可回避的问题。在 SH 波作用下凹陷地形与直线形裂纹相互作用的影响情况如何, 应该进行认真研究, 弄清楚这一问题无疑会对地震工程领域及地球物理、采矿工业产生积极的指导作用。如果研究这一问题并能够得到解析解, 则可以探明地震动情况, 为抗震抗爆计算和设计服务。

关于裂纹或夹杂对 SH 波的散射的研究, 最初都是建立在弹性全空间内含裂纹或者夹杂对 SH 波的散射与动应力集中问题。汪越胜等<sup>[5]</sup>研究了剪切波作用下圆弧形界面裂纹的动应力强度因子。刘殿魁等<sup>[6-7]</sup>对单个界面圆孔及孔边裂纹与圆孔对 SH 波的散射进行了研究, 给出了一种新的理论分析方法。史守峡等<sup>[8-9]</sup>对界面多个圆孔以及圆形衬砌结构对 SH 波的散射进行了深入研究。

利用 Green 函数研究裂纹问题的思路来源于文献[6-9], 但文献[6-9]中所做的研究, 都是建立在求解弹性半空间界面上一点承受出平面线源荷载作用时的位移函数基础上。本文中利用对称思想, 给出完整弹性半空间内任意一点承受出平面线源荷载时的位移解, 这一思想可用于今后研究任何弹性半空间内含裂纹的问题。

本文中利用 Green 函数方法研究半圆形凹陷地形与直线形裂纹在 SH 波作用下的散射问题, 如图 1

\* 收稿日期: 2006-01-11; 修回日期: 2006-03-10

作者简介: 刘 刚(1982—), 男, 博士研究生。

所示:取半圆形凹陷地形内的任意一点承受时间谐和的出平面线源荷载作用的位移函数基本解作为 Green 函数,并从半圆形凹陷地形在 SH 波作用下的散射问题出发,沿裂纹所在位置施加反向应力,即在欲出现裂纹区域加置与半圆形凹陷地形在 SH 波作用下的散射产生应力相对应的大小相等、方向相反的出平面荷载,构造出凹陷地形附近的裂纹,从而可以得出半圆形凹陷地形与直线形裂纹同时存在条件下的位移与应力表达式,并利用此表达式讨论浅埋裂纹的凹陷地形地表位移情况。

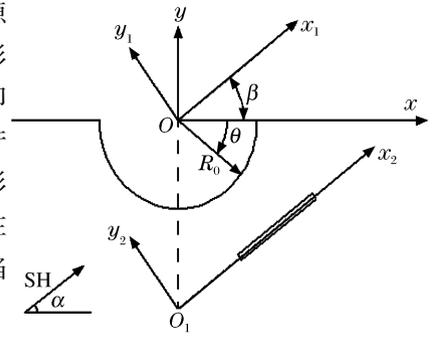


图 1 问题的求解模型

Fig. 1 The model of this problem

## 2 Green 函数

### 2.1 控制方程

Green 函数中采用含半圆形凹陷的弹性半空间在基体中任意一点承受时间谐和的出平面线源荷载作用时位移函数的基本解。位移函数 \$G\$ 与时间的依赖关系为 \$e^{-i\omega t}\$,在各向同性弹性介质中,SH 波产生垂直于 \$xy\$ 平面的位移 \$G\$,满足基本控制方程(以下分析均略去时间谐和因子 \$e^{-i\omega t}\$)

$$\nabla^2 G + k^2 G = \delta(\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_0) \tag{1}$$

式中: \$k = \omega/c\_s\$, \$\omega\$ 为圆频率, \$c\_s\$ 为介质的剪切波速, \$c\_s = (\mu/\rho)^{1/2}\$, \$\rho, \mu\$ 分别为介质的密度和剪切模量, \$\delta(\cdot)\$ 为 DiracDelta 函数, \$\bar{\mathbf{r}}\_0, \bar{\mathbf{r}}\$ 分别代表源点和像点的位置矢量。

在极坐标系下,控制方程(1)转化为

$$\frac{\partial^2 G}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} + k^2 G = \delta(\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_0) \tag{2}$$

应力应变关系

$$\tau_{rz} = \mu \frac{\partial G}{\partial r}, \quad \tau_{\theta z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial G}{\partial \theta} \tag{3}$$

边界条件

$$\begin{cases} \tau_{rz} = 0 & r = R_0, \quad \theta \in (0, \pi) \\ \tau_{\theta z} = 0 & \theta = 0, \pi \end{cases} \tag{4}$$

### 2.2 Green 函数的导出

对于完整弹性全空间内任意一点作用时间谐和的出平面线源荷载时,弹性全空间内满足控制方程式(1)的位移场分布为

$$G^{(i)} = \frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(k|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_0|) e^{-i\omega t} \tag{5}$$

式中: \$H\_0^{(1)}\$ 为零阶的第一类 Hankel 函数, \$\bar{\mathbf{r}}\_0\$ 代表线源荷载的源点极坐标, \$\bar{\mathbf{r}}\_0 = r\_0 e^{i\theta\_0}\$, \$\bar{\mathbf{r}}\$ 代表空间内任意一点的极坐标, \$\bar{\mathbf{r}} = r e^{i\theta}\$。

对于完整弹性半空间里任意一点作用时间谐和的出平面线源荷载时,在界面处会产生一个反射波。入射波与反射波的总波场之和,应满足半空间边界应力自由条件。可以假设是在某完整弹性全空间内,关于 \$x\$ 轴对称作用两个时间谐和的出平面线源荷载。在极坐标系中,对称作用的源点极坐标为 \$\bar{\mathbf{r}}\_0\$ (其中 \$\bar{\mathbf{r}}\_0 = r\_0 e^{-i\theta\_0}\$),产生的位移场记为 \$G^{(r)}\$,则

$$G^{(r)} = \frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(k|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_0|) e^{-i\omega t} \tag{6}$$

很显然 \$G^{(i+r)}\$ 满足 \$x\$ 轴上任意一点应力自由条件。因此对于完整弹性半空间内任意一点作用出平面线源荷载时,满足半空间边界应力自由条件的位移场分布为

$$G^{(i+r)} = \frac{i}{4\mu} \left[ H_0^{(1)}(k|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_0|) + H_0^{(1)}(k|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}_0|) \right] e^{-i\omega t} \tag{7}$$

半圆形凹陷产生的满足水平界面应力自由条件的散射波函数为 \$G^{(s)} = G^{(i)} + G^{(rs)}\$,且有

$$G^{(is)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \cdot H_m^{(1)}(kr) \tag{8}$$

$$G^{(rs)} = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \cdot H_m^{(1)}(kr) \tag{9}$$

式中： $A_m, B_m$ 为待定的未知系数， $H_m^{(1)}(kr)$ 为以  $kr$  为宗量的  $m$  阶第一类 Hankel 函数， $\theta_0$  表示线源载荷的源点极角， $G^{(is)}$  为  $G^{(i)}$  在凹陷处产生的散射波， $G^{(rs)}$  为  $G^{(r)}$  在凹陷处产生的散射波。

利用 Bessel 函数的加法定理，并略去时间因子，式(5)和式(6)可以写成

$$G^{(i)} = \begin{cases} \frac{i}{4\mu} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \cdot J_m(kr_0) H_m^{(1)}(kr) & r > r_0 \\ \frac{i}{4\mu} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \cdot J_m(kr) H_m^{(1)}(kr_0) & r < r_0 \end{cases} \tag{10}$$

$$G^{(r)} = \begin{cases} \frac{i}{4\mu} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos[m(\theta + \theta_0)] \cdot J_m(kr_0) H_m^{(1)}(kr) & r > r_0 \\ \frac{i}{4\mu} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos[m(\theta + \theta_0)] \cdot J_m(kr) H_m^{(1)}(kr_0) & r < r_0 \end{cases} \tag{11}$$

式中： $m=0$  时， $\epsilon_m=1$ ； $m>0$  时， $\epsilon_m=2$ ； $J_m(*)$  为  $m$  阶的 Bessel 函数。

则问题的总波场，即 Green 函数为

$$G = G^{(i)} + G^{(r)} + G^{(is)} + G^{(rs)} \tag{12}$$

根据半圆形凹陷地形地表应力自由条件，有

$$\mu \frac{\partial G}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = 0 \tag{13}$$

对于本问题而言，由于  $r_0 > r = R_0$ ，因此等式(13)转化为

$$\frac{i}{4\mu} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \cdot J'_m(kR_0) H_m^{(1)}(kR_0) + \frac{i}{4\mu} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos[m(\theta + \theta_0)] \cdot J'_m(kR_0) H_m^{(1)}(kR_0) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \cdot H_m^{(1)'}(kR_0) + \sum_{m=0}^{\infty} B_m \cos[m(\theta + \theta_0)] \cdot H_m^{(1)'}(kR_0) = 0 \tag{14}$$

由此可以解得

$$A_m = -\frac{i}{4\mu} \epsilon_m \frac{J'_m(kR_0) H_m^{(1)}(kR_0)}{H_m^{(1)'}(kR_0)}, \quad B_m = -\frac{i}{4\mu} \epsilon_m \frac{J'_m(kR_0) H_m^{(1)}(kR_0)}{H_m^{(1)'}(kR_0)} \tag{15}$$

将等式(15)分别代入到等式(8)和等式(9)中，并将等式(8)、(9)、(10)、(11)代入到等式(12)中，可以得到本问题的 Green 函数为

$$G(r, r_0, \theta, \theta_0) = \frac{i}{4\mu} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \{ \cos[m(\theta - \theta_0)] + \cos[m(\theta + \theta_0)] \} \begin{cases} J_m(kr_0) H_m^{(1)}(kr) & r > r_0 \\ J_m(kr) H_m^{(1)}(kr_0) & r < r_0 \end{cases} - \sum_{m=0}^{\infty} 2\epsilon_m \cos(m\theta) \cos(m\theta_0) \frac{J'_m(kR_0) H_m^{(1)}(kR_0)}{H_m^{(1)'}(kR_0)} H_m^{(1)}(kr) \tag{16}$$

反向使用 Bessel 函数的加法公式，进而得到

$$G(r, r_0, \theta, \theta_0) = \frac{i}{4\mu} \left\{ \begin{aligned} & [H_0^{(1)}(k|\bar{r} - \bar{r}_0| + H_0^{(1)}(k|\bar{r} - \bar{r}_0|) \\ & - \sum_{m=0}^{\infty} 2\epsilon_m \cos(m\theta) \cos(m\theta_0) \frac{J'_m(kR_0) H_m^{(1)}(kR_0)}{H_m^{(1)'}(kR_0)} H_m^{(1)}(kr) \end{aligned} \right\} \tag{17}$$

### 3 SH 波作用下凹陷地形与裂纹相互作用下的位移和应力表达式

以 SH 波作为入射波，由于半圆形凹陷地形的存在而产生散射，入射波与散射波在裂纹处的应力可求，在裂纹处施加与入射波与散射波所产生的应力等值反向的应力，则此处应力为 0，意味此处有一点裂纹，沿裂纹进行上述切割，可求出 SH 波作用下半圆形凹陷地形与裂纹相互作用的位移、应力表达式。

### 3.1 半圆形凹陷地形对 SH 波的作用

首先考虑 SH 波入射到含有半圆形凹陷地形的半无限大线弹性均质介质时,关于时间谐和的出平面入射位移场  $W^{(i)}$  (省略时间因子  $e^{-i\omega t}$ ) 可以写成

$$W^{(i)} = W_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n \cos[n(\theta - \alpha)] \cdot J_n(kr) \tag{18}$$

式中:  $\alpha$  为入射角,  $n=0$  时,  $\epsilon_n=1$ ;  $n>0$  时,  $\epsilon_n=2$ 。

因界面存在而产生的反射波场为

$$W^{(r)} = W_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n \cos[n(\theta + \alpha)] \cdot J_n(kr) \tag{19}$$

由于有半圆形凹陷地形,入射波和反射波在半圆形凹陷地形处产生的散射波场  $W^{(is)}$  和  $W^{(rs)}$  为

$$W^{(is)} = W_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot H_n^{(1)}(kr) \cdot \cos[n(\theta - \alpha)] \tag{20}$$

$$W^{(rs)} = W_0 \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cdot H_n^{(1)}(kr) \cdot \cos[n(\theta + \alpha)] \tag{21}$$

式中:  $A_n, B_n$  为待定系数。利用半圆形凹陷地形表面应力自由的边界条件有

$$\mu \left. \frac{\partial(W^{(i)} + W^{(r)} + W^{(is)} + W^{(rs)})}{\partial r} \right|_{r=R_0} = 0 \tag{22}$$

可以求出系数  $A_n, B_n$  分别为

$$A_n = -\epsilon_n i^n \frac{J'_n(kR_0)}{H_n^{(1)'}(kR_0)}, \quad B_n = -\epsilon_n i^n \frac{J'_n(kR_0)}{H_n^{(1)'}(kR_0)} \tag{23}$$

因此,含有半圆形凹陷的弹性半空间对入射 SH 波的散射位移场为

$$\begin{aligned} W^{(v)} &= W^{(i)} + W^{(r)} + W^{(is)} + W^{(rs)} \\ &= 2W_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n \left[ J_n(kr) - \frac{J'_n(kR_0)}{H_n^{(1)'}(kR_0)} H_n^{(1)}(kr) \right] \cos(n\theta) \cos(n\alpha) \end{aligned} \tag{24}$$

相应的应力表达式为

$$\tau_{rz}^{(v)} = 2\mu W_0 k \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n \left[ J'_n(kr) - \frac{J'_n(kR_0)}{H_n^{(1)'}(kR_0)} H_n^{(1)'}(kr) \right] \cos(n\theta) \cos(n\alpha) \tag{25}$$

$$\tau_{\theta z}^{(v)} = \frac{-2\mu W_0}{r} \sum_{n=0}^{\infty} n \epsilon_n i^n \left[ J_n(kr) - \frac{J'_n(kR_0)}{H_n^{(1)'}(kR_0)} H_n^{(1)}(kr) \right] \sin(n\theta) \cos(n\alpha) \tag{26}$$

### 3.2 凹陷与裂纹同时存在下的位移和应力表达式

现在考虑半圆形凹陷地形和裂纹同时存在时对 SH 波的散射问题。根据已经得到的仅含半圆形凹陷地形的弹性半空间中的 SH 波的入射波场与散射波场,下面按裂纹切割的方式构造出含有直线形裂纹情况下对 SH 波散射的模型(见图 2)。其构造方法:沿裂纹所在处将材料剖切,在欲出现裂纹区间段内的上下剖面施加一对大小为  $-\tau_{\theta z}^{(v)}$  的出平面反力,则这些区间段的上下剖面上的合应力为 0,即可看作裂纹。由前面构造的 Green 函数表明,任意出平面线源荷载存在条件下的位移基本解已知,从而可得到总位移场和总应力场。

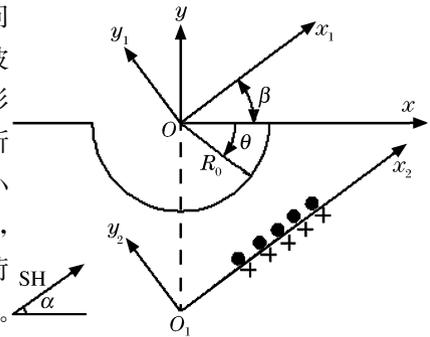


图 2 裂纹切割模型示意图

Fig. 2 Model of crack division

在裂纹处施加应力  $-\tau_{\theta z}^{(v)}|_{\bar{r}=\bar{r}_0}$ ,产生附加位移场为  $-\tau_{\theta z}^{(v)}|_{\bar{r}=\bar{r}_0} \times G(r, r_0, \theta, \theta_0)$ ,沿裂纹线积分,可得  $-\int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \tau_{\theta z}^{(v)}|_{\bar{r}=\bar{r}_0} \times G(r, r_0, \theta, \theta_0) d\bar{r}_0$ ,从而总的位移场为

$$W = W^{(v)} - \int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \tau_{\theta z}^{(v)}|_{\bar{r}=\bar{r}_0} \times G(r, r_0, \theta, \theta_0) d\bar{r}_0 \tag{27}$$

### 4 求解算例与结果分析

在对本文问题的求解与编制程序过程中。对于任意位置的裂纹,为描述裂纹处的应力状态需要在极坐标状态下移动坐标(此时需要用 Graff 加法公式进行展开)。为避免移动坐标带来的繁琐过程,编制程序过程中,将在极坐标下裂纹处的应力状态  $\tau_{rz}$  和  $\tau_{\theta z}$  转换为笛卡尔坐标下的  $\tau_{xz}$  和  $\tau_{yz}^{(v)}$ ,这样就可以在极坐标  $(r, \theta)$  中描述任意位置裂纹的应力。

主要研究图 3(a)和图 3(b)两种情况:其中,图 3(a)是半圆形凹陷地形附近的垂直裂纹,图 3(b)所示是半圆形凹陷地形附近的任意直裂纹。为方便两者之间的相互转换,取图 3(b)中,地表与裂纹中点之间的距离为  $a$ ,直线性裂纹长度为  $b$ ,且裂纹的倾斜角为  $\beta$ ,若令  $\beta=90^\circ$  则为垂直裂纹情况,若令  $\beta=0^\circ$  则为水平裂纹情况。

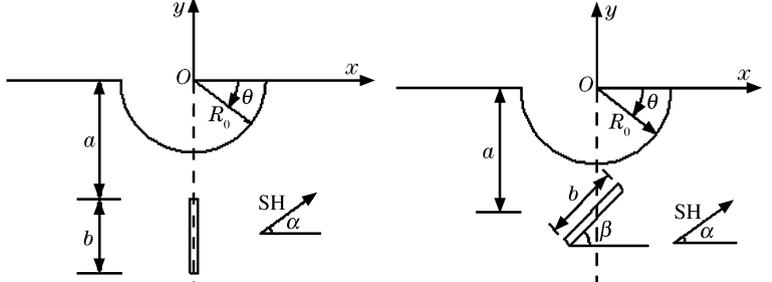


图 3(a) 垂直裂纹情况

图 3(b) 任意裂纹情况

Fig. 3(a) Model of vertical crack

Fig. 3(b) Model of arbitrary crack

(1)首先取凹陷的半径  $R_0=1$ ,并令裂纹长度  $b=0$ ,则求解问题退化为无裂纹情况。利用本文中给出的表达式,得出入射角  $\alpha=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  时,入射波数  $\eta=0.1, 0.25, 0.75, 1.25$  时地表的位移  $W$  情况如图 4 所示。比较发现,本文中得出的结果与文献[1]的经典结果一致。

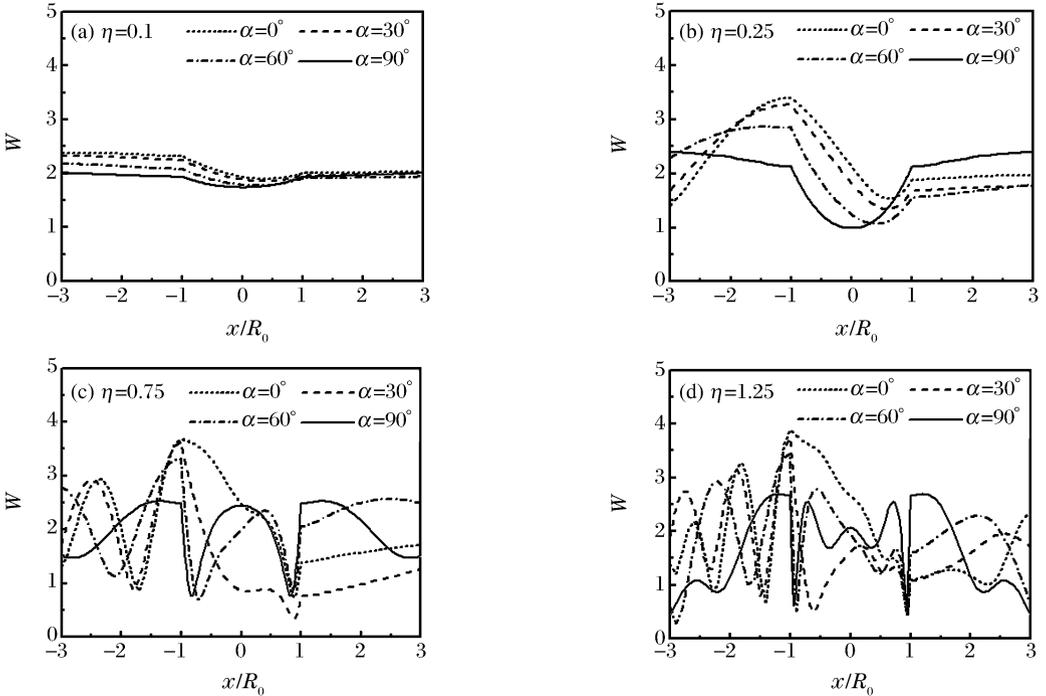


图 4 裂纹长度为零时地表位移幅值

Fig. 4 Surface displacement amplitude due to the length of crack tending to be zero

(2)取地表与裂纹中点之间的距离  $a=2$ ,直线性裂纹长度  $b=2$ ,考虑  $\beta=90^\circ$ (垂直裂纹)的情况。给出了 SH 波以波数  $\eta=0.1, 0.25, 0.75, 1.25$  入射,入射角  $\alpha=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  的情况(对于入射角  $\alpha=90^\circ$  的情况,相当无裂纹入射称之为掠射)。图 5 表明,在相同情况下,如果有裂纹存在,则地表位移  $W$  情况发生了很大变化。当 SH 波斜入射时,因裂纹的存在而对地表位移产生了阻挡作用,进而使得凹陷区域震动减弱,而地表其余区域震动得到加强。

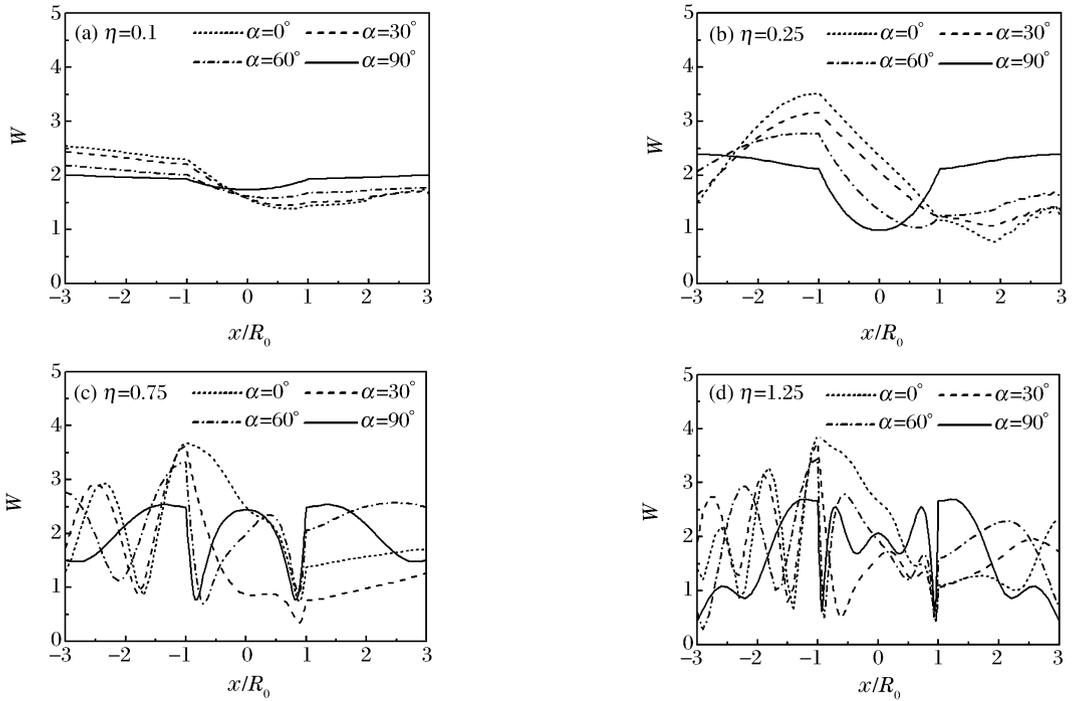


图5 垂直裂纹情况时地表位移幅值

Fig. 5 Surface displacement amplitudes under the condition of vertical crack

(3)取地表与裂纹中点之间的距离  $a=2$ , 裂纹的长度  $b=2$ , 裂纹倾斜角  $\beta=0^\circ$  (水平裂纹) 的情况。图6给出了SH波以不同的波数  $\eta=0.1, 0.25, 0.75, 1.25$  不同的入射角度  $\alpha=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  作用时, 地表位移幅值  $W$  的变化。从图6可以看出, 在相同情况下如果有水平裂纹存在, 裂纹的存在对地表位移也是产生了阻挡作用, 使凹陷区域震动减弱, 使其余区域震动加强, 这一点与垂直裂纹的作用类似。

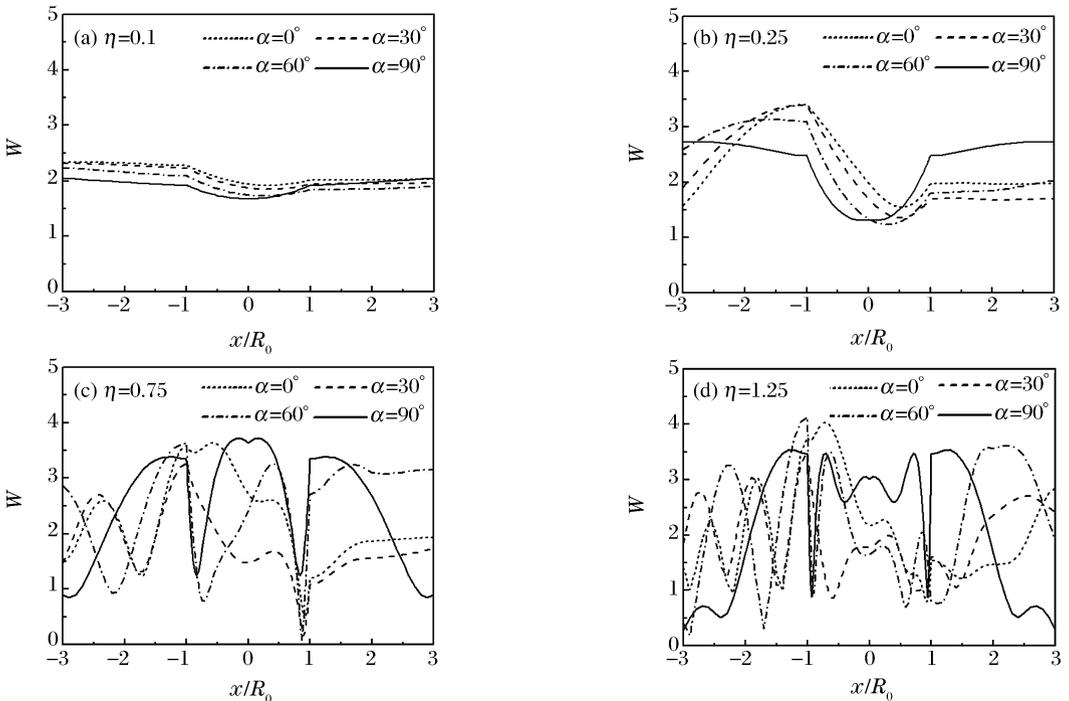


图6 水平裂纹情况时地表位移幅值

Fig. 6 Surface displacement amplitude under the condition of horizontal crack

(4)图 7 给出了 SH 波以入射角度  $\alpha=60^\circ$ ，入射波数  $\eta=0.1, 0.25, 0.75, 1.25$  作用时，水平裂纹与地表之间的距离  $d$  变化对地表位移幅值  $W$  的影响。图 7 表明，当裂纹距离是其长度的 10 倍时，它对地表位移的影响可以忽略不计。

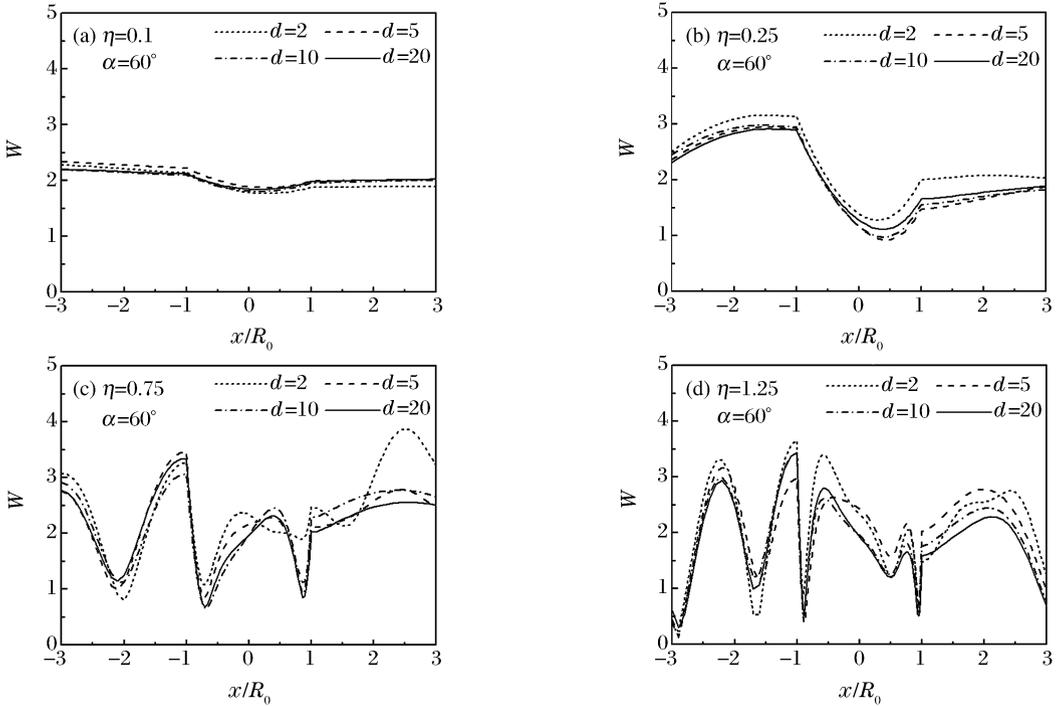


图 7 裂纹与地表距离变化对地表位移的影响

Fig. 7 Influence of the distance between crack and surface on the surface displacement amplitude

### 5 结 论

采用 Green 函数法，结合裂纹切割技术，提出了求解裂纹存在情况下半圆形凹陷地形地震动问题的一种新方法。其关键在于，在完整全空间内对称作用两个出平面的线源载荷即  $\delta(\bar{r}-\bar{r}_0)$  和  $\delta(\bar{r}-\bar{r}_0)$ ，从而构造出满足弹性半空间水平界面应力自由的入射波场 Green 函数  $G^{(i+p)}$  最后，利用所提出的方法求解了一般问题，得出了新的解答，并与无裂纹情况进行了比较，得到了肯定性的结论，可以为今后的研究工作提供帮助。

### 参考文献：

[1] Trifunac M D. Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon[J]. International Journal of Earthquake Engineering and Structure Dynamics, 1973,1:267-281.

[2] Wong H L, Trifunac M D. Scattering of plane SH waves by a semi-elliptical canyon[J]. International Journal of Earthquake Engineering and Structure Dynamics, 1974,3:159-169.

[3] LIU Dian-kui, HAN Feng. Scattering of plane SH-wave by a cylindrical canyon of arbitrary shape in anisotropic media[J]. ACTA Mechanica Sinica, 1990,6(3):256-266.

[4] LIU Dian-kui, HAN Feng. Scattering of plane SH-wave on a cylindrical canyon of arbitrary shape[J]. International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1991,10(5):249-255.

[5] 汪越胜,王铎. 剪切波作用下圆弧形界面裂纹的动应力强度因子[J]. 固体力学报,1993(4):362-367. WANG Yue-sheng, WANG Duo. Dynamic stress intensity factors of circular arc-shaped interface cracks subjected to shear wave[J]. ACTA Mechanica Solid Sinica, 1993(4):362-367.

[6] 刘殿魁,刘宏伟. SH 波散射与界面圆孔附近的动应力集中[J]. 力学学报,1998,30(5):597-604. LIU Dian-kui, LIU Hong-wei. Scattering and dynamic stress concentration of SH-wave by interface circular hole

- [J]. *ACTA Mechanica Sinica*, 1998,30(5):597-604.
- [7] 刘殿魁,刘宏伟.孔边裂纹对 SH 波散射及动应力集中因子[J].*力学学报*,1999,31(3):292-299.  
LIU Dian-kui, LIU Hong-wei. Scattering of SH-wave by cracks originating at a circular hole edge and dynamic stress intensity factor[J]. *ACTA Mechanica Sinica*, 1999,31(3):292-299.
- [8] 史守峡,刘殿魁.SH 波与界面多圆孔的散射及动应力集中[J].*力学学报*,2001,33(1):60-70.  
SHI Shou-xia, LIU Dian-kui. Dynamic stress concentration and scattering of SH-wave by interface multiple circle canyons[J]. *ACTA Mechanica Sinica*, 2001,33(1):60-70.
- [9] 刘殿魁,史守峡.界面上圆形衬砌结构对平面 SH 波散射[J].*力学学报*,2002,34(5):796-802.  
LIU Dian-kui, SHI Shou-xia. The scattering of plane SH-wave by circular interface cavity with lining[J]. *ACTA Mechanica Sinica*, 2002,34(5):796-802.
- [10] 李宏亮,刘殿魁.SH 波作用下圆形夹杂与裂纹的相互作用[J].*哈尔滨工程大学学报*,2004(5):618-622.  
LI Hong-liang, LIU Dian-kui. Interaction of SH-wave by cracks with a circular inclusion[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2004(5):618-622.

## Scattering of a semi-cylindrical canyon and a crack with incident SH waves

LIU Gang<sup>\*</sup>, LI Hong-liang, LIU Dian-kui

(*Department of Civil Engineering, Harbin Engineering University,  
Harbin 150001, Heilongjiang, China*)

**Abstract:** The scattering of a semi-cylindrical canyon and a crack with incident SH waves was studied based on Green's function. A special Green's function which was a fundamental solution of displacement field for a half-elastic space with a semi-cylindrical canyon bearing an anti-plane harmonic line-source force at any point was proposed for the present problem. And the scattering problem of SH-wave by a half-elastic space with semi-cylindrical canyon was solved. Then, at the actual position of cracks, the existent cracks could be reverted by using Green's function and the method of crack-division. Integration for the obtained solution of the whole problem was established, and the solution of the ground surface's displacement amplitude was concluded.

**Key words:** mechanics of explosion; displacement amplitude; Green's function; SH-wave scattering; cracks; semi-cylindrical canyon

---

\* Corresponding author: LIU Gang

E-mail address: liu-gang@coe.pku.edu.cn

Telephone: 86-451-82519051