

文章编号: 1001-1455(2008)03-0271-05

轴向应力波作用下圆柱壳塑性轴对称动力屈曲^{*}

郑 波, 王安稳

(海军工程大学理学院力学系, 湖北 武汉 430033)

摘要: 运用有限元特征值分析方法对应力波作用下圆柱壳塑性轴对称动力失稳问题进行了研究。基于应力波理论和相邻平衡准则导出了圆柱壳轴对称动力失稳时的特征方程, 在分析中同时考虑了应力波效应及横向惯性效应, 把圆柱壳塑性动力失稳问题归结为特征值问题。通过引入圆柱壳动力失稳时的波前约束条件实现了此类问题的有限元特征值解法。计算结果揭示了圆柱壳塑性轴对称动力屈曲变形发展的机理, 以及轴向应力波和屈曲变形的相互作用规律。

关键词: 固体力学; 动力屈曲; 有限元; 圆柱壳; 应力波; 塑性

中图分类号: O344.7; TU375

国标学科代码: 130 · 1515

文献标志码: A

1 引 言

轴向冲击载荷作用下柱壳的弹塑性动力失稳问题长期以来一直受到广泛关注。冲击载荷作用下结构的动力失稳具有与静力失稳显著不同的特征, 其主要原因是冲击载荷作用下所引起的应力波效应及结构本身的惯性效应。对于这一问题的研究大都假设柱壳具有某种形式的初始缺陷, 广泛采用 B-R 运动准则或放大函数法来研究它在动力载荷作用下被激发的力学行为。众所周知, 受静态轴向压力作用的无缺陷圆柱壳, 当压力足够大时会发生屈曲。因此屈曲是受压柱壳的内在本质特性, 在研究中引入初始缺陷在某种程度上掩盖了分叉问题的物理本质。

在这方面有一些积极的探索^[1-4]。王仁^[3]提出了结构塑性动力屈曲的能量准则。徐新生等^[5]考虑了应力波效应, 提出了柱壳弹塑性动力分叉失稳的线性化计算模型。D. Karagiozova 等^[6-7]研究了轴向碰撞情况下柱壳的弹塑性动力失稳问题, 指出结构本身的惯性在动力失稳过程中起着重要的作用。王安稳等^[8-9]提出了柱壳动力失稳双特征参数解法。对于静力载荷作用下的失稳问题, 一般可归结为求解特征方程的特征值问题。本文中基于该思路对圆柱壳在弹塑性压应力波作用下的动力失稳问题进行研究, 同时考虑应力波效应及横向惯性效应, 导出失稳时的动力学特征方程, 提出圆柱壳分叉动力失稳时压缩波前所必须满足的临界条件, 实现该问题的特征值解法。通过计算结果试图揭示圆柱壳弹塑性轴对称动力屈曲变形的发展机理, 以及轴向应力波与屈曲变形之间的相互作用规律。

2 弹塑性应力波在柱壳中的传播

考虑有限长圆柱壳, 右端固定, 长度为 L , 半径为 R , 厚度为 h , 材料质量密度为 ρ , 对于典型的双线性弹塑性材料, 弹性模量为 E , 塑性强化模量为 E_t , 屈服极限为 σ_s , 泊松比为 ν 。在 $t=0$ 时刻, 左端受幅值恒为 N_0 的轴向阶跃冲击载荷作用 (N_0 为壳中面单位弧长的轴向力), 且 $N_0 > N_s = h\sigma_s$, 则弹性、塑性压缩应力波分别以波速 $c_1 = \sqrt{E/\rho}$ 、 $c_2 = \sqrt{E_t/\rho}$ 沿壳的轴线向前传播, 为简单起见本文讨论的范围限定为 N_0 持续的时间足够长且弹性波未在固定端反射。根据一维应力波理论, 壳中任一瞬时刻 t , 弹、塑性波离开受载端在壳中传播的距离分别为: $L_1 = c_1 t$ 、 $L_2 = c_2 t$, 其中 $t \leq L/c_1$ 。则壳中轴向内力 $N(x)$ 的

* 收稿日期: 2006-12-05; 修回日期: 2007-03-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(10272114)

作者简介: 郑 波(1965—), 男, 博士。

分布为

$$N(x) = \begin{cases} -N_0 & 0 \leq x \leq L_2 \\ -h\sigma_s & L_2 < x \leq L_1 \\ 0 & L_1 < x \leq L \end{cases} \quad (1)$$

3 圆柱壳轴对称分叉动力失稳时的动力学平衡方程

对于上述受阶跃冲击载荷作用下的圆柱壳,当 N_0 足够高时,随着弹塑性应力波在壳中不断向前传播,在某一临界时刻 t_{cr} 必将发生分叉动力失稳。研究限定在壳的轴对称屈曲范围,并假定壳体在屈曲变形发生之前如果已进入塑性状态,则在发生屈曲变形时无卸载现象发生^[5]。设 $w(x,t)$ 为失稳发生后壳中面相对初始平衡位置的微小横向扰动,根据相邻平衡准则,在瞬时刻 t_{cr} 扰动量 $w(x,t)$ 应满足动力学平衡方程^[5]

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - N(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{E_i h}{R^2} w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (2)$$

式中: $D = E_i h / (12(1 - \nu^2))$, 在弹性区 $E_i = E$, 在塑性区 $E_i = E_0$ 。忽略转动惯性效应,则方程(2)成为

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - N(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{E_i h}{R^2} w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

引入无量纲参数: $W = \frac{w}{R}$, $X = \frac{x}{R}$, $T = \frac{c_1 t}{R}$, $\alpha = \frac{E_i}{E}$, $\theta = \frac{h^2}{3(1 - \nu^2)R^2}$, $\lambda = \frac{N(x)}{Eh}$ 。则方程(3)简化为

$$\alpha \frac{\theta^2}{4} \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} - \lambda \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \alpha W + \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = 0 \quad (4)$$

将上述圆柱壳用轴对称壳单元离散后,按照几何非线性有限元理论上式可表述为

$$\mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\delta}} + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma) \boldsymbol{\delta} = \mathbf{0} \quad (5)$$

式中: \mathbf{K} 、 \mathbf{K}_σ 分别为系统整体弯曲刚度矩阵和几何刚度矩阵, \mathbf{M} 为系统整体质量矩阵, $\boldsymbol{\delta}$ 为整体节点位移阵,而 \mathbf{K}_σ 与载荷 $N(x)$ 有关。该方程描述了受阶跃冲击载荷作用下的圆柱壳发生轴对称分叉失稳时的动力学行为。对于该方程的求解可采用分离变量法,令 $\boldsymbol{\delta} = \bar{\boldsymbol{\delta}} e^{p t}$, 带入方程(5),有

$$(p^2 \mathbf{M} + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma)) \bar{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{0} \quad (6)$$

此方程即为圆柱壳发生轴对称分叉失稳时的线性化特征方程。

如果忽略此方程中的惯性项,则有

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma) \bar{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{0} \quad (7)$$

此方程即为传统 Euler 法静力失稳问题的特征方程, $\bar{\boldsymbol{\delta}}$ 为其失稳模态。如果轴向压力 $N(x)$ 小于上述圆柱壳的静力失稳临界压力,则方程(6)的解中 p^2 必为小于零的实数,此时方程(6)为圆柱壳在预压力 $N(x)$ 作用下的轴对称自由振动问题的特征方程。对于圆柱壳的动力失稳,由于 N 、 p 均待定,因此特征方程(6)在一定的边界条件下不足以确定这两个特征参数,需要寻求边界条件以外的补充定解条件。

4 圆柱壳弹塑性轴对称分叉动力失稳时压缩波前的临界条件

对于上述圆柱壳,当 N_0 足够高时,随着应力波沿轴壳线向前传播,当轴向弹塑性压应力波传播的距离达到一定长度时,应力波所覆盖的那部分壳体将发生局部弹塑性动力屈曲。此时产生于加载端的压应力波尚未到达壳的另一端,在动力失稳发生的瞬间,轴向压缩应力波未波及的那部分杆 ($L_1 < x \leq L$) 未受到扰动,不会发生屈曲变形。因此在该区间内壳中的位移为零^[3-4],即在失稳发生瞬间,弹性压缩波前沿处 ($x = L_1$) 必有

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

又由于壳的右端外力为零,由截面法可得在该区间内壳中的内力也为零。由此可知在失稳发生瞬间,弹性压缩波前沿处($x=L_1$)还必须满足

$$\frac{\partial w^2}{\partial x^2} = 0 \tag{9}$$

即失稳发生瞬间弹性压缩波前沿处截面上的内力矩为零。

5 圆柱壳动力失稳有限元特征值分析方法

由以上分析可知,上述壳体受载端的约束边界条件和补充的波前约束条件(8)~(9)构成了动力失稳特征方程(6)的完备定解条件。具体分析方法如下:在应力波向前传播的过程中,假定在时刻 $t=t_{cr}$ 圆柱壳发生分叉失稳(此时弹塑性应力波在壳中的分布状况如图1所示),给定不同冲击载荷 N_0 。代入方程(5),按有限元方法对它进行特征值分析,求出特征值 p 及特征向量 $\bar{\delta}$ 。如果所得的特征向量 $\bar{\delta}$ 满足失稳时的波前约束条件(8)~(9),则此冲击载荷即为与此 t_{cr} 相对应的动力失稳临界载荷 N_{cr} ,特征向量 $\bar{\delta}$ 为其失稳模态。如此循环即可求出与不同 t_{cr} 相对应的动力失稳临界载荷及模态。

6 数值分析结果

为便于结果比较,引进下列无量纲参数: $\lambda_p = \sigma_s/E, \lambda_{cr} = N_{cr}/(Eh), T_{cr} = c_1 t_{cr}/R$ 。采用前面方法对上述圆柱壳(见图1)进行动力失稳分析,受载端的约束边界条件分别采用自由、简支、固支。对应于一阶屈曲模态,所需的临界失稳载荷 N_{cr} 最低,计算结果见图2所示。图中 λ_{cr} 相当于临界屈曲载荷 N_{cr} , T_{cr} 相当于临界屈曲时间 t_{cr} (或临界屈曲长度 $L_{cr} = c_1 t_{cr}$)。从图中可见在相同约束情况下,临界屈曲长度越短,所需的屈曲载荷越大;在相同的临界载荷下,受载端固支时临界屈曲长度最长,受载端自由时的临界屈曲长度最短。

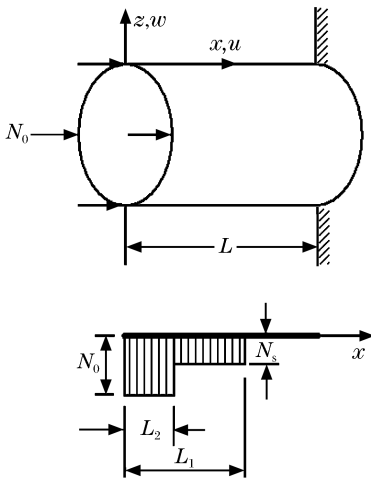


图1 应力波在壳中的传播

Fig. 1 The propagation of stress wave in a shell

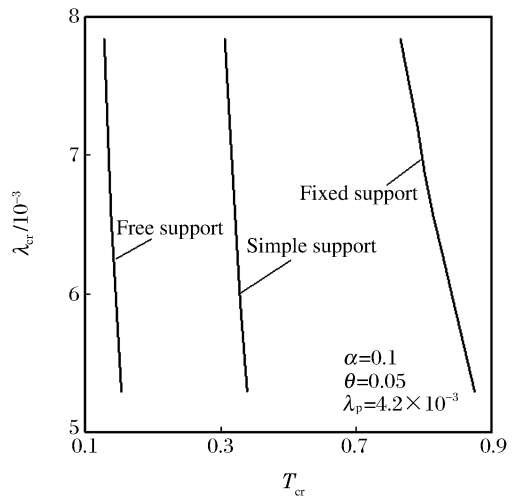


图2 临界载荷与临界时间的关系

Fig. 2 Relationship of critical forces with critical times

图3为最小临界屈曲载荷随材料的强化模量 E_t 变化的关系,从图中可见: E_t 越大,对应的临界屈曲载荷 N_{cr} 越高。进一步的分析表明:当 E_t/E 趋于1时,对应的临界载荷趋于弹性圆柱壳轴对称屈曲的临界载荷,其值与文献[9]中的结果相同。图4给出了壳的几何尺寸(半径、厚度)对临界屈曲载荷的影响。图中的曲线为受载端固支时的计算结果,该曲线表明:壳体几何参数 θ 越大(即半径越小或厚度越大),临界屈曲载荷 N_{cr} 越大。

图5~6显示了在不同受载端约束情况下典型的动力屈曲模态,其中图5为最低阶屈曲模态,图6为次低阶屈曲模态。从图中可见,动力屈曲只发生在轴向应力波所波及的范围内($x/L_{cr} = 1$ 相当于弹

性波的前沿),最低阶屈曲模态对应最低的曲临屈界载荷 N_{cr} ,波形相对简单;而高阶模态对应更高的屈曲载荷,波形也更复杂。

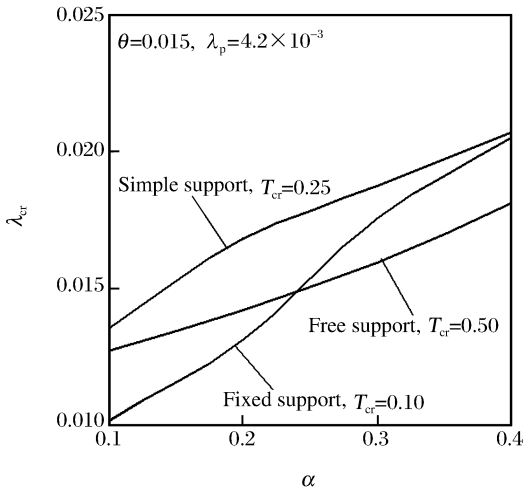


图 3 强化模量对临界载荷的影响

Fig. 3 Influences of hardening moduli on critical forces

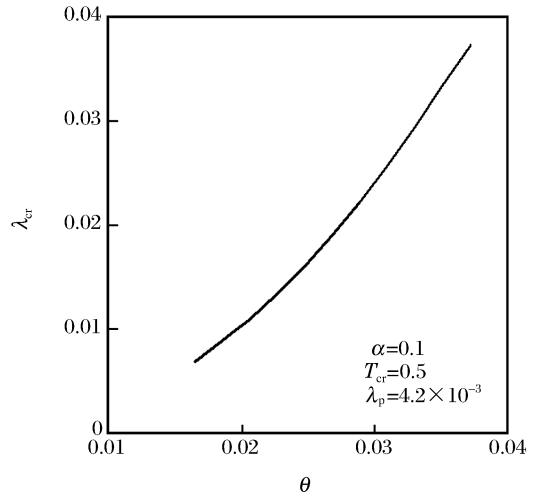


图 4 壳体几何尺寸对临界载荷的影响

Fig. 4 Influence of θ on critical force

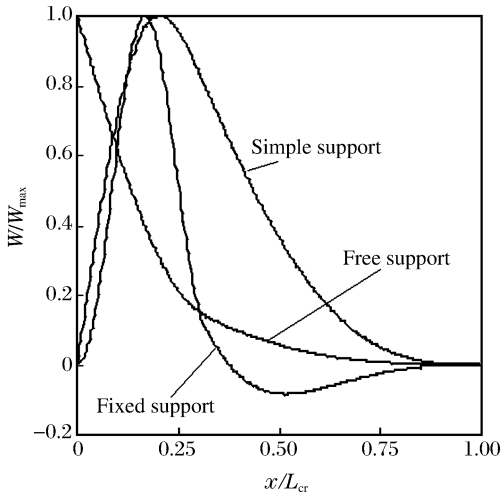


图 5 低阶屈曲模态

Fig. 5 The 1st dynamic buckling modes

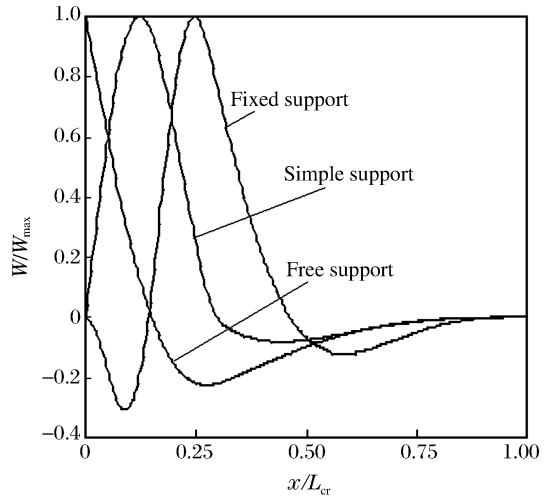


图 6 高阶屈曲模态

Fig. 6 The 2nd dynamic buckling modes

参考文献:

[1] 王仁,韩铭宝,黄筑平,等.受轴向冲击的圆柱壳塑性动力屈曲的实验研究[J].力学学报,1983,15(5):509-515.
WANG Ren, HAN Min-bao, HUAN Zhu-pin. Experimental research of cylindrical shells plastic dynamic buckling under impulsive loading[J]. Acta Mechanica Sinica, 1983,15(5):509-515.

[2] Lindberg H E, Flornce A L. Dynamic Pulse Buckling; Theory and Experiment[R]. Washington: Defence Nuclear Agency, 1987.

[3] 王仁.冲击载荷下结构塑性稳定性的研究[C]//王礼立.冲击动力学进展.合肥:中国科学技术大学出版社,1992:157-176.

[4] Lepik U. Bifurcation analysis of elastic-plastic cylindrical shell[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 1999,34:299-311.

[5] 徐新生,苏先榭,王仁.轴向应力波与弹塑性材料圆柱壳的动力屈曲[J].中国科学(A辑),1995,25(2):166-173.

[6] Karagiozova D, Jones N. Dynamic elastic-plastic buckling of circular cylindrical shells under axial impact[J]. International Journal of Solids and Structures, 2000,37(14):2005-2034.

- [7] Karagiozova D, Jones N. Influence of stress waves on dynamic progressive and dynamic plastic buckling of cylindrical shells[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001,38:6723-6749.
- [8] WANG An-wen, TIAN Wen-ying. Twin-characteristic-parameter solution of axisymmetric dynamic plastic buckling for cylindrical shells under axial compression waves[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40:3157-3175.
- [9] 王安稳. 轴向压应力波下圆柱壳弹性动力失稳的判据与机理[J]. *固体力学学报*, 2001,22(2):171-185.
WANG An-wen. Dynamic instability mechanism of cylindrical shells under axial compression wave[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2001,22(2):171-185.

Axisymmetric dynamic plastic buckling of cylindrical shells under axial compression waves

ZHENG Bo^{*}, WANG An-wen

(*Department of Mechanics, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, Hubei, China*)

Abstract: The finite element numerical method is used to study dynamic buckling of cylindrical shells under elastic compression waves. The finite element characteristic equations are derived on the basis of the adjacent-equilibrium criterion and the stress wave theory. In these equations, the compression wave propagation and the transverse inertia effect are taken into consideration. By introducing the dynamic buckling supplementary restraint conditions at the compression wave front of cylindrical shells at the instant when the buckling occurs, the critical-load and dynamic buckling modes of the shells are calculated from the solutions of the finite element characteristic equations. Calculated results provide some insight into the buckling mechanism as a transient process and the influences of the axial stress waves on the buckling deformation.

Key words: solid mechanics; dynamic buckling; finite element; cylindrical shell; stress wave; plastic

* Corresponding author: ZHENG Bo
E-mail address: zbzt@public.wh.hb.cn