

文章编号: 1001-1455(2007)06-0553-04

基于试验熵的火工品可靠性评估理论与方法研究*

温玉全, 洪东跑, 王 玮

(北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

摘要: 为了降低可靠性评估试验样本量, 避免计量法评估试验中由于刻度参数 σ 的估计偏差所带来的风险, 研究了火工品可靠性验证试验中数据的统计分析方法, 引入了熵, 给出了试验熵等值方程, 提出了结合产品的感度分布函数, 通过计数和计量相结合评估火工品可靠性的试验熵等值方法, 并结合某火工品的大小样本对比试验验证了该方法的正确性及可行性。研究结果表明, 使用该方法可以用较少的试验样本量, 实现对高可靠性指标要求的火工品进行可靠性评估。

关键词: 系统工程; 可靠性评估; 试验熵; 火工品; 假设检验

中图分类号: TJ450

国标学科代码: 130 · 1540

文献标志码: A

1 引 言

大量高新技术的引进, 提高了火工品的技术含量, 但其价格也更高, 可靠性要求也越来越高。如航空航天系统中的火工品, 在置信度为 0.90 或 0.95 时, 要求可靠度高于 0.999。如果用计数法评估其可靠性, 则按 GJB376-87《火工品可靠性评估方法》, 要试验 2 303 发或 2 996 发, 且必须无一失效, 不仅试验工作量大而且试验费用高, 研制方和军方都难以接受; 如果采用计量法, 如升降法, 则按 GJB/Z377A-94《感度试验用数理统计方法》对产品可靠性进行评估, 需要通过序贯试验得到火工品的感度分布, 再外推得到产品在工作刺激量处的可靠度。但感度分布中参数估计值可能有较大误差, 从而导致在工作刺激量处的可靠度估计误差较大, 给使用方带来较大风险^[1]。本文中引入熵, 给出试验熵等值方程, 将可靠性评估转化为对感度分布参数的检验, 实现在小样本下对成败型高可靠性产品的可靠性评估。

2 试验熵等值评估方法的原理

2.1 参数估计

假设某火工品的感度分布为正态分布, 即 $X \sim N(\mu, \sigma)$, 采用 GJB/Z377A-94 规定的升降法^[2]可以得到参数 μ 的估计值。由于升降法能较准确地估计参数 μ , 通过 3 组升降法试验^[3], 求其平均值 μ_0 , 一般 μ_0 可以近似看作 μ 的真值。若感度分布为正态分布, 则在刺激量 x 处的可靠度

$$R(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dt \quad (1)$$

假设某火工品的可靠性指标为: 在刺激量 x_B 处, 置信度为 $1-\alpha$ 的可靠度下限为 R_B 。则由式(1)可知对于给定的 μ , 必存在唯一的 σ_b , 满足

$$R_B = \int_0^{x_B} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_b^2}\right) dt \quad (2)$$

由式(2)可得

$$\sigma_b = (x_B - \mu) / u_{R_B} \quad (3)$$

式中: u_{R_B} 为标准正态分布的 R_B 分位点。

* 收稿日期: 2006-06-15; 修回日期: 2007-03-10

作者简介: 温玉全(1965—), 男, 博士, 副教授。

2.2 评估试验原理

为判定产品可靠性是否达到指标要求,要做如下的假设检验(显著水平为 α)

$$H_0: R(x_B) \geq R_B, \quad H_1: R(x_B) < R_B \quad (4)$$

定理 1 $\forall x > \mu, \sigma < \sigma_b \Leftrightarrow R(x, \mu, \sigma) \geq R(x, \mu, \sigma_b)$

证明:由于,当 $x - \mu > 0$ 时, $\frac{\partial R}{\partial \sigma} < 0$, $R(x)$ 关于 σ 单调递减,故定理 1 显然成立。

当刺激量 $x_B > \mu$ 时,式(4)等价于如下假设

$$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_b^2, \quad H_1: \sigma^2 > \sigma_b^2 \quad (5)$$

根据定理 1,通过在某一较低的刺激量 x_C 处进行试验,对式(5)进行检验,从而检验式(4),就可以实现对产品可靠度的评估。假设刺激量 $x_C > \mu$,由式(1)可知 $R(x_C) = F(x_C, \mu, \sigma)$ 为产品在刺激量 x_C 处的可靠度, $R_C = F(x_C, \mu, \sigma_b)$ 为产品在刺激量 x_C 处的可靠度按 $\sigma = \sigma_b$ 得到的估计值。再由定理 1 可知式(5)等价于

$$H_0: R(x_C) \geq R_C, \quad H_1: R(x_C) < R_C \quad (6)$$

故在工作刺激量 x_B 处检验 $R(x_B) \geq R_B$ 的问题,就转变为在刺激量 x_C 处检验 $R(x_C) \geq R_C$ 的问题。

在刺激量 x_C 处进行 n_C 发试验,如果无失效,则由二项分布可靠性评估的经典方法^[4],可得

$$R_L = \alpha^{1/n_C} \quad (7)$$

式中: $R_L \leq R(x_C)$, 若 $R_L \geq R_C$, 则接受式(6)中的 H_0 , 进而接受式(4)中的 H_0 ; 否则拒绝式(6)中 H_0 , 进而拒绝式(4)中的 H_0 。

2.3 试验熵等值方程

熵是随机试验结果不确定性的度量^[5],一般也称为信息熵。

设随机变量 X 的可能取值为 $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$, 而 $p_k = \{X=x_k\}$, $k=1, 2, \dots$, 则 $I(x_k) = -\lg p_k$ 称为事件 $\{X=x_k\}$ 的自信息,它表示完全确定事件 $\{X=x_k\}$ 所需的信息量。显然自信息 I 是一个随机变量,其可能的取值为 $\{-\lg p_k\}_{k=1}^{\infty}$, 而 $P\{I = -\lg p_k\} = p_k, k=1, 2, \dots$ 。自信息的数学期望

$$E\{I(x)\} = \sum_{k=1}^{\infty} p_k I(x) = - \sum_{k=1}^{\infty} p_k \lg p_k$$

是 X 的平均自信息,称为 X 的熵,记为 $H(X)$ 。

记 I_1, I_2, \dots, I_n 为来自 I 的独立样本,则样本均值 $TH = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I_j$ 是 $H(x)$ 的矩估计量。

记 I_1, I_2, \dots, I_n 的观测值为 i_1, i_2, \dots, i_n , 则 $th = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n i_j$ 为 $H(x)$ 的估计值。

由于 i_1, i_2, \dots, i_n 为试验的结果,所以称 th 为试验熵。 n 次试验总的试验熵 $th(n) = \sum_{j=1}^n i_j$ 表示 n 次试验所获得的总信息量。

在要求零失效的 n 次成败型试验中,假设产品发火概率为 R , 则 $th = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (-\lg R) = -\lg R$, n 次试验总的试验熵 $th(n) = -n \lg R$ 。

由于 $R_C < R_B$, 所以 $-\lg R_C > -\lg R_B$, 即在低刺激量处进行一次试验比在高刺激量处进行一次试验可以获得更多的信息。为了在低刺激量 x_C 处试验,以验证在高刺激量 x_B 处的可靠度,要求在两个刺激量处试验所获得的信息量相等是合理的,因此要求在两个刺激量处的试验熵相等,即

$$-n_C \lg R_C = -n_B \lg R_B \quad (8)$$

式(8)被称为试验熵等值方程,其中 n_C 为刺激量 x_C 处的试验样本量,而 n_B 为按式(7)计算的在刺激量 x_B 处的试验样本量。

3 评估方法的实施步骤

若火工品的感度分布为正态分布(或通过变换后为正态分布) $N(\mu, \sigma)$, 可靠性指标为:在置信度

$1-\alpha$ 下,在工作刺激量 x_B 处,可靠度为 R_B 。

首先通过 3 组升降法试验,分别求得参数 μ 的估计值,再求 3 个估计值的平均值,得到 μ_0 。由规定的可靠度指标,用式(3)计算 σ_b ,用式(7)计算试验样本量 n_B 。通过式(8)的试验熵等值方程可以确定多组 (n_C, R_C) 。在实际工程中,可以由生产方和使用方在满足 $x_C > \mu$ 的要求时,协商确定其中的一组用于计算刺激量,其中 x_C 根据式(3)得 $x_C = \mu + \sigma_b u_{R_C}$ 。然后,抽取 n_C 发产品在刺激量 x_C 处进行试验,如无失效,则认为该批产品的可靠性水平达到指标要求,接收;否则拒收。

4 实 例

某撞击火帽要求可靠性指标: $\gamma=0.90, R \geq 0.999$;发火刺激量:落锤质量为 $(388 \pm 1)g$,落高 $0.1m$ 。

4.1 试验熵等值方法评估

根据火工品感度分布模型研究结果,其感度分布服从对数正态分布^[6]。因其感度分布参数 μ 未知,故先进行了 3 组升降法试验,每组试验样本量为 50 发,试验数据列于表 1 中,其中 x 表示刺激量, n_s 表示发火数, n_f 表示不发火数。采用 GJB/Z377A-94 规定的数据处理方法由表 1 求出 3 组升降法分布参数估计值 $\hat{\mu}$ 分别为 1.563,1.580,1.611,则 $\hat{\mu}$ 的 3 组平均值 $\bar{\mu}=1.585$ 。根据产品的技术指标及 $\bar{\mu}$,由式(3)可得 $\sigma_b=0.232$ 。根据该火工品的可靠性指标和式(7)试验熵等值方程可以确定多组 (n_C, R_C) ,由生产方和使用方协商确定 $n_C=45, R_C=0.95$ 。由式(8)可得验证试验刺激量 $x_C=7.15 cm$ 。在 $x_C=7.15 cm$ 处试验产品 45 发,全部发火,表明该产品的可靠度达到了指标要求。

表 1 升降法试验数据

Table 1 Three groups of up-and-down test data

| 序号 | x/cm | n_s | n_f | 序号 | x/cm | n_s | n_f | 序号 | x/cm | n_s | n_f |
|----|--------|-------|-------|----|--------|-------|-------|----|--------|-------|-------|
| 1 | 3.8 | 0 | 3 | 2 | 3.5 | 0 | 1 | 3 | 4.2 | 0 | 3 |
| | 4.4 | 3 | 16 | | 4.0 | 1 | 3 | | 4.6 | 3 | 10 |
| | 5.0 | 16 | 6 | | 4.5 | 3 | 10 | | 5.0 | 10 | 7 |
| | 5.6 | 6 | 0 | | 5.0 | 10 | 11 | | 5.4 | 7 | 5 |
| | | | | | 5.5 | 11 | 0 | | 5.8 | 5 | 0 |

4.2 用大样本步进方法评估

由于步进法试验样本量较大,且参数估计较稳定,因此实际工程中也把步进法称为大样本法。根据步进法试验数据估计分布参数,求出满足可靠性指标的刺激量上限,结合产品的技术指标,就可判定产品是否达到了可靠性指标要求。某撞击火帽的步进法试验数据见表 2,其中 n 表示试验数。从表 2 可见,发火率 n_s/n 满足 $r_1 < r_2 \leq r_3 \dots \leq r_{k-1} < 1$,表明本步进法试验满足 GJB/Z377A 中规定的步进法试验完成的条件。

表 2 某火帽步进法试验数据

Table 2 Run-down method test data of one primer cap

| x/cm | n | n_s | n_s/n | x/cm | n | n_s | n_s/n |
|--------|-----|-------|---------|--------|-----|-------|---------|
| 3.0 | 400 | 1 | 0.002 5 | 5.5 | 200 | 166 | 0.830 0 |
| 3.5 | 200 | 4 | 0.020 0 | 6.0 | 200 | 185 | 0.925 0 |
| 4.0 | 200 | 34 | 0.170 0 | 6.5 | 200 | 192 | 0.960 0 |
| 4.5 | 200 | 59 | 0.245 0 | 7.0 | 200 | 198 | 0.990 0 |
| 5.0 | 200 | 103 | 0.515 0 | 7.5 | 400 | 397 | 0.992 5 |

采用极大似然原理对感度分布的参数进行了估计,得到 $\hat{\mu}=1.575, \hat{\sigma}=0.165$,由此计算得到对应可靠性指标刺激量的区间估计的上限 $\hat{x}_{0.999u}=8.08 cm$ 。由于 $\hat{x}_{0.999u}=8.08 cm < 10 cm$,故可判断该产品发火可靠度达到了指标要求。该评估结果与本文中提出的试验熵等值方法所得到的评估结果一致。

5 结 论

本文中提出了试验熵等值方程,结合感度分布函数,通过对分布参数 σ 的检验,将计数法和计量法相结合,实现了在小样本条件下对高可靠度指标要求的火工品的可靠性评估。该方法克服了计数法评估试验样本量大的缺陷,也避免了计量法评估中由于刻度参数 σ 的估计偏差所带来的风险。同时,通过以某火工品为例进行大小样本对比试验,验证了本方法的正确性和可行性。

参考文献:

- [1] 钟海芳,田煜斌,蔡瑞娇.感度变量分布类型[J].火工品,1998(3):1-6.
ZHONG Hai-fang, TIAN Yu-bin, CAI Rui-jiao. Simulation of the sensitivity response curve[J]. Initiators and Pyrotechnics, 1998(3):1-6.
- [2] GJB/Z377A-94.感度试验用数理统计方法[S].北京:国防科工委军标出版发行部,1995.
- [3] 董海平,蔡瑞娇,严楠,等.计算机模拟升降法试验随机数产生与统计检验[J].爆炸与冲击,2004,24(1):49-53.
DONG Hai-ping, CAI Rui-jiao, YAN Nan, et al. Generation and verification of random numerical seriesivity test [J]. Explosion and Shock Waves, 2004,24(1):49-53.
- [4] 周源泉,翁朝曦.可靠性评定[M].北京:科学出版社,1990:65.
- [5] Gray R M. Entropy and Information Theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1990:21-31.
- [6] 董海平.燃爆产品可靠性评估方法研究[D].北京:北京理工大学,2002.

Study on theory and method of reliability assessment of explosive initiator based on testing entropy

WEN Yu-quan^{*}, HONG Dong-pao, WANG Wei

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: To decrease testing samples and avoid the risk caused by estimated error of scale factor σ , a new statistical method was introduced in the tests on reliability assessment of explosive initiator. The concept of entropy was presented and the equation of testing entropy equivalence was given. This testing entropy equivalence method for assessing reliability of explosive initiator was put forward according to the distribution function of sensitivity and application of go/no-go and sequential methods together. The feasibility and correctness were validated in the control tests of detonator reliability assessment with large samples compared with small samples. Results show that reliability of explosive initiator with high index can be assessed in small samples.

Key words: system engineering; reliability assessment; testing entropy; explosive initiator; hypothesis testing

* Corresponding author: WEN Yu-quan
E-mail address: wyquan@bit.edu.cn
Telephone: 86-10-68915857