

文章编号: 1001-1455(2008)03-0243-09

阶跃载荷作用下弹塑性悬臂梁的 变形机制与能量耗散*

刘 锋¹, 席 丰²

(1. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092;

2. 山东建筑大学, 山东 济南 250101)

摘要: 基于大挠度动力控制方程, 应用有限差分离散求解, 研究了阶跃载荷作用下弹塑性悬臂梁的动力行为。通过对动力响应早期内力、变形以及能量分布规律的分析, 考察了悬臂梁的弹塑性响应模式和变形机制, 并与已有的刚塑性分析进行了系统的比较。数值计算表明, 阶跃载荷的不同幅值使得梁的响应模式存在较大差异, 弹塑性分析肯定了刚塑性理论在处理中载情形的准确性, 同时也指出了其在处理低载和高载情形时的缺陷。通过与小变形理论计算结果的比较, 指出了考虑大变形效应的必要性, 为今后的大变形刚塑性动力分析提出了建议。

关键词: 固体力学; 变形机制; 有限差分; 悬臂梁; 能量耗散; 弹塑性; 阶跃载荷; 大变形

中图分类号: O347.3 **国标学科代码:** 130·1515 **文献标志码:** A

1 引 言

强动载荷作用下结构的动力行为研究, 日益引起学术界和工程界的关注。通常认为, 冲击能量远大于结构所能吸收的最大弹性应变能时, 理想刚塑性模型可以满意地预测结构的动态响应^[1]。刚塑性假定使得塑性变形集中发生于结构的个别截面, 极大简化了动力方程的建立和求解。但是, 由于这种简单模型忽略了弹性效应等其他二级效应的重要影响, 无法细致考察响应过程中的某些动力行为, 因而常常引起对其概念和假定的合理性的疑问^[2-4]。对于梁的情形, 著名的结构动力响应过程的异常行为即是弹性效应的存在引发的^[5-6]。

对于阶跃载荷作用下悬臂梁的动力响应问题, W. J. Strong 等^[7]首先从小变形和刚塑性两个基本假设出发, 根据载荷大小的差异假定不同的变形模式, 从而得到刚塑性动力分析的完全解。其机构演变过程为

$$\begin{cases} \text{全梁保持刚性} & 0 < F \leq F_c \\ \text{根部成铰} & F_c < F \leq 3F_c \\ \text{梁跨中某点成铰} & 3F_c < F < \infty \end{cases} \quad (1)$$

式中: F_c 为静态塑性极限载荷。随后, 周青等^[8]和 Y. L. Hua 等^[9]按照与 W. J. Strong 等^[7]相同的思路, 分别对连续变化和突变截面悬臂梁在受到阶跃载荷作用时的刚塑性动力响应进行了研究, 并给出了刚塑性分析的变形机制和响应模式。以小变形和理想弹-塑性模型为基础, T. X. Yu 等^[10]借助有限差分法对阶跃载荷作用下层合悬臂梁的早期弹塑性响应进行了分析, 讨论了响应早期反射弹性弯曲波同“塑性铰”的相互作用。

以上分析均建立在小变形假设上, 建立运动方程时不考虑结构变形前后的构型变化, 这与强动载荷下结构的实际变形状态不符。另外, T. X. Yu 等^[10]虽然采用了弹-塑性材料模型, 使得本构模型趋于完

* 收稿日期: 2006-12-18; 修回日期: 2007-05-09

基金项目: 教育部留学回国人员科研启动基金项目

作者简介: 刘 锋(1977—), 男, 博士研究生。

善,但只着重讨论了响应初期弹性弯曲波传播阶段的响应特征,对整体响应过程的变形模式却未进行系统分析。从大挠度和理想弹塑性模型出发,刘锋等^[11]对阶跃载荷作用下变截面悬臂梁的弹塑性行为进行了初步的定性分析,通过考察动力响应过程中内力的变化规律,发现了弹塑性分析与刚塑性分析的较大差异。

本文中从大挠度动力控制方程出发,在考察响应过程中内力变化规律的基础上,着重加强对变形和能量等响应参数的细致分析,更深入和全面地揭示不同载荷情形下悬臂梁的响应机制,并以此为基础,提出大变形刚塑性分析的变形机制。

2 控制方程和求解

考虑图 1~2 所示端部承受阶跃载荷 F 作用的悬臂梁。

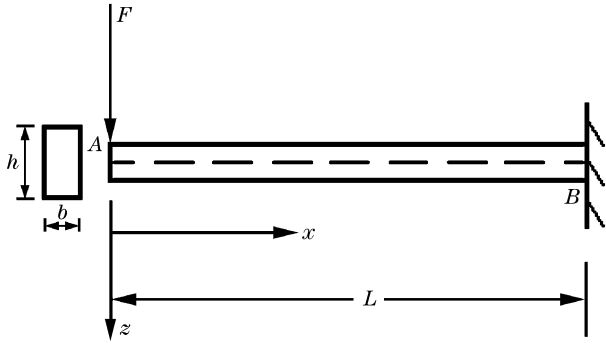


图 1 端部承受阶跃载荷的悬臂梁

Fig. 1 A cantilever beam subjected to step force at its tip

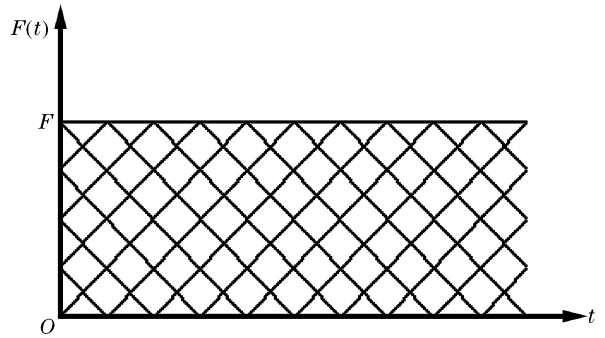


图 2 自 $t=0$ 施加于梁端的阶跃载荷

Fig. 2 The step force acted on the tip of the beam

由图 3 所示微段的动平衡^[12],容易得到用变形后坐标描述的梁的运动学微分方程

$$\begin{cases} \frac{\partial(N\cos\theta)}{\partial s} - \frac{\partial(Q\sin\theta)}{\partial s} + F_x - m\ddot{u} = 0 \\ \frac{\partial(N\sin\theta)}{\partial s} + \frac{\partial(Q\cos\theta)}{\partial s} + F_z - m\ddot{w} = 0 \\ \frac{\partial M}{\partial s} - Q = J \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial s} \end{cases} \quad (2)$$

式中: ds 为微段长, m 、 J 分别为单位长度质量和转动惯量, $m = \rho bh$, $J = \rho bh^3/12$, θ 为微段同 x 轴之间的夹角, u 、 w 分别为微段在 x 和 z 方向上的位移, F_x 、 F_z 分别为沿 x 、 z 轴方向的外部载荷, M 、 N 和 Q 为截面上的弯矩、轴力和剪力。弯矩 M 、轴力 N 分别定义为

$$M = \int_A \sigma z dA, \quad N = \int_A \sigma dA \quad (3)$$

采用平截面假定,横截面上任意一点的应变为

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 + \kappa z \\ \epsilon_0 &= \sqrt{(1 + u')^2 + w'^2} - 1 \\ \kappa &= \frac{(1 + u'')w' - u'w''}{[(1 + u')^2 + w'^2]^{3/2}} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: ϵ_0 为拉压应变, κ 为曲率, z 为点到截面中和轴的距离。

采用理想弹塑性材料模型,且不考虑应变率效应的影响,本构方程为

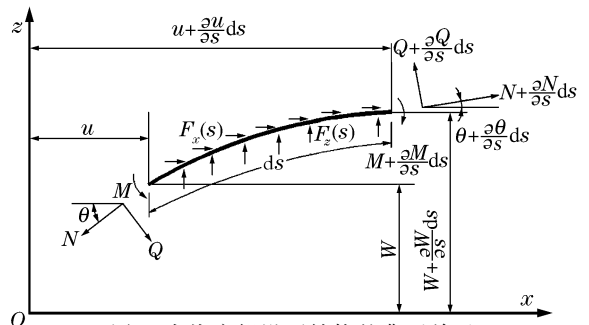


图 3 大挠度假设下结构的典型单元

Fig. 3 A typical beam element under large deflection

$$\sigma = \begin{cases} E\epsilon & |\epsilon| \leq \epsilon_s \\ \sigma^* + E(\epsilon^* - \epsilon) & |\sigma| \leq \sigma_s, |\epsilon| > \epsilon_s, \text{ loading} \\ \sigma^* - E(\epsilon^* - \epsilon) & |\epsilon| > \epsilon_s, \text{ unloading} \end{cases} \quad (5)$$

式中: E 为材料弹性模量, σ_s, ϵ_s 为材料屈服应力和屈服应变。 σ^*, ϵ^* 为加载或卸载时的应力和应变。

对于图 1 所示端部承受阶跃载荷作用的悬臂梁, 其边界条件可表示为

$$\begin{cases} F_z = FH(t)\delta(x-0) & x \in (0, L) \\ u = w = 0, \quad \dot{w} = 0 & x = L \\ w(x, 0) = 0, \quad \dot{w}(x, 0) = 0 & t = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $H(t), \delta(x-0)$ 分别为阶跃函数和脉冲函数

$$H(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}, \quad \delta(x) = \begin{cases} \int_0^\lambda \delta(x-0) dx = 1 \\ 0 \end{cases} \quad (7)$$

应用有限差分法求解控制方程, 为此, 按(8)~(9)式所示对控制方程进行空间和时间离散

$$x_i = i\Delta x, \quad z_j = j\Delta z \quad i = 0, 1, \dots, k; \quad j = -n/2, \dots, n/2 \quad (8)$$

式中: $\Delta x, \Delta z$ 分别为沿梁的轴向和横截面高度方向的空间步长。

假定在 t^q 瞬时, 已知结点 i 的加速度 $\ddot{u}_i^q, \ddot{w}_i^q$, 对时间进行差分离散, 可得到下一瞬时 t^{q+1} 时刻的位移

$$\begin{aligned} u_i^{q+1} &= \ddot{u}_i^q (\Delta t)^2 + 2u_i^q - u_i^{q-1} \\ w_i^{q+1} &= \ddot{w}_i^q (\Delta t)^2 + 2w_i^q - w_i^{q-1} \end{aligned} \quad (9)$$

式中: 上标 q 表示时刻值, Δt 为时间间隔。为保证数值计算的收敛, Δt 应满足

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\sqrt{E/\rho}} \quad (10)$$

利用求得的位移 u_i^{q+1}, w_i^{q+1} , 可计算 t^{q+1} 时刻的应变 ϵ_{ij} 以及应变增量 $\Delta\epsilon_{ij}$, 应力 σ_{ij} 则需要首先判断是弹性状态或塑性状态, 依据相应的本构关系进行计算, 积分求得弯矩和轴力后, 再由运动方程得到 $\ddot{u}_i^{q+1}, \ddot{w}_i^{q+1}$ 。如此往复, 即可确定悬臂梁的弹塑性动力响应历史。

以上动力学控制方程中, 采用了变形后的弧坐标描述的运动方程(2)、有限变形几何方程(4)和理想弹塑性本构方程(5), 因此, 可以有效地进行结构的大挠度弹塑性分析。同时, 由于在控制方程中计入了横向转动效应, 因而也能够较为准确地分析响应早期弹塑性弯曲波的传播机制。

3 悬臂梁的弹塑性变形机制

为数值考察弹塑性悬臂梁的变形机制, 选取悬臂梁长 $L = 35.56 \text{ cm}$, 宽 $b = 1.63 \text{ cm}$, 高 $h = 0.45 \text{ cm}$, 其材料参数分别为: $\rho = 2.60 \text{ t/m}^3, E = 71.96 \text{ GPa}, \sigma_s = 150 \text{ MPa}, J = 0.322 \text{ mg} \cdot \text{m}$, 则 $M_p = \sigma_s b h^2 / 4 = 12.38 \text{ N} \cdot \text{m}$, 可由以上参数、悬臂梁的静态塑性极限载荷定义^[7] $F_c = M_p / L$, 得 $F_c = 34.81 \text{ N}$ 。

因此, 由(1)式, 悬臂梁刚塑性动力响应的临界载荷分别为 $34.81, 104.43 \text{ N}$ 。为考察弹塑性悬臂梁的变形机制, 并检验刚塑性变形模式的准确性, 取如下载荷进行数值计算和分析

$$\begin{cases} \text{中载} & F = 50 \text{ N} \\ \text{高载} & F = 250 \text{ N} \end{cases} \quad (11)$$

计算中, 取 $k = 40, n = 10, \Delta t = 1.0 \mu\text{s}$ 。

3.1 内力分析

尽管大挠度效应将在梁截面上产生轴力, 但在响应过程中始终很小, 弯矩仍然主导和控制梁的变形。因此, 此部分着重考察响应过程中弯矩的分布和变化规律, 从而初步确定其变形机制。

中载情形下响应各时刻弯矩分布以及根部弯矩-时间历程见图 4, 根据其分布特征, 可将动力响应分为以下三相:

第 I 相, 弹性变形模式(0~9.5 ms): 梁跨内各截面均处于弹性状态, 未产生塑性变形。

第Ⅱ相,根部驻定铰模式(9.5~42.0 ms):梁根部弯矩值达到 M_p ,并在此阶段一直保持大小和位置不变,对应于刚塑性分析中的“驻定塑性铰”。

第Ⅲ相,弹性自由振动模式(42.0 ms以后):根部弯矩值逐渐小于 M_p ,驻定铰消失,梁进入完全的弹性自由振动阶段。

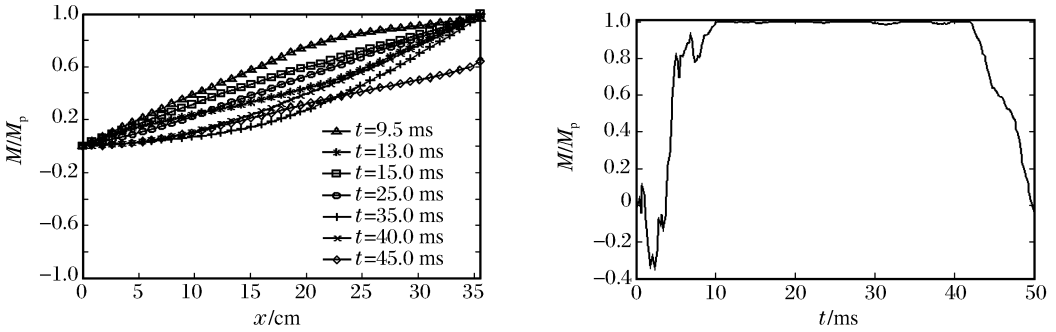


图4 中载情形下各时刻弯矩分布和根部弯矩-时间历程

Fig. 4 Bending moment distributions along the beam at the different times and the bending moment-time curve at the root of the beam under moderate step loading

图5~6分别给出了高载情形下响应各时刻弯矩分布和根部弯矩的时间历程曲线,其分布特征表明,高载情形下梁的响应模式与中载情形有较大差异,整个响应过程可分为以下四相:

第Ⅰ相,弹性弯曲波传播模式(0~1.25 ms):自载荷施加于梁端瞬间,波幅越来越大的弥散弹性弯曲波逐渐向梁根部传播,梁内无截面产生塑性变形。此阶段,梁的响应特征与文献[10]的研究结果吻合。

第Ⅱ相,跨中驻定铰模式(1.25~4.00 ms):弹性弯曲波传播结束,距离梁端约0.15 m处左侧,形成数值接近 M_p 的弯矩峰值,并且此峰值弯矩在此阶段保持位置和大小不变。将 F 代入有关高载情形

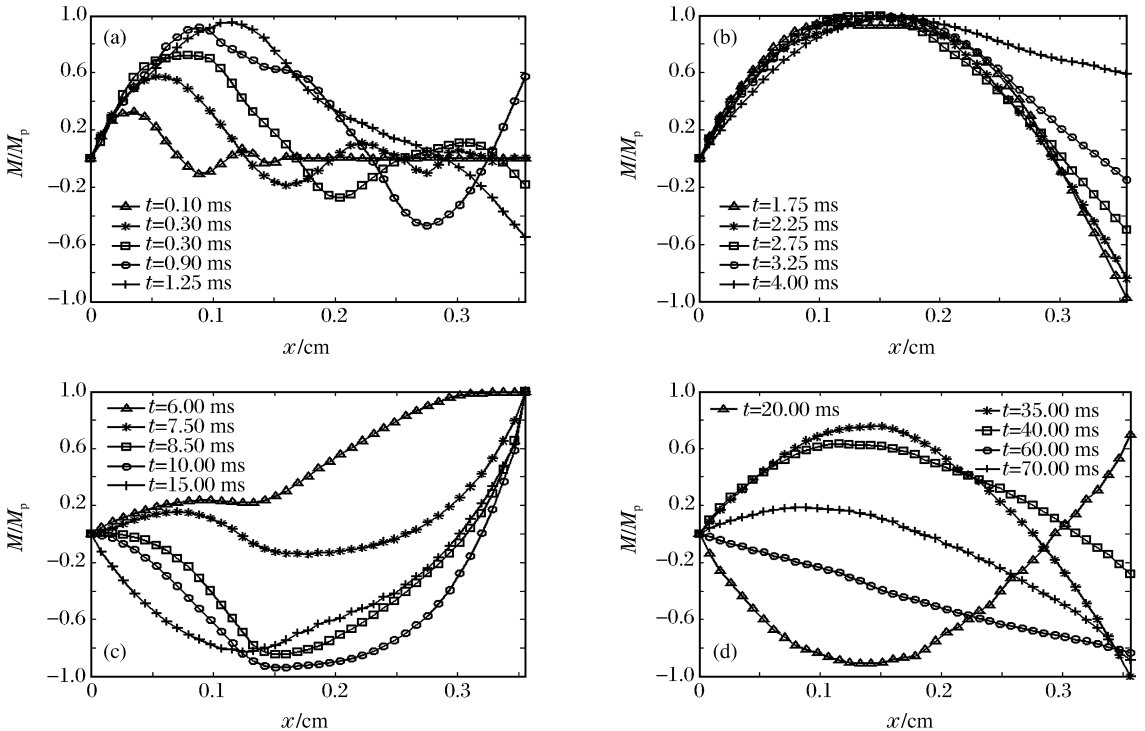


图5 高载情形下的弯矩分布曲线

Fig. 5 Bending moment distributions along the beam at the different times under intense step loading

下塑性铰位置的计算公式^[7] $\Delta = 3M_p/F$, 得 $\Delta = 0.149$ m。比较可见, 图 5(b) 所示塑性铰位置与上式计算结果几乎完全吻合。从而表明, 此铰正是刚塑性分析中所假定的“跨中驻定铰”。

第Ⅲ相, 根部驻定铰模式(4.00~84.00 ms): 跨中接近 M_p 的峰值弯矩逐渐减小, 塑性铰消失; 与此同时, 根部弯矩逐渐增大至 M_p , 且在 6.0~20.0 ms 时间段内保持不变, 形成“根部正向驻定铰”。自 20.0 ms, 根部弯矩开始小于 M_p , 塑性铰消失, 在经历一段无铰阶段后, 于 35.0 ms 左右, 根部弯矩接近 $-M_p$, 在根部形成“负向驻定铰”。随后, 负向铰也消失, 并重新形成正向塑性铰, 在反复经历几次正、负铰变换后, 根部弯矩绝对值开始小于 M_p , 梁进入响应的第Ⅳ相, 即弹性自由振动阶段, 弹塑性响应结束。

为考察以上分析所得结论的一般性, 取满足 $0 < F < 10F_c$ 的多组载荷进行数值计算, 载荷幅值与响应过程中各相结束时间的对应关系见图 7。由此, 并结合上述分析, 梁的弹塑性响应模式可总结归纳如下:

(1) 低载情形 ($F/F_c \leq 1$): 根据载荷大小的不同, 低载情形下结构的响应存在着截然不同的两个模式: (a) $F/F_c > 0.6$, 其响应过程存在与中载情形类似的三个阶段, 并且随着载荷的增大, 响应模式的第Ⅰ相结束时间越来越早, 而第Ⅱ相结束时间越来越晚, “驻定铰模式”的持续时间随着载荷的增大而不断延长; (b) $F/F_c \leq 0.6$, 整个响应过程不存在上述分析的第Ⅱ相, 表明此载荷范围内结构不会产生塑性变形。总体看来, “根部驻定铰模式”对于 $0.6 \leq F/F_c \leq 1$ 范围内都成立, 且持续时间较长, 因此, 此模式在低载情形下不但存在, 而且非常重要。

(2) 中载情形 ($1 < F/F_c \leq 3$): 随着载荷的增大, 响应的第Ⅰ相和第Ⅱ相结束时间均越来越早, 但“根部驻定铰模式”一直存在, 是中载情形下动力响应的主要模式。

(3) 高载情形 ($F/F_c > 3$): 梁的动力响应过程存在着两个明显的变形模式, 即“跨中驻定铰模式”和“根部驻定铰模式”。随着载荷的逐渐增大, 动力响应的第Ⅰ相和第Ⅱ相结束时间均较小, 且变化不大, 而响应的第Ⅲ相结束时间相比前两相而言量值和变化幅度均较大。比较而言, 第Ⅲ相模式相比第Ⅱ相而言持续时间更长, 表现了此响应模式对动力响应的主导地位。

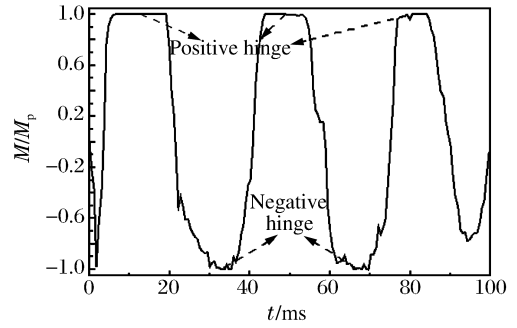
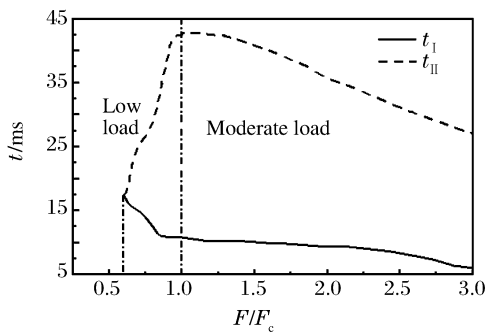


图 6 高载情形下根部弯矩-时间历程
Fig. 6 The bending moment-time curve at the root of the beam under intense step loading

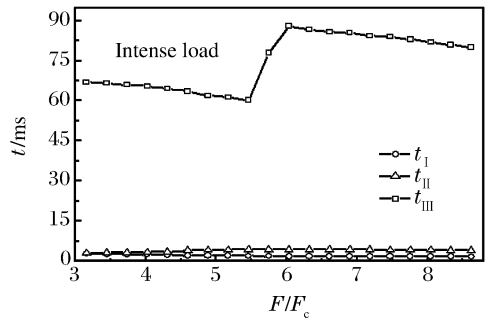


图 7 阶跃载荷与响应各相的关系

Fig. 7 The relationship between step force and each phase

3.2 能量耗散分析

动力响应过程中能量的耗散规律, 可以更深刻地揭示结构的变形机制。对于本文的研究对象, 外力功、动能、弹性变形能可分别表示为

$$\begin{aligned}
 E_F &= F \sum_{q=1}^{T/\Delta t} (\omega_0^q - \omega_0^{q-1}) \\
 E_K &= \frac{1}{2} \sum_{q=1}^{T/\Delta t} \sum_{i=0}^k m_i ((\dot{u}_i^q)^2 + (\dot{w}_i^q)^2) \\
 E_S &= \frac{\Delta x}{2E} \sum_{q=1}^{T/\Delta t} \sum_{i=0}^k \left(\frac{(M_i^q)^2}{I} + \frac{(N_i^q)^2}{A} \right)
 \end{aligned} \tag{12}$$

式中： $I=bh^3/12, A=bh$, 并且

$$m_i = \begin{cases} m\Delta x & i=1, \dots, k-1 \\ \frac{1}{2}m\Delta x & i=0, k \end{cases} \tag{13}$$

由能量守恒定律, 且不考虑响应过程中可能产生的摩擦耗能, 塑性耗能

$$E_P = E_F - E_K - E_S$$

中载情形下各能量形式随时间的变化曲线见图 8, 前述分析所得的响应各阶段也同时在图中标出。观察可知, 在响应的第 I 相, 梁尚未产生塑性变形, 动能和弹性变形能是能量消耗的主要形式, 可以分别达到总能量的 70% 和 30%。随着响应进入第 II 相, 动能和弹性能所占的比率减小, 塑性能增大, 并迅速成为能量消耗的主要形式。另外, 图 9 给出的根部单元塑性耗能 E_P^R 与总塑性耗能 E_P 比率的时间历程表明, 根部塑性耗能的比率在响应的第二阶段迅速增大, 且在相当长的时间内可以达到整体塑性耗能的 95% 以上, 揭示了中载情形下, “根部驻定铰模式”对梁整体响应的主导地位。

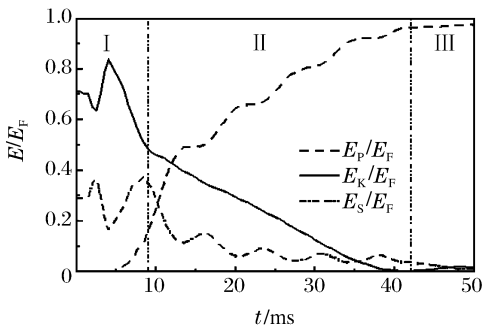


图 8 中载情形下能量耗散的时间历程
Fig. 8 Energy dissipation-time curves under moderate step loading

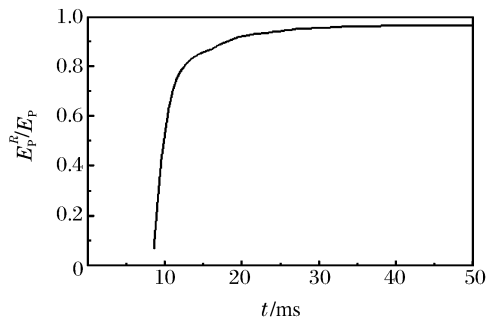


图 9 中载情形下根部塑性耗能时间历程
Fig. 9 Plastic work-time curve at the root of the beam under moderate step loading

高载情形下各能量形式的变化过程见图 10, 类似于中载情形下的能量演化规律, 梁的塑性耗能在动能和弹性变形能比例减小后逐渐增大, 是响应后期能量消耗的主要形式。

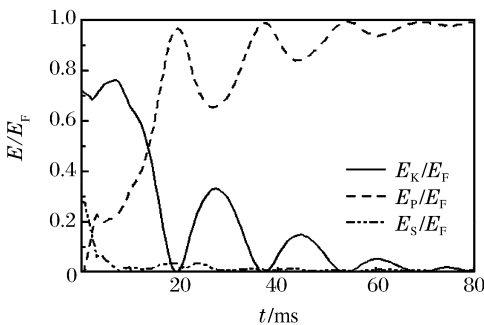


图 10 高载情形下能量耗散的时间历程
Fig. 10 Energy dissipation-time curves under intense step loading

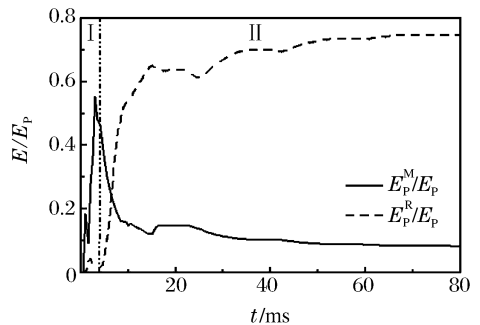


图 11 高载情形下梁根部和中部塑性耗能的时间历程
Fig. 11 Plastic work-time curves at the root and middle of the beam under intense step loading

图 11 是梁根部(对应于“根部驻定铰”的形成位置)和中部(对应于“跨中驻定铰”的形成位置)的塑性能耗散 E_p^R 、 E_p^M 随时间的变化曲线。与中载情形下塑性能的耗散规律不同,高载情形下,塑性能的消耗在响应的早期主要集中于跨中截面,相应于根部单元的不足 5%,其数值可以达到总塑性能耗的 50%。此现象表明,在响应的早期,“跨中驻定铰模式”是变形的主要机制。随着响应的深入,跨中单元的塑性能消耗逐渐变小,而根部单元塑性能消耗越来越大,在响应的后期,其数值分别为总塑性功的 10% 和 70%。比较而言,跨中和根部塑性铰模式分别主导了响应早期和后期的塑性变形,而后者持续时间相对更长,因此是此载荷情形下悬臂梁弹塑性变形的主要模式,这也验证了以上分析所得出的结论。

3.3 结构变形分析

相对于对内力和能量耗散,响应各时刻结构的变形状态可以更直观地反映其变形机制。为此,图 12 给出了中载和高载情形下响应各时刻的变形曲线,同时,结构的变形模式简图也分别在图中给出。由两者变形曲线的对比可以明显看到,中载情形下,结构的变形模式比较简单,为整体梁段保持平直,且绕根部塑性铰转动。虽然高载情形下结构的后期响应与中载情形的变形模式相似,但在响应的早期,则具有明显的端部梁段绕跨中某点转动的现象。

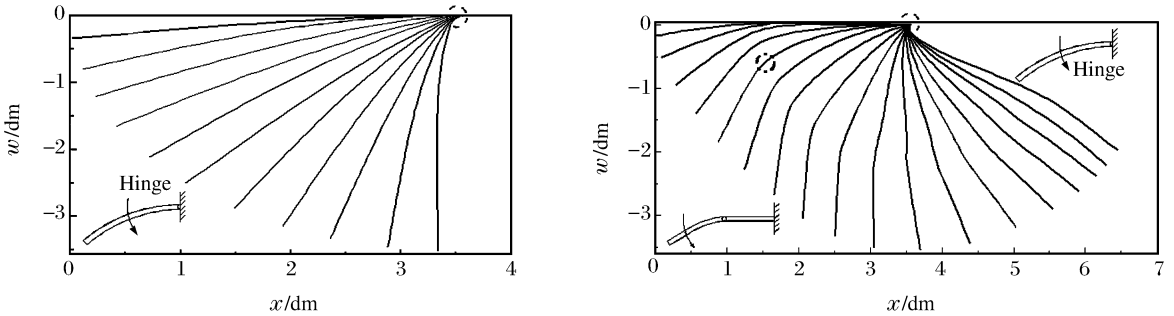


图 12 中载和高载情形下响应各时刻变形曲线

Fig. 12 The deformation configurations in the case of moderate and intense step loadings

4 讨论

综合以上数值分析结果,图 13 给出了不同载荷情形下弹塑性分析所得的塑性铰位置曲线,为便于比较,刚塑性分析所假定的塑性铰^[7]也绘于其中。图中,LL 表示低载,MI 表示中载,IL 表示高载;SD 表示小变形,LD 表示大挠度;EP 表示弹塑性分析,RP 表示分析刚塑性。系统比较后,可得如下结论:

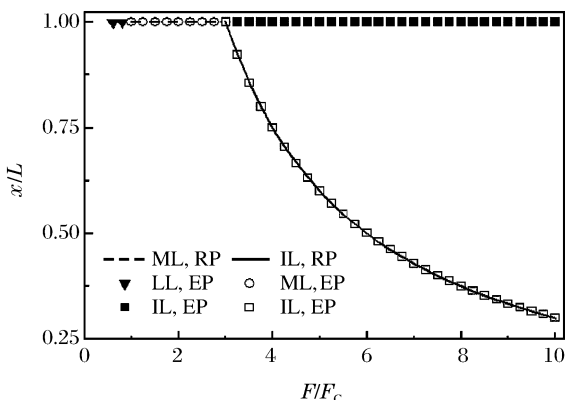


图 13 不同阶跃载荷下塑性铰的位置
Fig. 13 The positions of plastic hinges under different step loadings

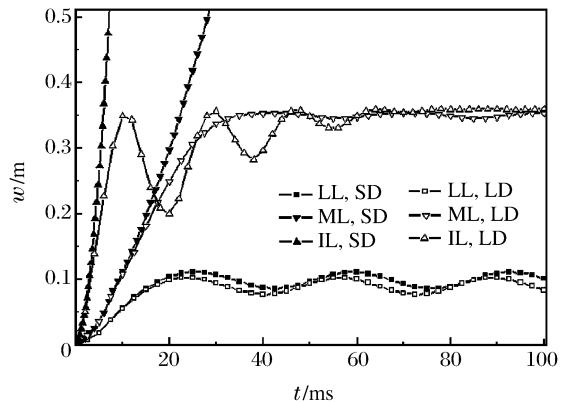


图 14 端部结点横向位移-时间历程
Fig. 14 Transverse displacement-time curves of the crunode at the tip of the beam

(1)低载情形($F/F_c \leq 1$):弹塑性分析表明,当 $0.6 \leq F/F_c \leq 1$ 时,结构可以产生塑性变形,其响应模式为在根部形成塑性铰。然而,此响应模式在刚塑性分析中并未予以考虑。

(2)中载情形($1 < F/F_c \leq 3$):弹塑性分析所得出的结论与刚塑性变形模式完全吻合,均为在梁的根部存在一个塑性铰,这证明了刚塑性分析在处理此载荷情形时的正确性。

(3)高载情形($F/F_c > 3$):弹塑性分析表明,梁的动力响应过程中存在两个明显的塑性铰,即随载荷幅值而位置发生变化的“跨中驻定铰”和对于高载情形各工况均位置不变的“根部驻定铰”。两种分析方法在“跨中驻定铰”的成铰位置上符合很好,从而验证了刚塑性分析所假定变形模式的部分准确性。但是,弹塑性分析所得出的“根部驻定铰”却在刚塑性分析中始终没有体现,考虑到前述分析中表明的“根部驻定铰模式”对动力响应过程的主导地位,因此,这揭示了刚塑性分析在处理高载情形时的缺陷。

运用文献[10]中所述的小变形理论进行数值计算,并与本文结果进行比较,所得到的各种载荷情形下端部结点的横向位移-时间历程如图14所示。可以看出,当 $F < F_c$ 时,二者计算结果基本吻合,表明 F 较小时,结构构型变化不大,运用小变形理论进行处理是近似合理和有效的;然而,当 $F \geq F_c$ 时,结构产生大变形,其构型发生巨大变化,小变形理论的计算结果只是在响应早期的一段时间与大挠度理论计算结果吻合较好,随后则出现计算的发散,因此无法正确预测结构的响应。

通过上述分析,对阶跃载荷作用下悬臂梁的响应模式和变形机制有了更加清晰的认识。已有刚塑性分析虽然把握了梁动力响应过程的部分特征,但也遗漏了响应过程的一些主导模式。另外,虽然小变形理论可以较为满意地预测结构在低载情形下的动力行为,但在处理中载和高载情形时则会因为结构的大变形而导致计算发散。由此可见,对此问题,发展考虑结构构型变化的大变形刚塑性分析是有意义的。因此,基于本文研究结果,建议对高载情形的大变形刚塑性分析可以假定在梁的根部存在一个驻定塑性铰。

参考文献:

- [1] Symonds P S. Survey of methods of analysis for plastic deformation of structure under dynamic loading[R]. Division of Engineering Report, Brown University, BU/NSRDC/1-67,1967.
- [2] Symonds P S, Fleming W T. Parkes revisited: On rigid-plastic and elastic-plastic dynamic structural analysis[J]. International Journal of Impact Engineering, 1984,2(1):1-36.
- [3] Reid S R, Gui X G. On the elastic-plastic deformation of cantilever beams subjected to tip impact[J]. International Journal of Impact Engineering, 1987,6(2):109-127.
- [4] 虞吉林,黄锐.冲击载荷下软钢梁早期响应的数值模拟和简化模型[J].力学学报,1997,29(4):464-469.
YU Ji-lin, HUANG Rui. Numerical simulation and a simplified model for the early stage response of a mild steel beam under impact loading[J]. Acta Mechanica Sinica, 1997,29(4):464-469.
- [5] Symonds P S, Yu T X. Counterintuitive behavior in a problem of elastic-plastic beam dynamics[J]. Journal of Applied Mechanics, 1985,52(4):517-522.
- [6] XI Feng, YANG Jia-Ling, LI Zai-liang. Anomalous behavior revisited: Dynamic response of elastic-plastic structures[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1998,11(4):283-294.
- [7] Stronge W J, Yu T X. Dynamic models for structural plasticity[M]. London: Springer-Verlag London Limited, 1995.
- [8] 周青,余同希.强动载荷作用下变截面梁中的塑性铰[J].爆炸与冲击,1987,7(4):311-318.
ZHOU Qing, YU Tong-xi. The plastic hinge in beams of variable cross-section under intense dynamic loading[J]. Explosion and Shock Waves, 1987,7(4):311-318.
- [9] Hua Y L, Yu T X, Reid S R. Double-hinge modes in the dynamic response of plastic cantilever beams subjected to step loading[J]. International Journal of Impact Engineering, 1988,7(4):401-413.
- [10] Yu T X, Yang J L, Reid S R. Interaction between reflected elastic flexural waves and a plastic 'hinge' in the dynamic response of pulse loaded beams[J]. International Journal of Impact Engineering, 1997,19(5-6):457-475.
- [11] 刘锋,张晓杰,席丰.阶跃载荷作用下变截面悬臂梁的弹塑性响应模式[J].山东建筑工程学院学报,2005,20(2):9-

12.

LIU Feng, ZHANG Xiao-jie, XI Feng. Elastic-plastic dynamic response mechanism of a variable cross-section cantilever beam subjected to step load[J]. Journal of Shandong Institute of Architecture and Engineering, 2005, 20(2):9-12.

- [12] Hashmi S J, Al-Hassani S T S, Johnson W. Large deflection elastic-plastic response of certain structures to impulsive loads: Numerical solution and experimental results[J]. International Journal of Mechanical Science, 1972, 14(12):843-860.

Deformation mechanism and energy dissipation of an elastic-plastic cantilever beam subjected to step loading

LIU Feng¹, XI Feng^{2*}

- (1. *State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;*
2. *Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, Shandong, China*)

Abstract: The dynamic response of an elastic-plastic cantilever beam subjected to step loading at its tip was studied numerically by employing large deflection governing equations and solving them expressed in the finite-difference form. The deformation mechanism and energy dissipation were explored by analyzing the instantaneous distribution of internal force, deformation and energy during the early dynamic response and were compared with those of rigid-plastic analysis. Numerical calculation indicates that the deformation mechanism is different due to the magnitude of the step loading. Elastic-plastic analysis confirms the validity of the rigid-plastic theory in dealing with the case of moderate load, and it points out the defects of the rigid-plastic method in the case of low and intense dynamic loads. Comparison with the results calculated by the small deformation theory shows that it is required to consider the large deformation effects.

Key words: solid mechanics; deformation mechanism; finite difference; cantilever beam; energy dissipation; elastoplasticity; step load; large deformation

* Corresponding author: XI Feng
E-mail address: sdxifeng@sina.com
Telephone: 86-531-86366256