

文章编号: 1001-1455(2007)03-0223-07

# 多边形截面薄壁管撕裂卷曲吸能研究\*

张 涛<sup>1</sup>, 吴英友<sup>2</sup>, 朱显明<sup>2</sup>, 刘土光<sup>1</sup>

(1. 华中科技大学交通学院, 湖北 武汉 430074;

2. 中国舰船研究设计中心 701 研究所, 湖北 武汉 430064)

**摘要:** 对薄壁管在准静态载荷下的卷曲撕裂进行了理论分析, 并采用显示有限元方法进行了数值模拟。通过分析薄壁管的撕裂能、塑性变形能和摩擦能, 讨论了冲头的锥形角、壁厚以及边数等因素对结构吸能的影响。

**关键词:** 理论力学; 吸能; 有限元; 多变形截面薄壁管; 撕裂

**中图分类号:** O313; TU311      **国标学科代码:** 130 · 1010      **文献标志码:** A

## 1 引 言

薄壁金属管结构作为吸能装置已经在工程上得到了普遍的应用, 但大多数的情况下, 主要是利用它在轴向或侧向产生大范围的塑性变形来吸收外部冲击能量的机理<sup>[1]</sup>。实际上薄壁管撕裂卷曲也是薄壁管失效的一个有趣物理现象, 其吸能效果往往比薄壁管破碎、轴向屈曲或翻转更为有效, 同时它具备有效行程长和冲击力平稳的优点<sup>[2]</sup>。

虽然薄壁管撕裂卷曲现象具有很好的吸能性能, 但相关的研究却较少见, 而且多为试验研究和简单的理论分析。已有的关于薄壁管撕裂吸能的研究主要集中在两种截面类型的薄管上, 一种是圆形截面管, 另一种是正方形截面管, 而且这两种管的端部都要预制一定数量的裂纹。X. Huang 等<sup>[3-4]</sup>对铝和低碳钢两种不同材质的圆管和方管进行了研究, 着重讨论了锥形冲头锥角的影响, 同时通过理论分析还给出了裂纹数与卷曲半径的关系。王蕊等<sup>[5]</sup>研究了壁厚对金属圆管撕裂卷曲耗能的影响, 在试验中观察到试件的撕裂卷曲方向偏离管壁母线方向, 随着管壁厚度的增加, 偏离值接近 45°。与圆截面管相比, 方形截面管的角预制裂纹使金属条能完全沿着折角线撕裂, 这样避开了确定裂纹扩展方向的麻烦, 而且弯曲能和摩擦能的表达式也相对简单。G. Lu 等<sup>[6]</sup>对铝合金和低碳钢两种材质的方管进行了试验研究和理论分析, 认为撕裂能只与材质及壁厚有关, 并给出了撕裂能的具体数值。

实际上在所有相关的研究中, 最难也最重要的是撕裂能的确定, 一些学者专门围绕撕裂能的研究开展工作<sup>[6-9]</sup>。G. Lu 等<sup>[7]</sup>在平面应力的条件下, 采用单向拉伸试验(STT)方法来确定材料的韧性撕裂能。R. Mahmudi<sup>[8]</sup>针对铝合金也进行了相类似的单向拉伸试验, 确定其撕裂能, R. Mohammadi 等<sup>[9]</sup>利用改进的多向拉伸试验(MTT)方法得到铝、低碳钢以及黄铜等金属的撕裂能, 这些试验表明材料的撕裂能主要与材料应变及应变率硬化参数相关。虽然对同种材料他们得到的撕裂能数值都不尽相同, 但总体上撕裂能还是可以确定在一定范围内。

与试验研究相比, 很少见到相关数值模拟研究的文献, 而且也没有相关多边形截面的薄壁管的研究。基于此, 本文的主要工作是研究具有折角的多边形薄壁管的撕裂卷曲吸能特性。首先采用理论方法, 分析模型在准静态载荷下的撕裂吸能, 并得到卷曲半径及外力, 随后采用显示有限元方法, 建立撕裂分析有限元模型, 在撕裂产生的路径上预先设置点焊单元, 通过点焊单元的失效来模拟撕裂过程。最后

\* 收稿日期: 2006-01-05; 修回日期: 2006-04-21

基金项目: 国家博士后基金项目(200403502)

作者简介: 张 涛(1976—), 男, 博士, 副教授。

通过理论及数值计算,验证本文理论方法的准确性,并就冲头的锥形角、壁厚以及边数等参数讨论他们对结构吸能的影响,为类似吸能装置的设计提供合理的依据。

## 2 理论模型

考虑如图 1 所示的典型正  $n$  边形管的撕裂模型,由于周期对称,只取整个模型的  $1/n$  分析。正多边形边长为  $l$ ,壁厚为  $d$ ,相邻边夹角为  $\varphi$ ,刚性锥形冲头锥角为  $\alpha$ ,管壁材料塑性屈服极限为  $Y$ 。A 为金属条撕裂卷曲的起始点, B 点为撕裂裂纹端部, C 为冲头和薄壁管的接触点,  $N$  为接触点法向力,  $\mu N$  为摩擦力。为了简化理论分析,作如下假设:

- (1) 假设薄壁管为各向同性理想弹塑性材料,忽略应变及应变率硬化;
- (2) 仅考虑薄壁截面上的正应力以及由此产生的膜力、弯矩,而忽略剪切应力;
- (3) 忽略薄壁管惯性量的影响,冲头匀速运动,金属条撕裂卷曲看作准静态过程;
- (4) 整个撕裂过程中,薄壁管的壁厚保持不变,且所有金属条的卷曲半径为常值  $R$ ;
- (5) 裂纹扩展是稳定的,扩展方向沿着相邻边的折角线,临界裂纹张开位移  $\delta$  作为裂纹扩展的依据。

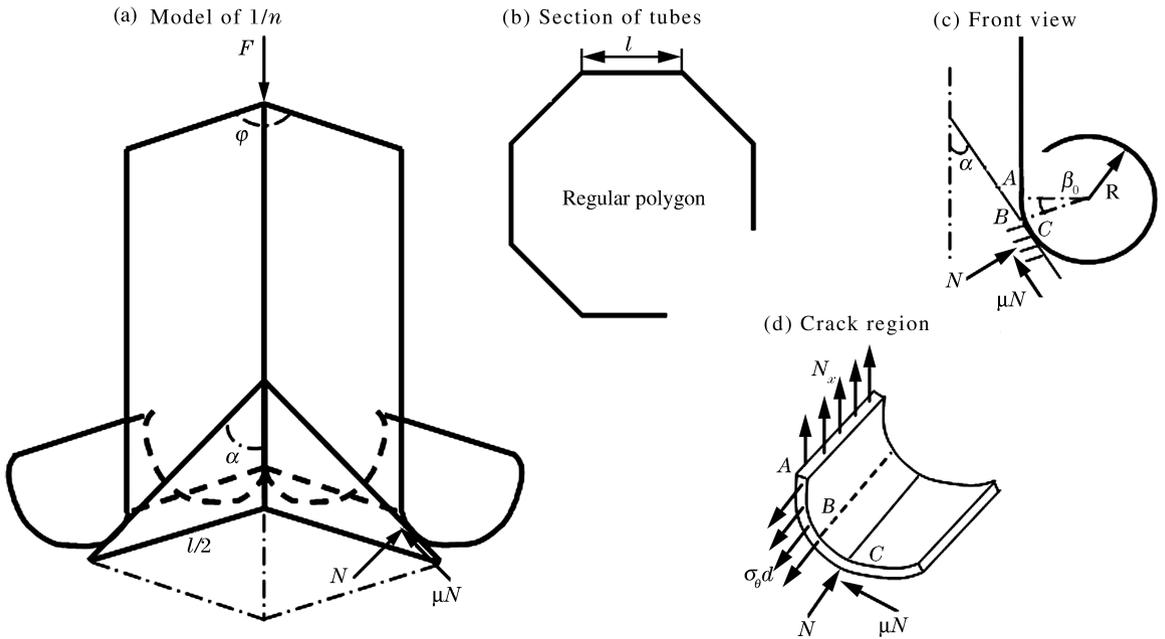


图 1 多边形管撕裂模型

Fig. 1 The kinematic model for splitting and curling of a polygonal tube

实际上撕裂的过程就是裂纹扩展的过程,裂纹局部的受力状态参见图 1(d)。考虑到裂纹的临界张开位移  $\delta$  以及模型的几何关系,裂尖角  $\beta_0$  可以近似由下式确定

$$\beta_0 = \cos^{-1} \left[ 1 - \frac{\delta}{2R \sin(\pi/n)} \right] \quad (1)$$

式中:  $n$  为多边形边数,也就是裂纹数目。取如图 1(d) 所示的金属条裂纹段,假设膜力在薄壁管截面均匀分布,截面总膜力为  $N_x$ ,根据撕裂金属条 AB 上沿边长切任意小的微段,根据力平衡方程可以得到

$$\frac{dN_x}{d\beta} = - \frac{2\sigma_\theta dR \tan(\pi/n) + N_x \cos\beta}{l \sin\beta} \quad 0 \leq \beta \leq \beta_0 \quad (2)$$

根据假设,裂纹尖部完全为塑性区,则  $\sigma_\theta = Y$ 。考虑到 BC 段金属条平衡方程,可以得到

$$-N_{x,B} = N \sin(\alpha - \beta_0) + \mu N \cos(\alpha - \beta_0) \quad (3)$$

同样考虑 AC 段平衡方程可以得到

$$-N_{x,A} = N \sin\alpha + \mu N \cos\alpha \quad (4)$$

求解方程(2),同时带入等式(3)、(4)可以得到单位长度上的膜力  $N$  的表达式

$$N = \frac{K \left[ \frac{\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\alpha - \beta_0}{\sin(\alpha - \beta_0)} \right]}{\sin \alpha - \sin(\alpha - \beta_0) + \mu [\cos \alpha - \cos(\alpha - \beta_0)]} \quad (5)$$

式中:  $K = 2YdR \tan(\pi/n)/l$ 。当薄壁截面进入完全塑性后,其截面上的单位长度上塑性弯矩

$$M_p = Yd^2/4 \quad (6)$$

以  $B$  点为支点,考虑金属条  $BC$  段的弯矩平衡方程可以得到

$$NR \sin(\alpha - \beta_0) - \mu NR [1 - \cos(\alpha - \beta_0)] = M_p \quad (7)$$

则可以得到单位长度上膜力  $N$  的表达式为

$$N = \frac{M_p}{R \{ \sin(\alpha - \beta_0) - \mu [1 - \cos(\alpha - \beta_0)] \}} \quad (8)$$

联立方程(5)、(6)和(8),可以得到卷曲半径  $R$  的表达式为

$$R = \sqrt{\frac{\sin \alpha - \sin(\alpha - \beta_0) + \mu [\cos \alpha - \cos(\alpha - \beta_0)]}{8 \tan(\pi/n) [\alpha / \sin \alpha - (\alpha - \beta_0) / \sin(\alpha - \beta_0)] \{ \sin(\alpha - \beta_0) - \mu [1 - \cos(\alpha - \beta_0)] \}}} ld \quad (9)$$

式中:  $\beta_0$  由式(1)确定。方程(9)是一个关于  $R$  的隐式非线性方程,借助数值方法可以求解。同时考察方程(9),可以看出在不考虑应变硬化的情况下,金属条的卷曲半径与薄壁管厚度、摩擦系数及多边形边数相关,而与其他参数无关。这样在得到卷曲半径  $R$  后,代入式(1),根据式(5)就可以得到法向力  $N$  的大小。再根据薄壁管的力平衡关系,外力  $F$  的大小也可以由下式确定

$$F = -nNl(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \quad (10)$$

可以看出,由式(9)及式(10)计算得到的卷曲半径和外力的大小与临界裂纹张开位移  $\delta$  关系较大,考虑在实际的工程应用中,对于平板撕裂可以取  $\delta/d = 1 \sim 2$ ,但对于有折度板的裂纹扩展没有可以依据的理论,这里近似取平板裂纹临界值的 2 倍。

同时从能量的角度来分析,系统的总能量由塑性弯曲能、撕裂能和摩擦能组成,根据系统外力功与系统能量平衡的平衡条件,可以得到公式

$$\dot{W}_e = \dot{W}_p + \dot{W}_f + \dot{W}_t \quad (11)$$

式中:  $\dot{W}_e$ ,  $\dot{W}_p$ ,  $\dot{W}_f$ ,  $\dot{W}_t$  分别为外力功的功率、塑性弯曲能功率、摩擦能功率以及撕裂能功率。

$$\dot{W}_e = Fv, \quad \dot{W}_p = nM_p v/R, \quad \dot{W}_f = n\mu Nv \quad (12)$$

联合式(8)~(12)得到撕裂能的值。通过上述的理论分析,可以计算在准静态载荷下,任意多边形薄壁壳卷曲撕裂模型的卷曲半径、外力和撕裂能,作为本文数值计算的参考和验证。

### 3 有限元模型

对如图 1 所示的正  $n$  边形截面的薄壁管,利用 LS-DYNA 有限元计算软件进行分析。薄壳采用纯铝材料,杨氏模量  $E = 75 \text{ GPa}$ ,泊松比  $\nu = 0.3$ ,密度  $\rho = 2.7 \text{ Mg/m}^3$ ,冲头和铝管摩擦因数  $\mu = 0.2$ 。冲头为刚体,杨氏模量  $E = 210 \text{ GPa}$ ,泊松比  $\nu = 0.3$ ,铝材的塑性模型采用 Mises 应力屈服随动强化模型,材料屈服应力  $\sigma_y = 86.94 \text{ MPa}$ ,切变模量  $G = 0.5 \text{ GPa}$ 。

薄壁壳体采用 4 节点全积分 Belytschko-Tsay 薄壳单元,冲头采用实体单元,壳体为单面自动接触,冲头与壳体采用自动面面接触,壳体为单面自动接触。考虑到实际情况下,壳体撕裂一般是沿着折角线进行的,因此对于多边形截面薄壁壳模型,可以在其折角处沿壳体长度方向均匀布置焊点单元,采用焊点塑性失效准则来模拟裂纹的扩展,焊点失效采用应变失效准则(失效应变  $\epsilon_f = 0.25$ )。为了减小模型的计算量,取整个模型  $1/n$  进行分析。在折角处单元划分较细,单元长度接近其壳体厚度,以此增加计算的精度。

### 4 准静态载荷撕裂卷曲分析

选取正方形截面( $n=4$ )薄壁壳,壳体长  $H = 200 \text{ mm}$ ,边长  $l = 50 \text{ mm}$ 。由于 LS-DYNA 没有专门

的准静态分析功能,因此这里还是将冲头施加了一定的速度( $v=1\text{ m/s}$ )和质量( $m=4\text{ t}$ )来提供冲击能量,但通过减小壳体材料密度和利用 LS-DYNA 中质量缩放功能增加时间步距来尽可能模拟准静态冲击环境。

薄壁管所受外力功的大部分是由管壁撕裂生成金属条发生卷曲而产生的塑性变形能吸收的,由式(12)可以看出塑性变形能的大小直接与卷曲半径相关,因此准确计算撕裂金属条卷曲半径非常关键。图 2 给出了当薄壁厚度  $d=1.8\text{ mm}$  时,由公式(8)和 LS-DYNA 计算得到卷曲半径在不同锥角度数  $\alpha$  时的值,一般来说,随着  $\alpha$  的增加,卷曲半径减小,也就是塑性应变能增加。同时图 2 中还给出了与文献[4]中相同模型试验结果的对照,可以看出本文计算结果与试验也是相当吻合。

图 3 还给出了不同冲头锥角下 LS-DYNA 仿真结果,图中只显示了 1/4 模型。由仿真结果可以看出,锥角越小,金属条卷曲形成的圆越规整,但随着锥角的增加,在折角边缘处明显产生了大量不规则的塑性应变,使得撕裂口不如大锥度冲头产生的撕裂口光滑。这也使读取的撕裂条的卷曲半径存在误差,本文中采用在对称面上选取多组点(1 组 3 个点,计算由这三个点确定的圆半径),通过这些点计算得到卷曲半径的平均值。

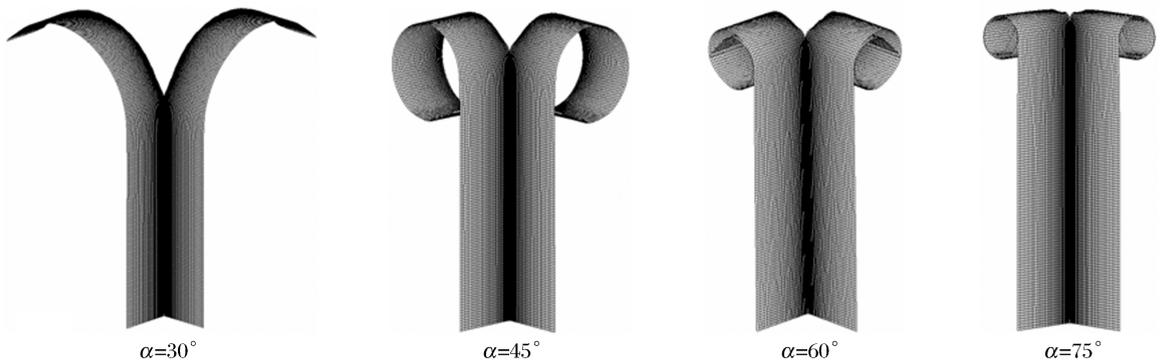


图 3 不同冲头锥角下薄壁壳的卷曲变形图

Fig. 3 Deformation of tubes under different die semi-angle

为了研究几何尺寸对卷曲半径的影响,图 4 还给出了在不同的壁厚下,卷曲半径随锥角  $\alpha$  变化的情况,其中实线为理论计算得到的卷曲半径值,离散点为 LS-DYNA 计算得到的卷曲半径,两者吻合较好。管壁的厚度对卷曲半径的影响较小,一般随着厚度的增加略有增加。图 5 给出了在不同的边数及边长下,由理论计算得到的薄壁管撕裂卷曲半径的变化情况。可以看出随着边数  $n$  和边长  $l$  的增加,卷曲半径明显增加,尤其对于边数,卷曲半径基本上呈线性增加。

外力  $F$  直接表征了结构吸能的大小,其分析也是有必要的。图 6 给出了采用 LS-DYNA 进行分析时,得到的外力的响应曲线。由于采用了离散的焊点来模拟撕裂的过程,使得实际很平缓的物理撕裂过程产生了剧烈的变化,计算得到的外力响应产生了高频率的振动。可见采用焊点失效来模拟撕裂存在难以避免的缺陷,但是从响应的曲线来看,如果过滤掉这些高频振荡,其整体趋势还是比较符合准静态分析过程。因此这里对 LS-DYNA 所计算得到的外力进行了处理,只取其响应的平均值作为分析得到的外力(图中虚线对应的数值)。为了验证两种方法计算得到的外力值的准确性,图 7 也给出了两种方法计算结果与文献[4]试验结果的比较,可以看出本文理论解与有限元及试验结果比较吻合,只是在锥

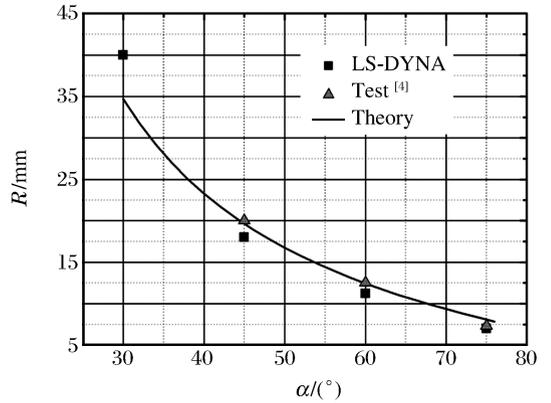


图 2 理论及数值方法得到的卷曲半径比较

Fig. 2 Comparison of curl radii between the theoretical and FEM

角较大时,计算的结果误差偏大。总体来看,本文中对准静态下薄壁管撕裂的理论分析是合理的,其数值上虽然和试验结果在某些点存在较大误差,但理论分析完全可以正确反映出各个参数对撕裂卷曲吸能的影响规律。

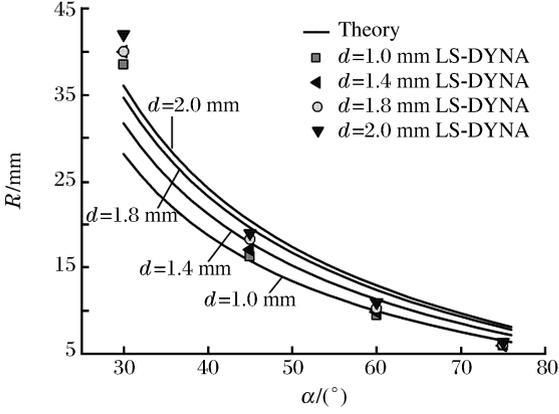


图 4 不同的壳体厚度下卷曲半径随锥角的变化

Fig. 4 Variation of the curl radii with die semi-angles

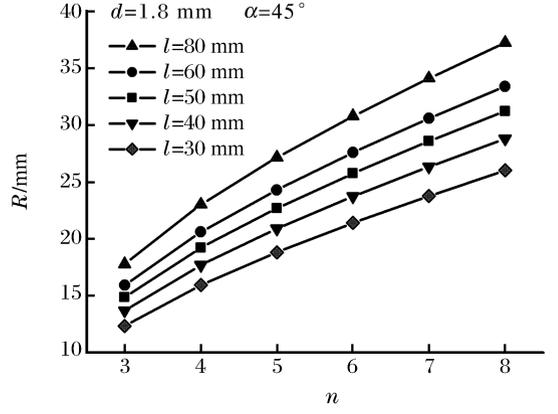


图 5 截面形状对卷曲半径的影响

Fig. 5 Influences of tube sections on the curl radii

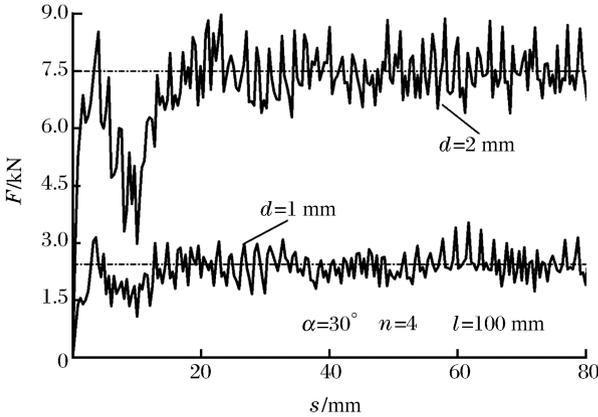


图 6 LS-DYNA 计算得到的外力的响应曲线

Fig. 6 Force-tearing displacement curves calculated with LS-DYNA

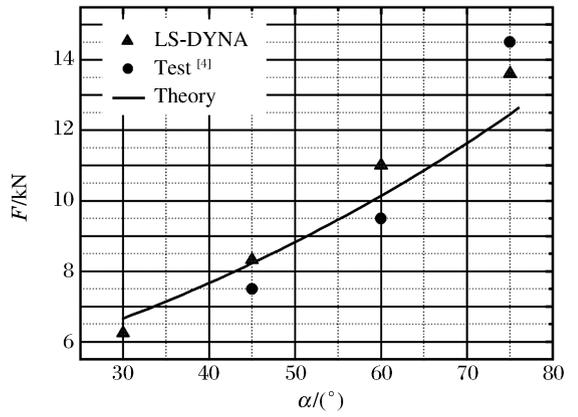


图 7 外力随锥角的变化曲线

Fig. 7 Variation of force with die semi-angles

### 5 撕裂卷曲吸能分析

为了考察不同几何截面的薄壁管的吸能性能,这里定义了单位质量的结构比吸能  $w$  表达式为

$$w = \dot{W}_e / (npld) \tag{13}$$

图 8 给出了理论方法计算得到的不同厚度薄壁壳比吸能随冲头锥角的变化情况。随着锥角的增加,比吸能增大。同时吸能大小实际反映出了外力的大小,也就是锥角越大,薄壁壳对冲头的反力也越大。另外随着薄壁壳的厚度增加,其吸能效率也显著提高,但并不是随厚度的增加线性增加,当厚度增加到一定值后,比吸能增加并不明显。

除了总的比吸能以外,摩擦能、弯曲能和撕裂能也是评判结构吸能效率的重要因素,图 9 给出了 3

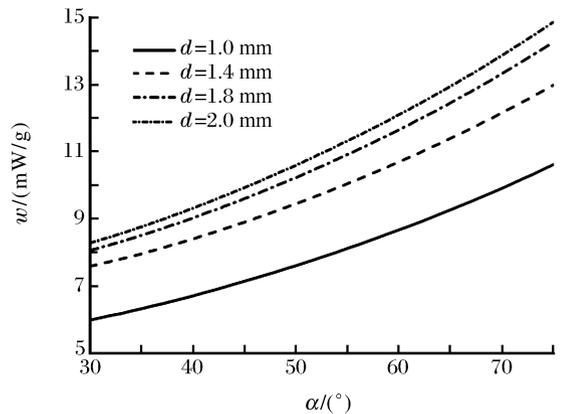


图 8 比吸能随锥角的变化曲线

Fig. 8 Variation of specific energy absorption with die semi-angles under different tube thicknesses

种能量在总耗能中的比例。撕裂能是总耗能中的主要部分,而且随着锥角的增加,撕裂能的比例基本保持在 58%左右,塑性弯曲能从 10%增加到 20%。另外随着厚度的增加,各种能量的比例变化不大,在厚度较小时,撕裂能在总耗能中所占比例略有提高,这与圆型截面管的情况略有不同<sup>[7]</sup>。可见对于正方形薄壁管,其塑性弯曲能并没有得到充分的利用,从这点来说,方形截面管的吸能效率可能不如圆管。

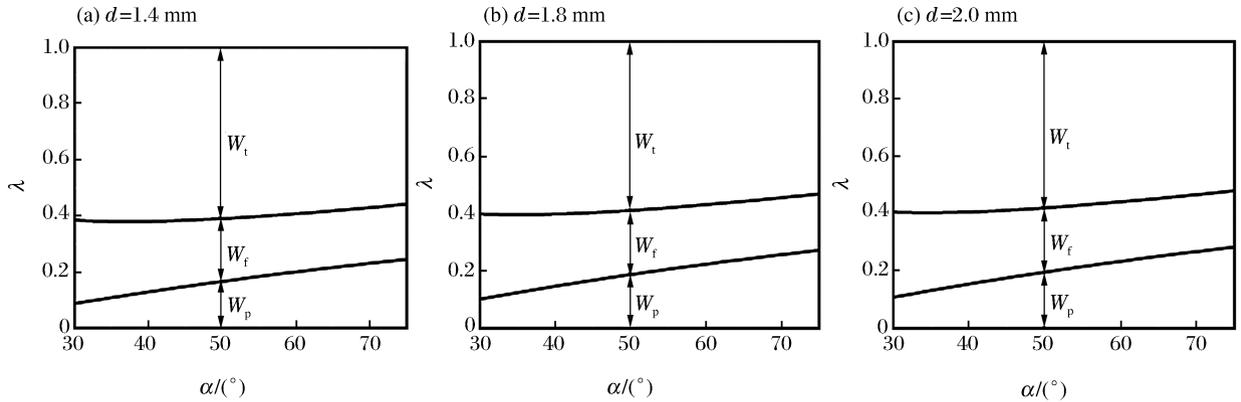


图 9 总耗能中各种能量比例

Fig. 9 Fraction of energy components in total energy absorption

为了讨论边数、边长对吸能效率的影响,这里计算了几种不同截面尺寸下结构的吸能效率,其中为了体现材料的利用率,令  $nl=200\text{ mm}$ 。图 10 给出了不同边数、厚度  $d=1.8\text{ mm}$  的薄壁壳的比吸能随锥角的变化情况。可以看出随着边数的增加,也就是随着裂纹数的增加,薄壁壳的比吸能逐渐增加,这主要是由于撕裂能在整个比吸能中占了很大部份,随着裂纹数的增加,消耗的撕裂能也越多。另外,计算结果还给出了一个有趣的现象,当截面形状为正三角形时(3 条预制裂纹),吸能效率较高。这可能是由于正三角形壳撕裂面面积大,使其消耗的撕裂能较大。

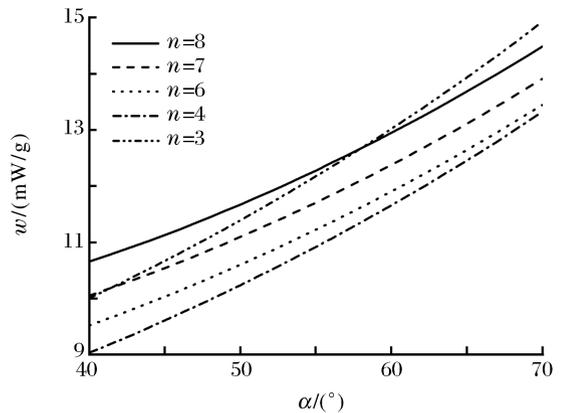


图 10 不同多边形边数的比吸能

Fig. 10 Variation of specific energy absorption with die semi-angles for different edge number

## 6 结束语

通过讨论冲头的锥形角、壳壁厚以及边数等参数对结构吸能的影响,得到以下结果:

(1)薄壁结构撕裂机理能产生非常有效吸能效果,增加壁厚以及冲头锥角能提高结构的吸能效率。

(2)在截面面积一定的情况下,增加正多边形截面的边数能提高结构的吸能效果;另外正三角形的高效率吸能特性可以为类似吸能结构的设计提供参考。

(3)本文的理论分析是一种半经验的分析,其分析表明,材料的裂纹张开位移临界值对计算结果的影响相当大,要想获得更准确理论解,必须进一步了解材料的撕裂机理。

## 参考文献:

[1] Jones N. Structural Impact[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.  
 [2] 余同希. 利用金属塑性变形原理的碰撞吸能装置[J]. 力学进展, 1986, 16(1): 28-37.  
 YU Tong-xi. Impact energy absorbing devices based upon the plastic deformation of metallic of metallic elements [J]. Advances in Mechanics, 1986, 16(1): 28-37.

- [3] Huang X, Lu G, Yu T X. On the axial splitting and curling of circular metal tubes[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002,44:2 369-2 391.
- [4] Huang X, Lu G, Yu T X. Energy absorption in splitting square metal tubes[J]. Thin-walled Structures, 2002,40: 153-165.
- [5] 王蕊,秦庆华,程国强,等.厚壁对金属圆管撕裂卷曲耗能影响的研究[J].力学学报,2005,37(2):244-248.  
WANG Rui, QIN Qing-hua, CHENG Guo-qiang, et al. Research for the influence of thickness on the energy distribution of splitting and curling circular steel tube[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005,37(2):244-248
- [6] Lu G, Ong LS, Wang B, et al. An experimental study on tearing energy in splitting square metal tubes[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1994,36(12):1 087-1 097.
- [7] Lu G, Fan H, Wang B. An experimental method for determining ductile tearing energy of thin metal sheets[J]. Metals and Materials, 1998,4(3):432-436.
- [8] Mahmudi R. Ductile tearing energy of aluminum alloy sheets determined by the single tensile testing (STT) method [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2001,118:316-320.
- [9] Mohammadi R, Mahmudi R. Ductile tearing energy of sheet metals determined by the multiple tensile testing (MTT) method[J]. International Journal of Plasticity, 2001,17:1 551-1 562.

## Energy absorption in splitting metal tubes with polygonal section

ZHANG Tao<sup>1\*</sup>, WU Ying-you<sup>2</sup>, ZHU Xian-ming<sup>2</sup>, LIU Tu-guang<sup>1</sup>

(1. Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, Hubei, China;

2. 701 Institute, Shipbuilding Research and Design Center of China,  
Wuhan 430064, Hubei, China)

**Abstract:** An investigation into the energy absorption behaviors of axially splitting thin-walled metal tubes with polygonal sections was carried out. Curl radius and crushing forces were theoretically calculated for the system under quasi-static load. Numerical solution of the energy dissipating system was obtained by LS-DYNA finite element method and compared with the theoretical results. Influences of die semi-angle, wall thickness and edge number on energy absorption of the structure were discussed by analyzing tearing energy, plastic deformation energy and frictional energy.

**Key words:** theoretical mechanics; energy absorption; finite element method; thin-walled tube with polygonal section; splitting

---

\* Corresponding author: ZHANG Tao  
E-mail address: zhangt7666@126.com  
Telephone: 86-27-87543858-810