**文章编号:** 1001-1455(2008)02-0172-06

# CDM 模型及在纤维增强层合材料侵彻 数值模拟中的应用<sup>\*</sup>

王元博,王肖钧,卞 梁,余育苗 (中国科学技术大学近代力学系,安徽 合肥 230027)

摘要:基于纤维增强层合材料的一种三维连续损伤本构模型(continuum damage constitutive model, CDM),采用动态有限元程序 LS-DYNA 对 Kevlar 纤维增强层合材料的弹道侵彻过程进行了数值模拟,预测了弹丸的剩余速度以及靶板的变形和破坏模式,给出了弹道冲击下不同损伤模式的分布及演化。通过与实验结果的比较验证了数值计算的有效性和合理性。

关键词:固体力学;侵彻;CDM 模型;纤维增强层合材料 中图分类号:O346.5;TB332 国标学科代码:130・1540 文献标志码:A

### 1 引 言

近年来,纤维增强层合材料在防护工程中得到了广泛的应用,其抗侵彻性能逐渐受到研究者的重视。弹道冲击下纤维增强层合材料的损伤破坏模式不仅复杂多样(例如纤维断裂、基体开裂、分层等), 而且相互间存在着耦合作用。因此冲击损伤的有效预测是层合材料侵彻数值模拟中的一个难点。A. Matzenmiller等<sup>[1]</sup>提出了一种适用于单向层合材料的连续损伤模型,通过引入具有各向异性特征的损 伤量来描述材料的多种损伤模式及其演化。K. Williams等<sup>[2]</sup>将这一模型嵌入 LS-DYNA 软件,用来分 析面内纤维和基体的损伤过程和破坏模式,获得了与实验较为一致的结果。但 K. Williams 的工作实 质上是二维计算,不适用侵彻贯穿等以厚度方向载荷为主的问题。在以上工作的基础上,C. F. Yen 等<sup>[3]</sup>针对织物形式的纤维层合材料,发展了横向冲击下材料渐进式失效行为的三维连续损伤本构模型 (continuum damage constitutive model, CDM)。本文中将在 C. F. Yen 给出的 CDM 模型基础上,进一 步完善和具体化,并用于 Kevlar 纤维增强层合材料弹道侵彻数值模拟,试图获得有意义的结果。

# 2 CDM 模型

#### 2.1 基本假定

(1)纤维增强层合材料被视为均质正交各向异性连续体,其正交性在冲击过程中保持不变。(2)材料的应力应变关系是线弹性的,所有非线性行为完全由内部的损伤及其演化所引起。

#### 2.2 本构关系

以正交编织的纤维层合材料为研究对象,建立材料坐标系。设 x1、x2 表示面内两正交的纤维方向 (面内方向),x3 为厚度方向(离面方向),则由广义 Hooke 定律知,材料的本构关系可以表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{H}_0 \,\boldsymbol{\sigma} \tag{1}$$

式中: $\epsilon$ 和 $\sigma$ 是以 Voigt 记法表示的应变张量和应力张量, $H_0$ 则是由材料弹性常数构成的柔度张量。 材料加载受损后,其各向异性的损伤行为可以通过损伤张量 $\omega$ 描述。于是受损材料的应力应变关系为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{\sigma}$$

(2)

<sup>\*</sup> **收稿日期**: 2006-09-12; 修回日期: 2007-01-26

基金项目:国家自然科学基金项目(10572134)

作者简介:王元博(1978—),男,博士研究生。

式中:有效柔	度张量						
$H(\boldsymbol{\omega}) =$	$\left(\frac{1}{(1-\omega_1)E_1}\right)$	$-rac{ u_{21}}{E_2}$	$-rac{ u_{31}}{E_3}$	0	0	0	(3)
	$-rac{ u_{12}}{E_1}$	$\frac{1}{(1-\omega_2)E_2}$	$-rac{ u_{31}}{E_3}$	0	0	0	
	$-rac{ u_{13}}{E_1}$	$-rac{ u_{23}}{E_2}$	$\frac{1}{(1-\omega_3)E_3}$	0	0	0	
	0	0	0	$\frac{1}{(1-\omega_4)G_{12}}$	0	0	
	0	0	0	0	$\frac{1}{(1-\omega_5)G_{23}}$	0	
	0	0	0	0	0	$\frac{1}{(1-\omega_6)G_{31}}\right)$	

显然,在 *CDM* 模型里,材料的损伤行为是通过弹性模量的弱化来刻画的。若记  $C(\omega)$ 为有效刚度矩阵,则  $C(\omega) = H^{-1}(\omega)$ 。于是(2)式也可以表示成与冲击力学数值计算逻辑一致的本构形式

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{\varepsilon} \tag{4}$$

#### 2.3 损伤模式及其判据

弹道冲击下的多种损伤模式可以通过一系列分片连续的损伤面 *f<sub>i</sub>* 来描述。损伤面 *f<sub>i</sub>* 是定义在应 变空间里的二次曲面,*f<sub>i</sub>*(**ε**,**ω**) = *r<sup>2</sup><sub>i</sub>*,其中 *r<sub>i</sub>* 称为损伤阈值,确定了损伤面在应变空间里的大小。对于 无损伤材料,*r<sub>i</sub>*=1。一旦损伤出现,*r<sub>i</sub>* 就是大于1的增函数。损伤面内部(*f<sub>i</sub>*<*r<sub>i</sub>*)为弹性区,该区域损 伤不发展,不积累。随着损伤的发展,损伤面在应变空间里随阈值 *r<sub>i</sub>* 的增加而扩大。CDM 模型将损伤 模式分为以下四类。

#### 2.3.1 纤维的拉/剪损伤

沿纤维方向的拉应力和厚度方向的剪应力可引起纤维的拉/剪损伤,其损伤面为

$$f_1 = \left(\frac{\hat{E}_1 \langle \boldsymbol{\epsilon}_1 \rangle}{S_{1T}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{G}_{31}\boldsymbol{\epsilon}_{31}}{S_{1FS}}\right)^2 - r_1^2 = 0$$
(5)

考虑到面内的纤维可以是性质不同的两种纤维,故与 x1 方向类似,x2 方向同样有

$$f_2 = \left(\frac{\hat{E}_2 \langle \boldsymbol{\varepsilon}_2 \rangle}{S_{2\mathrm{T}}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{G}_{32} \boldsymbol{\varepsilon}_{32}}{S_{2\mathrm{FS}}}\right)^2 - r_2^2 = 0$$
(6)

式中:〈〉为 Macaulay 括号,表示纤维的拉伸作用, $S_{1T}$ 、 $S_{2T}$ 分别为  $x_1$ 、 $x_2$  方向的拉伸强度, $S_{1FS}$ 、 $S_{2FS}$ 则为  $x_1$ 、 $x_2$  方向的剪切强度。 $\hat{E}_i$  为受损材料的有效模量,即 $\hat{E}_i = (1 - \omega_i)E_i(i = 1, 2, \dots, 6)$ ,损伤量  $\omega$  对损伤 面的影响是通过  $\hat{E}_i$  来描述的。

#### 2.3.2 纤维的压缩损伤

按照加载方向的不同,纤维的压缩损伤分为两种。

(1)纤维的面内压缩损伤。沿纤维方向的压缩可以导致材料承载能力的下降,其损伤面为

$$f_{3} = \left(\frac{\hat{E}_{1} \langle -\epsilon_{1} \rangle}{S_{1C}}\right)^{2} - r_{3}^{2} = 0, \qquad \epsilon_{1}' = \epsilon_{1} + \epsilon_{3} \frac{E_{3}}{E_{1}}$$
(7)

$$f_4 = \left(\frac{\hat{E}_2 \langle -\epsilon_2 \rangle}{S_{2C}}\right)^2 - r_4^2 = 0, \qquad \epsilon_2 = \epsilon_2 + \epsilon_3 \frac{E_3}{E_2}$$
(8)

式中: $S_{1C}$ 、 $S_{2C}$ 分别为 $x_1$ 、 $x_2$ 方向的压缩强度。此外,上式指出,面内压缩损伤还包含了 $x_3$ 方向的影响。

(2)纤维的离面压缩损伤。弹与靶的接触区会产生强烈的剪切和压缩作用,x<sub>3</sub>方向上的压应力所 引起的损伤称为纤维的离面压缩损伤,可通过下式判别

$$f_{5} = \left(\frac{\hat{E}_{3}\langle -\epsilon_{3}\rangle}{S_{3C}}\right)^{2} - r_{5}^{2} = 0$$

$$\tag{9}$$

式中:S<sub>3C</sub>为 x<sub>3</sub>方向的压缩强度。

#### 2.3.3 基体的面内损伤

基体在面内剪应力作用下会出现剪切裂纹,这种损伤称为基体的面内损伤,可通过下式判别

$$f_6 = \left(\frac{\hat{G}_{12}\boldsymbol{\varepsilon}_{12}}{S_{12}}\right)^2 - r_6^2 = 0 \tag{10}$$

式中:S12为基体材料的面内剪切强度。

2.3.4 基体的离面损伤(分层损伤)

*x*<sub>3</sub>方向的基体损伤为基体的离面损伤,当这种损伤出现在层间界面时,将导致层合板的分层,它可通过下式判别

$$f_{7} = k_{1}^{2} \left\{ \left( \frac{\hat{E}_{3} \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{3} \rangle}{S_{3T}} \right)^{2} + \left( \frac{\hat{G}_{23} \boldsymbol{\varepsilon}_{23}}{S_{23}} \right)^{2} + \left( \frac{\hat{G}_{31} \boldsymbol{\varepsilon}_{31}}{S_{31}} \right)^{2} \right\} - r_{7}^{2} = 0$$
(11)

式中: $S_{3T}$ 是 $x_3$ 方向的拉伸强度, $S_{23}$ 、 $S_{31}$ 为剪切强度。为了更好地预测分层损伤,引入了比例系数 $k_1$ , 它由分层面积计算值与实验值的拟合确定。

#### 2.4 损伤演化方程

损伤变量给出材料坐标系里某一方向上材料的受损程度,描述了不同损伤模式对该方向材料力学 性能的综合影响,并不与某一特定的损伤模式相对应。其演化率可通过如下方程来表示

$$\dot{\omega}_i = \sum_j \phi_j q_{ij} \tag{12}$$

式中: $\omega_i$ (*i*=1,2,...,6)是 Voigt 记法表示的损伤变量的演化率; $\phi_j$ 称为损伤增长函数,描述了(5)~(11)式各损伤模式的发展速率,反映了损伤面  $f_j$ 在应变空间的发展规律;q为损伤耦合张量,指出了不同损伤模式  $f_i$  对损伤量 $\omega_i$ 发展的贡献。

对于模型中所述的几种损伤模式,q可以表示成

$$\boldsymbol{q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(13)

将(13)式代入(12)式,便可得不同损伤变量的演化方程。以ω,为例,可得到

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 = \boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}_3 + \boldsymbol{\phi}_5 \tag{14}$$

这表示方程(5)、(7)和(9)式所确定的损伤模式对ω<sub>1</sub>都有贡献。不过实际运用时,这些方程不可能同时 满足,应根据当时材料的应力应变状态确定。

将损伤面  $f_i$  视为类似于塑性力学中的屈服面,则可假定只有当应变增量  $\epsilon_i$  具有沿损伤面扩展方向( $f_i$  的法线方向)的非负分量时,即  $\sum_j \frac{\partial f_i}{\partial \epsilon_j} \epsilon_i > 0$ ,损伤才开始积累,否则,损伤状态保持不变。于是  $\phi_i$ 可以表示为

$$\boldsymbol{\phi}_{i} = \sum_{j} \boldsymbol{\gamma}_{i} \frac{\partial f_{i}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{j}} \boldsymbol{\varepsilon}_{j} \qquad \qquad \frac{\partial f_{i}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{j}} \boldsymbol{\varepsilon}_{j} > 0 \tag{15}$$

式中: $\gamma_i$ 是描述损伤发展速度的一个参数。C.F.Yen 等<sup>[3]</sup>提出  $\gamma_i = f_i^{m-1}$ ,这样损伤增长函数  $\phi_i$  完全取 决于损伤面  $f_i$  以及应变发展方向。

#### 2.5 破坏后行为

复合材料的显著特点是某一种破坏模式的出现并不意味着材料强度的完全丧失。因此,不同模式 的破坏常常只意味材料整体力学性能的弱化。具体说来就是只丧失与该模式相关的承载能力,从而引 起材料整体承载力的下降。于是可以将不同破坏模式引起的破坏后行为按下述方法处理。

(1)纤维的拉/剪破坏将引起纤维的断裂,导致该方向承载能力的完全丧失。例如 x1 方向发生纤维

断裂时,则取  $S_{1T} = S_{1C} = S_{1FS} = 0$ 。

(2)纤维发生面内或离面压缩破坏时,其承载能力并不会完全丧失,而是取决于后继加载方式。以 x1 方向为例,若后继为压缩载荷,材料仍有一定的残余承载能力,S1c=k2S1c,其中 k2 为残余强度系数; 若后继为拉伸载荷,材料的承载能力会完全丧失,即 S1T=0。

(3)基体的面内破坏仅导致面内剪切性能的丧失,即 $S_{12}=0$ 。

(4)当基体发生离面破坏时,材料的面内承载能力保持不变,厚度方向(x<sub>3</sub>方向)的承载能力则与加载的形式有关,与(2)类似。

#### 2.6 应变率效应

采用如下的对数函数来描述材料的应变率硬化效应,并假定所有方向上材料强度的应变率效应是 类似的,都可以表示成

$$S = S_0 \left( 1 + C \ln \frac{|\dot{\epsilon}|}{\dot{\epsilon}_0} \right) \tag{16}$$

式中:S为当前应变率下的强度,S。为与参考应变率  $\epsilon$ 。对应的参考强度,C为应变率硬化系数。

#### 3 数值模拟分析

#### 3.1 有限元模型

利用三维动态有限元分析软件 LS-DYNA 对小质量 弹丸侵彻 Kevlar 纤维增强层合材料进行数值模拟。

计算中所用的有限元模型如图 1 所示。其中弹丸为 平头弹,直径为 8 mm,长为 16 mm,靶板厚度为 5 mm。

弹丸材料为 45 号钢,采用双线性弹塑性模型。靶板 材料为 Kevlar/环氧织物层合板,采用所述的 CDM 模型。材料参数部分取自作者所开展的力学性能实验结 果<sup>[4]</sup>,其余则取自参考文献。其中钢弹密度 ρ=7.8



图 1 有限元模型 Fig.1 Meshes of the computation model

t/m<sup>3</sup>,弹性模量 E=200 GPa,泊松比  $\nu=0.3$ ,屈服强度  $\sigma_y=1.03$  GPa,塑性硬化模量  $E^*=6.9$  GPa;靶 板密度  $\rho=1.44$  t/m<sup>3</sup>,弹性模量  $E_1=21.0$  GPa, $E_2=21.0$  GPa, $E_3=4.6$  GPa,泊松比  $\nu_{12}=0.31$ , $\nu_{23}=0.14$ , $\nu_{31}=0.14$ ,切变模量  $G_{12}=1.3$  GPa, $G_{23}=1.3$  GPa, $G_{31}=1.3$  GPa,强度  $S_{1T}=800$  MPa, $S_{2T}=800$  MPa, $S_{3T}=80$  MPa, $S_{1C}=200$  MPa, $S_{1C}=200$  MPa, $S_{1C}=600$  MPa, $S_{12}=183$  MPa, $S_{23}=183$  MPa, $S_{31}=183$  MPa, $S_{21}=350$  MPa, $S_{21}=350$  MPa, $S_{21}=350$  MPa, $Z_{21}=350$  MPa, $Z_{22}=350$  MPa, $Z_{22}$ 

#### 3.2 计算结果

针对 Kevlar 层合靶板的弹道实验结果<sup>[5]</sup>,开展 了系列数值模拟计算。图 2 是剩余速度实测值与计 算结果的比较,曲线系计算值利用最小二乘法拟合 得到。可见,实验值与计算值符合良好。图 2 表明: 当弹丸初速远离弹道极限速度时,剩余速度随初速 线性增加;在弹道极限速度附近,剩余速度的变化具 有一定的非线性。

图 3 比较了不同初速下靶板的变形模式。当初 速较低时,靶板有明显的整体变形,但当初速度提高 后,变形便主要集中在弹头下方的局部区域,反映了 高速冲击下材料变形的局域化。此时,侵彻引起的 靶板背面的鼓包十分明显,剩余速度随初速的变化 正是这种不同变形模式的体现。







图 3 变形模式的比较

Fig. 3 Comparison of deformations at different initial velocities



图 4 平头弹侵彻靶板过程图 Fig. 4 Penetrations of a flat-ended projectile



(a) Tensile/shear damage of fiber,  $r_1$ 



第 28 卷

图 5 三维视角 Fig. 5 Field of vision

图 4 为初速为 400 m/s 的平头弹对靶板的侵彻 过程。从图中可以看出,平头弹侵彻时,靶板正面受 到强烈的剪切作用,可观察到冲塞型剪切形成的塞 子,这与实验观察到的现象一致[4]。靶板背面则因 鼓包的形成导致纤维被拉断,同时在反射拉伸波的 作用下靶板内部出现严重的分层破坏,这些都与实 验观察到的现象吻合。

在 CDM 模型中,不同的损伤模式 i 是通过相应 的损伤阈值  $r_i$  来描述的。 $r_i$  越大,对应的损伤面  $f_i$ 在应变空间的扩展也越大,这种模式的损伤便越严 重。因而可以通过 r; 的计算结果描述材料的损伤 分布及其演化。为了便于清晰显示,所有视图均采 用三维视角和局部放大的形式(图 5 中虚线框内部 (e) Matrix damage out of plane, r,

分)。图 6 给出了弹丸以 400 m/s 的速度侵彻层合 板时不同损伤模式的分布及演化过程。注意到在弹 道实验中正面和背面弹孔附近均有浅色的分层损伤 区,如图7(a)~(b)中左图所示,与右边的数值计算 结果作一比较,两者显示了良好的相似性,这进一步 验证了本文数值模拟的结果是可信的。

(b) Compression damage of fiber in plane,  $r_3$ 



(c) Compression damage of fiber out of plane,  $r_{\rm s}$ 



(d) Matrix damage in plane,  $r_6$ 





图 6 不同损伤模式的演化 Fig. 6 Evolution of different damage modes



图 7 分层损伤的比较



# 4 结 论

本文中讨论了纤维增强层合材料的一种连续损伤本构模型,并用于 Kevlar/环氧层合材料弹道侵 彻过程的数值模拟。通过数值计算分析了平头弹侵彻下材料的变形和破坏模式,给出了不同损伤模式 的分布及演化规律。数值计算结果与实验数据以及实验图像的对比表明,该模型对于纤维层合材料弹 道侵彻的数值模拟是合适而有效的。

# 参考文献:

- [1] Matzenmiller A, Lubliner J, Taylor R L. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites[J]. Mechanics of Materials, 1995,20:125-152.
- [2] Williams K, Vaziri R. Application of a damage mechanics model for predicting the impact response of composite materials[J]. Composites and Structures, 2001,79:997-1011.
- [3] Yen C F, Caiazzo A. Innovative processing of multifunctional composite armor for ground vehicles [R]. ARL-CR-484, 2001.
- [4] 王元博.纤维增强层合材料的抗弹性能和破坏机理研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2006.
- [5] 王元博,王肖钧,胡秀章,等. Kevlar 层合材料抗弹性能研究[J]. 工程力学,2005,22(3):76-81.

WANG Yuan-bo, WANG Xiao-jun, HU Xiu-zhang, et al. Experimental study of ballistic resistance of Kevlar laminates[J]. Engineering Mechanics, 2005,22(3):76-81.

# CDM model and its application to numerical simulation on fiber-reinforced laminate under penetration

WANG Yuan-bo, WANG Xiao-jun<sup>\*</sup>, BIAN Liang, YU Yu-miao (Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China)

**Abstract**: A continuum damage constitutive model for the fiber-reinforced laminate was introduced. Penetration of the fiber-reinforced laminate by a flat-ended projectile was numerically simulated by using the 3D finite element software LS-DYNA. Residual velocity of the projectile, deformation and failure modes of the laminate under impact loading were predicted. Evolvement and distribution of the different damage modes were obtained. Simulated results are in agreement with those of the ballistic tests.

Key words: solid mechanics; penetration; CDM constitutive model; fiber-reinforced laminate

Corresponding author: WANG Xiao-jun E-mail address: xjwang@ustc. edu. cn