

文章编号: 1001-1455(2008)01-0044-06

激光辐照下多层圆柱体中 三维瞬态温度场的解析解*

尹益辉¹, 王伟平², 陈裕泽¹

(1. 中国工程物理研究院结构力学研究所, 四川 绵阳 621900;

2. 中国工程物理研究院流体物理研究所, 四川 绵阳 621900)

摘要: 考虑外表面的气流影响和层间温度与传热的协调关系, 建立了激光辐照下, 层合圆柱体中的三维瞬态热传导解析模型。利用特征值法和 Bessel 函数, 导出了各层柱体中三维瞬态温度场的封闭解析解。以一维轴对称问题为例计算了柱体中的瞬态温度场, 给出了柱体内部温度随时间的变化和柱体表面换热系数对温度场的影响规律。本文的理论解可进一步用于分析层合圆柱体中的三维瞬态热-力效应, 并可作为相应问题的数值模拟中数值模型的修正依据。

关键词: 爆炸力学; 解析解; 激光辐照; 层合圆柱体; 瞬态温度场

中图分类号: O389

国标学科代码: 130 · 3599

文献标志码: A

1 引言

强激光辐照快速加热对空间飞行器的工作性能具有怎样的影响是相关飞行器结构设计者必须关心的问题, 在学科上该问题是一个典型的热力耦合问题。要对这一问题进行正确分析, 首先必须对结构的温度场进行准确计算。作为飞行器助推段的特征结构—柱壳结构在强激光辐照下的温度场问题, 赵剑衡等^[1]、王玉恒等^[2]、袁红等^[3]分别采用有限元方法, 计及材料参数随温度变化的关系, 数值模拟了强激光辐照下柱壳上温度场的变化和分布情况, 并对热传导系数等参数随温度的变化对温度场造成的影响、柱壳的不同旋转频率对柱壳温度场分布的影响等进行了研究, 给出了相应的结果。吴非等^[4]运用傅立叶级数展开法推导了在不同运动模式激光源作用下圆柱薄壳温度场的解析表达式, 并对其解析表达式进行了编程计算, 对圆柱薄壳在四种不同运动模式激光源辐照下的温度场分布进行了分析, 给出了光源相对柱壳的旋转角速度与平动速度对圆柱壳温升分布的影响。但已有的研究还很少涉及多层柱体的三维瞬态温度场问题^[5-6], 并且已有的针对柱壳的数值模拟研究也还有必要进行相应的解析理论研究, 以便对数值模拟模型予以确认。本文中针对该问题, 考虑外表面的气流作用, 建立理论模型并求解得到结构中三维瞬态温度场的解析解。这些理论解, 可以用于分析飞行器结构中的热传导规律, 并为进一步的结构热-力效应的理论分析提供前提, 同时为相关问题的数值模拟提供数值模型修正的依据。

2 热传导初、边值问题的物理-数学模型

以三层层合圆柱体为例进行分析, 设圆柱体长为 $2L$, 各层材料分别是均质各向同性的。所建柱坐标系及结构横截面尺寸如图 1 所示, 坐标原点在柱体轴线的中点。

设表面上激光束的中心与径向坐标 r 轴重合, 即强激光加热区域在 $z=0$ 附近, 它在柱体外表面处的强度为 $I(\theta, z, t)$ 。略去强激光与物质相互作用过程, 将它等效为一个强度为 $I(\theta, z, t)$ 的外界热流源。又设气流与圆柱体外表面换热用对流换热系数 h 表示。

设 R_1 柱面和 R_2 柱面上的热流密度分别为 $q_1(\theta, z, t)$ 和 $q_2(\theta, z, t)$, 并设问题关于 roz 面 ($\theta=0$) 和

* 收稿日期: 2006-06-29; 修回日期: 2006-10-12

作者简介: 尹益辉(1965—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师。

$r\theta(z=0)$ 对称, 则只需求解区域 $0 \leq z \leq L, 0 \leq \theta \leq \pi, R_0 \leq r \leq R_3$ 中的温度场。这里, 当柱体为实心时, $R_0=0$ 。

假设多层圆柱体中初始温度均匀, 长径比足够大。这样, 因强激光加热区域在 $z=0$ 附近, 则 $z = \pm L$ 端面离激光加热区域足够远。再设所研究的瞬态温度场变化的时间足够短, 以致边界温度不受影响。故可假设 $z = \pm L$ 端面为等温条件。这样由 Fourier 热传导定律及问题的对称性, 可得到各层的热传导方程、初值条件和边界 $z=0, L$ 与 $\theta=0, \pi$ 上的边界条件为

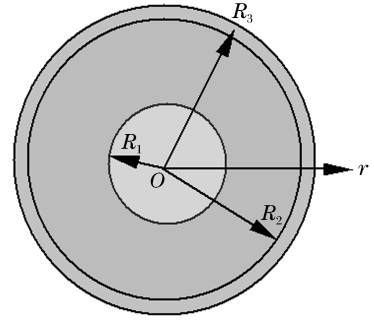


图 1 多层圆柱体的横截面

Fig. 1 The cross-section of the cylinder

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_i}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} = \frac{1}{a_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} \\ T_i(r, \theta, z, 0) = T_0 \\ \frac{\partial T_i(r, \theta, 0, t)}{\partial z} = 0 \\ T_i(r, \theta, L, t) = T_0 \\ \frac{\partial T_i(r, 0, z, t)}{\partial \theta} = \frac{\partial T_i(r, \pi, z, t)}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

以及各层径向边界上的边界条件为

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = q_1(\theta, z, t) \quad (2)$$

$$\begin{cases} k_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = -q_1(\theta, z, t) \\ -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = q_2(\theta, z, t) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} k_3 \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = -q_2(\theta, z, t) \\ \left[k_3 \frac{\partial T_3}{\partial r} + h(T_3 - T_0) \right]_{r=R_3} = -q_3(\theta, z, t) = I(\theta, z, t) \end{cases} \quad (4)$$

式中: $i=1, 2, 3$ 分别对应于内层、中层和外层; $a_i = k_i / (\rho_i c_i)$, ρ_i 为密度, c_i 为比热容, k_i 为导热系数, h 为外表面的对流换热系数。

将式(1)与式(2)、式(3)和式(4)结合分别得到内、中和外层的瞬态热传导控制方程。然后引入量纲一参量 $\bar{r} = r/R_3, \bar{z} = z/R_3, \bar{t} = a_3 t/R_3^2, \bar{T}_i = (T_i - T_0)/T_0, \bar{h} = hR_3/k_3, \bar{I} = IR_3/(T_0 k_3), \bar{q}_1 = q_1 R_3/(T_0 k_1)$ 和 $\bar{q}_2 = q_2 R_3/(T_0 k_2)$, 将热传导方程和初、边值条件量纲一化, 得到问题的数学模型为

$$\begin{cases} \frac{a_3}{a_i} \frac{\partial u_i}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial u_i}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial \bar{z}^2} + f_i(\bar{r}, \theta, \bar{z}, \bar{t}) \\ u_i(\bar{r}, \theta, \bar{z}, 0) = 0, \quad \frac{\partial u_i(\bar{r}, \theta, 0, \bar{t})}{\partial \bar{z}} = 0 \\ u_i(\bar{r}, \theta, L/R_3, \bar{t}) = 0, \quad \frac{\partial u_i(\bar{r}, 0, \bar{z}, \bar{t})}{\partial \theta} = \frac{\partial u_i(\bar{r}, \pi, \bar{z}, \bar{t})}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=R_1/R_3} = 0, \quad \begin{cases} \frac{\partial u_2}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=R_1/R_3} = 0 \\ \frac{\partial u_2}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=R_2/R_3} = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{\partial u_3}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=R_2/R_3} = 0 \\ \left(\frac{\partial u_3}{\partial \bar{r}} + \bar{h} u_3 \right) \Big|_{\bar{r}=1} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\begin{cases} u_1 = \bar{T}_1 + \bar{q}_1 \bar{r}, & u_2 = \bar{T}_2 + \frac{R_3}{2(R_2 - R_1)} \left[\bar{q}_2 \left(\bar{r} - \frac{R_1}{R_3} \right)^2 - \frac{k_1 \bar{q}_1}{k_2} \left(\bar{r} - \frac{R_2}{R_3} \right)^2 \right] \\ u_3 = \bar{T}_3 - \frac{R_3}{2(R_3 - R_2)} \frac{k_2 \bar{q}_2}{k_3} (\bar{r} - 1)^2 - \frac{1}{h} \bar{I}(\theta, \bar{z}, \bar{t}) \end{cases} \quad (7)$$

而

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{a_3 \bar{r}}{a_1} \frac{\partial \bar{q}_1}{\partial \bar{t}} - \frac{\bar{q}_1}{\bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial^2 \bar{q}_1}{\partial \theta^2} - \bar{r} \frac{\partial^2 \bar{q}_1}{\partial \bar{z}^2} \\ f_2 &= \frac{a_3}{a_2} \frac{R_3}{2(R_2 - R_1)} \left[\frac{\partial \bar{q}_2}{\partial \bar{t}} \left(\bar{r} - \frac{R_1}{R_3} \right)^2 - \frac{k_1}{k_2} \frac{\partial \bar{q}_1}{\partial \bar{t}} \left(\bar{r} - \frac{R_2}{R_3} \right)^2 \right] - \\ &\quad \frac{R_3}{R_2 - R_1} \left(\bar{q}_2 - \frac{k_1 \bar{q}_1}{k_2} \right) - \frac{1}{\bar{r}} \frac{R_3}{R_2 - R_1} \left[\bar{q}_2 \left(\bar{r} - \frac{R_1}{R_3} \right) - \frac{k_1 \bar{q}_1}{k_2} \left(\bar{r} - \frac{R_2}{R_3} \right) \right] - \\ &\quad \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{R_3}{2(R_2 - R_1)} \left[\frac{\partial^2 \bar{q}_2}{\partial \theta^2} \left(\bar{r} - \frac{R_1}{R_3} \right)^2 - \frac{\partial^2 \bar{q}_1}{\partial \theta^2} \frac{k_1}{k_2} \left(\bar{r} - \frac{R_2}{R_3} \right)^2 \right] - \\ &\quad \frac{R_3}{2(R_2 - R_1)} \left[\frac{\partial^2 \bar{q}_2}{\partial \bar{z}^2} \left(\bar{r} - \frac{R_1}{R_3} \right)^2 - \frac{\partial^2 \bar{q}_1}{\partial \bar{z}^2} \frac{k_1}{k_2} \left(\bar{r} - \frac{R_2}{R_3} \right)^2 \right] \\ f_3 &= -\frac{R_3}{2(R_3 - R_2)} \frac{k_2}{k_3} \frac{\partial \bar{q}_2}{\partial \bar{t}} (\bar{r} - 1)^2 - \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{I}}{\partial \bar{t}} + \frac{R_3}{R_3 - R_2} \frac{k_2}{k_3} \bar{q}_2 + \frac{1}{\bar{r}} \frac{R_3}{R_3 - R_2} \frac{k_2}{k_3} \bar{q}_2 (\bar{r} - 1) + \\ &\quad \frac{1}{\bar{r}^2} \left[\frac{R_3}{2(R_3 - R_2)} \frac{k_2}{k_3} \frac{\partial^2 \bar{q}_2}{\partial \theta^2} (\bar{r} - 1)^2 + \frac{1}{h} \frac{\partial^2 \bar{I}}{\partial \theta^2} \right] + \frac{R_3}{2(R_3 - R_2)} \frac{k_2}{k_3} \frac{\partial^2 \bar{q}_2}{\partial \bar{z}^2} (\bar{r} - 1)^2 + \frac{1}{h} \frac{\partial^2 \bar{I}}{\partial \bar{z}^2} \end{aligned}$$

另外在推导式(5)和式(6)的过程中用到了条件

$$\bar{q}_i(\theta, \bar{z}, 0) = \frac{\partial \bar{q}_i(\theta, 0, \bar{t})}{\partial \bar{z}} = \bar{q}_i(\theta, L/R_3, \bar{t}) = \frac{\partial \bar{q}_i(0, \bar{z}, \bar{t})}{\partial \theta} = \frac{\partial \bar{q}_i(\pi, \bar{z}, \bar{t})}{\partial \theta} = 0 \quad i=1,2 \quad (8)$$

3 特征值法求初、边值问题的解析解

3.1 齐次方程齐次边值问题的特征解

设 $u_i(\bar{r}, \theta, \bar{z}, \bar{t}) = F(\bar{t})Z(\bar{z})R(\bar{r})\Theta(\theta)$, 用分离变量法^[7]求解控制方程(5)~(6), 可得到特征函数

$$Z_n(\bar{z})\Theta_m(\theta)R_m^i(\bar{r}) = \cos\left(\frac{R_3}{L} \frac{2n-1}{2} \pi \bar{z}\right) \cos(m\theta) R_m^i(\bar{r}) \quad (9)$$

式中: $n=1,2,\dots; m=0,1,2,\dots; k=1,2,\dots; i=1,2,3$; 其中 $R_m^k(\bar{r})$ ($i=1,2,3$) 分别为

$$\begin{aligned} R_m^1(\bar{r}) &= J_m(\beta_m^1 \bar{r}), \quad R_m^2(\bar{r}) = -\frac{Y'_m(\beta_m^2 R_2/R_3)}{J'_m(\beta_m^2 R_2/R_3)} J_m(\beta_m^2 \bar{r}) + Y_m(\beta_m^2 \bar{r}), \\ R_m^3(\bar{r}) &= -\frac{Y'_m(\beta_m^3 R_2/R_3)}{J'_m(\beta_m^3 R_2/R_3)} J_m(\beta_m^3 \bar{r}) + Y_m(\beta_m^3 \bar{r}) \quad m=0,1,\dots; k=1,2,\dots \end{aligned} \quad (10)$$

这里 $J_m(x)$ 和 $Y_m(x)$ 分别是第一和第二类 m 阶 Bessel 函数, 而 β_m^k 是特征方程

$$J_1\left(\beta_0 \frac{R_1}{R_3}\right) = 0, \quad J_{m-1}\left(\beta_m \frac{R_1}{R_3}\right) - J_{m+1}\left(\beta_m \frac{R_1}{R_3}\right) = 0 \quad m=0,1,\dots \quad (11)$$

的特征值序列; β_m^k 是特征方程

$$J'_m\left(\beta_m^2 \frac{R_1}{R_3}\right) Y'_m\left(\beta_m^2 \frac{R_2}{R_3}\right) - J'_m\left(\beta_m^2 \frac{R_2}{R_3}\right) Y'_m\left(\beta_m^2 \frac{R_1}{R_3}\right) = 0 \quad m=0,1,2,\dots \quad (12)$$

的特征值序列; β_m^k 是特征方程

$$J'_m\left(\beta_m^3 \frac{R_2}{R_3}\right) [\beta_m^3 Y'_m(\beta_m^3) + h Y_m(\beta_m^3)] - Y'_m\left(\beta_m^3 \frac{R_2}{R_3}\right) [\beta_m^3 J'_m(\beta_m^3) + h J_m(\beta_m^3)] = 0 \quad m=0,1,2,\dots \quad (13)$$

的特征值序列。

3.2 非齐次问题的解

设 $u_i(\bar{r}, \theta, \bar{z}, \bar{t}) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} G_{mnk}^i(\bar{t}) R_m^k(\bar{r}) \Theta_m(\theta) Z_n(\bar{z})$ ，将它代入式(5)的非齐次方程并求解，得到

$$G_{mnk}^i(0) = 0, G_{mnk}^i(\bar{t}) = \frac{a_i}{a_3 H_{mnk}} \int_0^{\bar{t}} F_{mnk}^i(\bar{t}_1) \exp\left\{ \frac{a_i}{a_3} \left[(\beta_m^k)^2 + \left(\frac{R_3}{L} \frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 \right] (\bar{t}_1 - \bar{t}) \right\} d\bar{t}_1 \quad (14)$$

式中： $i=1, 2, 3$; $F_{mnk}^i = \int_0^{L/R_3} \int_0^{\pi} \int_{R_{i-1}/R_3}^{R_i/R_3} \bar{r} f_i R_m^k \Theta_m Z_n d\bar{r} d\theta d\bar{z}$; $H_{mnk} = \int_0^{L/R_3} \int_0^{\pi} \int_{R_{i-1}/R_3}^{R_i/R_3} \bar{r} (R_m^k)^2 \Theta_m^2 Z_n^2 d\bar{r} d\theta d\bar{z}$ 。

然后将式(14)代入 $u_i(\bar{r}, \theta, \bar{z}, \bar{t}) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} G_{mnk}^i(\bar{t}) R_m^k(\bar{r}) \Theta_m(\theta) Z_n(\bar{z})$ ，再代入式(7)，求解可得到

$$\begin{cases} \bar{T}_1 = -\bar{q}_1 \bar{r} + \sum_{n=1}^1 \sum_{m=0}^1 \sum_{k=1}^1 G_{mnk}^1 R_m^k \Theta_m Z_n \\ \bar{T}_2 = -\frac{R_3}{2(R_2 - R_1)} \left[\bar{q}_2 \left(\bar{r} - \frac{R_1}{R_3} \right)^2 - \frac{k_1}{k_2} \bar{q}_1 \left(\bar{r} - \frac{R_2}{R_3} \right)^2 \right] + \sum_{n=1}^2 \sum_{m=0}^2 \sum_{k=1}^2 G_{mnk}^2 R_m^k \Theta_m Z_n \\ \bar{T}_3 = \frac{R_3}{2(R_3 - R_2)} \frac{k_2}{k_3} \bar{q}_2 (\bar{r} - 1)^2 + \frac{1}{h} \bar{I}(\theta, \bar{z}, \bar{t}) + \sum_{n=1}^3 \sum_{m=0}^3 \sum_{k=1}^3 G_{mnk}^3 R_m^k \Theta_m Z_n \end{cases} \quad (15)$$

上述 $\bar{T}_i (i=1, 2, 3)$ 中，尚含有待定变量 $\bar{q}_1(\theta, \bar{z}, \bar{t})$ 和 $\bar{q}_2(\theta, \bar{z}, \bar{t})$ ，它们可利用界面条件

$$\begin{cases} \bar{T}_1(\bar{q}_1) |_{\bar{r}=R_1/R_3} = \bar{T}_2(\bar{q}_1, \bar{q}_2) |_{\bar{r}=R_1/R_3} \\ \bar{T}_2(\bar{q}_1, \bar{q}_2) |_{\bar{r}=R_2/R_3} = \bar{T}_3(\bar{q}_2, \bar{I}) |_{\bar{r}=R_2/R_3} \end{cases} \quad (16)$$

确定。其方法是将 $\bar{I}(\theta, \bar{z}, \bar{t})$ 、 $\bar{q}_1(\theta, \bar{z}, \bar{t})$ 和 $\bar{q}_2(\theta, \bar{z}, \bar{t})$ 展成 θ 和 \bar{z} 的双重三角级数，然后代入式(15)，再代入界面条件式(16)确定各展式中的系数，即得到 \bar{q}_1 和 \bar{q}_2 ，进而最终得到圆柱体中的温度场解

$$T_i(r, \theta, z, t) = T_0 \bar{T}_i(\bar{r}, \theta, \bar{z}, \bar{t}) + T_0 \quad i=1, 2, 3 \quad (17)$$

3.3 解的收敛性分析与正确性的回代检验

以解(15)中的第一式为例来讨论解的收敛性，其他两式的相关讨论与之类似。将解(15)中的第一式改写为

$$\bar{T}_1 = -\bar{q}_1 \bar{r} + \frac{a_1}{a_3} \int_0^{\bar{t}} \sum_{n=1}^1 \sum_{m=0}^1 \sum_{k=1}^1 \frac{F_{mnk}^1(\bar{t}_1)}{H_{mnk}} \exp\left\{ \frac{a_1}{a_3} \left[(\beta_m^k)^2 + \left(\frac{R_3}{L} \frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 \right] (\bar{t}_1 - \bar{t}) \right\} R_m^k \Theta_m Z_n d\bar{t}_1 \quad (18)$$

式(18)中，因为 $\bar{t}_1 - \bar{t} \leq 0$ ，所以对所有的 m, n, k 都有

$$0 < \exp\left\{ \frac{a_1}{a_3} \left[(\beta_m^k)^2 + \left(\frac{R_3}{L} \frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 \right] (\bar{t}_1 - \bar{t}) \right\} \leq 1 \quad (19)$$

又因为 $\sum_{n=1}^1 \sum_{m=0}^1 \sum_{k=1}^1 \frac{F_{mnk}^1(\bar{t}_1)}{H_{mnk}} R_m^k \Theta_m Z_n = f_1$ ，所以该式左边的级数是收敛的。这样，将该级数各项乘以一个不大于 1 的正数后，所得级数同样是收敛的，即级数

$$\sum_{n=1}^1 \sum_{m=0}^1 \sum_{k=1}^1 \frac{F_{mnk}^1(\bar{t}_1)}{H_{mnk}} \exp\left\{ \frac{a_1}{a_3} \left[(\beta_m^k)^2 + \left(\frac{R_3}{L} \frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 \right] (\bar{t}_1 - \bar{t}) \right\} R_m^k \Theta_m Z_n$$

是收敛的。再由于式(18)中，积分号和级数求和符号是可交换的，因此，级数

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^M \sum_{k=1}^K \frac{F_{mnk}^1(\bar{t}_1)}{H_{mnk}} \exp\left\{ \frac{a_1}{a_3} \left[(\beta_m^k)^2 + \left(\frac{R_3}{L} \frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 \right] (\bar{t}_1 - \bar{t}) \right\} R_m^k \Theta_m Z_n d\bar{t}_1$$

是收敛的，即解(15)中的第一式是收敛的。

将式(17)代入式(1)~(4)，并利用 Bessel 函数的带权 \bar{r} 的正交性和三角函数的正交性，以及特征函数式(10)与 Bessel 微分方程等的关系，可检验所得含有待定变量 $\bar{q}_1(\theta, \bar{z}, \bar{t})$ 和 $\bar{q}_2(\theta, \bar{z}, \bar{t})$ 的温度场解满足原控制方程。再根据求解过程和回代检验过程各环节都具有唯一性的特点，可确认所得解也具有唯

一性。这样,最终的解(17)既满足原控制方程,又是原控制方程的唯一解,因此该解是正确的。

4 一维问题的计算分析

4.1 问题简介

在实际情况下,圆柱形飞行器在飞行过程中可能高速旋转,当旋转周期与激光辐照时间或热传导特征时间相比很短时,近似分析时就可将该热传导问题考虑为轴对称问题。有鉴于此,这里作为一个简要算例,计算柱体外表面被均匀辐照且柱体长度方向温度保持均匀的轴对称一维热传导问题,并直接取 $q_1(t) = 0$, 即 $\bar{q}_1(\bar{t}) = 0$ 。这样 $\bar{q}_2(\bar{t})$ 和 $T_i(r, t) = T_0 \bar{T}_i(\bar{r}, \bar{t}) + T_0$ ($i = 1, 2, 3$) 的求解公式容易由第 3 部分中的简化得到。

4.2 结构和材料参数

取如下计算参数: $R_1 = 5 \text{ mm}$, $R_2 = 170 \text{ mm}$, $R_3 = 172 \text{ mm}$, $\rho_2 = 1.735 \text{ g/cm}^3$, $\rho_3 = 2.8 \text{ g/cm}^3$, $c_2 = 1.15 \text{ J/(g} \cdot \text{°C)}$, $c_3 = 0.96 \text{ J/(g} \cdot \text{°C)}$, $k_2 = 159.5 \text{ W/(m} \cdot \text{°C)}$, $k_3 = 193 \text{ W/(m} \cdot \text{°C)}$, $T_0 = 27 \text{ °C}$ 。

4.3 计算结果与分析

不同功率密度激光辐照下,在同一时刻、柱体上相同位置处的温升计算结果如表 1 所示,计算中换热系数 $\bar{h} = 0.01$, 由表 1 可见温度随激光功率密度线性增加,随时间非线性增大。

空气自然对流和强制对流的换热系数取值为 $3 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-2} \text{ W/(cm}^2 \cdot \text{°C)}$, 参照这一范围,取不同的换热系数,计算功率密度 $I = 2 \text{ MW/m}^2$ 的热流束连续加热下,一些代表性时刻柱体表面的温度,所得结果见表 2。从表 2 可看出,换热系数越大,温度越小。当加热时间很短时(小于 100 ms), 换热系数的影响几乎可以忽略;当加热持续时间较长时(超过 100 ms), 换热系数对温度有影响,但不很大。

当然,基于本文解析公式,也可以计算分析其他参数对柱体中瞬态温度场的影响,但解析计算工作比较繁琐,在此不再赘述。

表 1 温度随时间和激光功率密度的变化

Table 1 Change of temperature with laser power density and time

\bar{t}	\bar{r}	$\Delta T/\text{°C}$		\bar{t}	\bar{r}	$\Delta T/\text{°C}$	
		$\bar{I} = 33$	$\bar{I} = 330$			$\bar{I} = 33$	$\bar{I} = 330$
1.213 5		0.013 4	0.134 1	1.213 5		3.020 3	30.203 0
2.427 0	0.03	0.250 6	2.506 4	2.427 0	1.0	4.391 3	43.913 4
3.640 5		0.745 6	7.455 6	3.640 5		5.435 6	54.356 0

表 2 换热系数对表面温度的影响

Table 2 Effect of heat-exchange coefficient on surface temperature

\bar{h}	$T/\text{°C}$					
	$t = 1 \text{ ms}$	$t = 10 \text{ ms}$	$t = 100 \text{ ms}$	$t = 1\,000 \text{ ms}$	$t = 2\,000 \text{ ms}$	$t = 3\,000 \text{ ms}$
0.003	30.124 8	36.908 0	71.128 6	405.899 2	777.392 4	1 148.388
0.006	30.124 8	36.908 0	71.126 0	405.770 8	776.903 4	1 147.306
0.01	30.124 8	36.908 0	71.124 2	405.611 7	776.275 3	1 145.902
0.05	30.124 2	36.905 5	71.096 0	403.944 0	769.876 0	1 131.746
1.0	30.124 2	36.903 6	71.061 4	401.880 0	761.992 0	1 114.410

5 结 论

本文中考虑外表面的气流影响和各层间温度和传热的协调关系,建立了激光辐照加热下,层合圆柱体中的三维瞬态热传导解析模型。利用特征值法和 Bessel 函数,导出了各层壳体中三维瞬态温度场的封闭解析解。基于这些解在一维情况下的简化,计算了柱体中的瞬态温度场,给出了柱体上温度随时间和激光功率密度的变化以及表面换热系数对温度场的影响。本文的结果为层合圆柱体中的瞬态温度场及热应力的理论分析提供了前提。

参考文献:

- [1] 赵剑衡, 章冠人, 刘绪发. 强激光辐照下柱壳温度场的数值模拟[J]. 高压物理学报, 1996, 10(1): 44-49.
ZHAO Jian-heng, ZHANG Guan-ren, LIU Xu-fa. Numerical simulation of the temperature distribution on a tank wall under an intensive laser loading[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 1996, 10(1): 44-49.
- [2] 王玉恒, 张海波, 乔登江. 强激光辐照下圆柱壳体结构响应的数值模拟[J]. 激光杂志, 2003, 24(6): 31-32.
WANG Yu-heng, ZHANG Hai-bo, QIAO Deng-jiang. Numerical simulation on structural response of cylindrical shells irradiated by intense laser[J]. Laser Journal, 2003, 24(6): 31-32.
- [3] 袁红, 赵剑衡, 谭福利, 等. 激光辐照下旋转柱壳温度场的数值模拟[J]. 强激光与粒子束, 2005, 17(5): 681-684.
YUAN Hong, ZHAO Jian-heng, TANG Fu-li, et al. Numerical simulation of the temperature distribution on a rotational cylindrical shell under laser irradiation[J]. High Power Laser and Particle beams, 2005, 17(5): 681-684.
- [4] 吴非, 周建平, 雷勇军. 运动激光辐照圆柱薄壳温度场的数值模拟[J]. 国防科技大学学报, 2005, 27(3): 10-15.
WU Fei, ZHOU Jian-ping, LEI Yong-jun. Numerical simulation of the temperature field in the thin shell irradiated by mobile laser beam[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2005, 27(3): 10-15.
- [5] 陆建, 倪晓武, 贺安之. 激光与材料相互作用物理学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.
- [6] 孙承伟. 激光辐照效应[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [7] 四川大学数学系. 高等数学(第四册)[M]. 北京: 人民教育出版社, 1981.

Analytical solutions of 3D transient temperature field in a multilayer cylinder irradiated by high power laser beam

YIN Yi-hui^{*1}, WANG Wei-ping², CHEN Yu-ze¹

(1. *Institute of Structural Mechanics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China;*

2. Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China)

Abstract: A theoretical model of 3D transient heat conduction in a multilayer cylinder irradiated by high power laser was developed in which the action of air flow around the exterior surface and the compatibilities of both temperature and heat transfer at the interfaces were taken into consideration. By using eigenvalue method and Bessel functions, the closed solutions of 3D transient temperature field in each layer of the cylinder were deduced. As a simple example, the axisymmetric transient temperature field was analytically computed and the effect rules of some parameters such as surface heat-exchange coefficient on the temperature field were obtained. The theoretical solutions of transient temperature field can be further used to analyze 3D thermo-mechanical effects of multilayer cylinders and can also be used as basis of modification of numerical models in related numerical simulations.

Key words: mechanics of explosion; analytical solution; laser irradiation; multilayer cylinder; transient temperature

* Corresponding author: YIN Yi-hui
E-mail address: yin-yihui@sohu.com
Telephone: 86-816-2485439