

文章编号: 1001-1455(2009)01-0056-05

# 超空泡射弹尾拍分析与计算\*

孟庆昌, 张志宏, 顾建农, 刘巨斌  
(海军工程大学力学系, 湖北 武汉 430033)

**摘要:** 对超空泡射弹进行运动学和动力学分析并数学建模, 求解耦合非线性微分方程组, 得到水下高速超空泡射弹运动特性。数值模拟结果表明, 高速超空泡射弹在航行过程中, 由于弹体头部和尾部的阻力作用, 水平速度随时间迅速衰减。并且射弹的角速度呈周期性往复变化, 即尾拍现象。同时由于空泡尺寸的减小导致尾拍幅度逐渐变小。射弹转动惯量越小, 角速度变化幅度越平稳, 相同时间内尾拍次数减少。发射深度或发射速度越大, 尾拍幅度衰减越快。较大的初始角速度也会使射弹角速度很快衰减。

**关键词:** 流体力学; 射弹运动方程; 耦合非线性微分方程组; 超空泡; 尾拍

**中图分类号:** O353.4      **国标学科代码:** 130 · 25      **文献标志码:** A

## 1 引言

水下射弹高速航行时(超过 100 kn), 形成具有减阻效应的空泡区域, 称之为超空泡<sup>[1]</sup>。在试验中可以观察到空泡的存在改变了射弹运动的特性<sup>[2-3]</sup>, 弹体水中速度随时间迅速衰减, 由于在发射时射弹受到了扰动, 射弹向前运动的同时绕头部摆动, 射弹的尾部与空泡壁面发生连续反弹碰撞, 即尾拍现象。图 1 是超空泡射弹的航行示意图。

根据射弹不同运动阶段进行运动方程的推导:(1)初始阶段, 射弹在空泡中运动并且未与空泡壁面发生作用, 此时只有射弹的头部受到阻力作用;(2)尾拍阶段, 射弹尾部与空泡壁面发生作用, 射弹尾部与水的接触点上有尾拍力的作用。冲击力与力矩、作用在射弹头部的阻力、空泡长度和最大直径的计算方法见文献[4]。射弹的几何外形如图 2 所示,  $d_c$  为空化器直径。

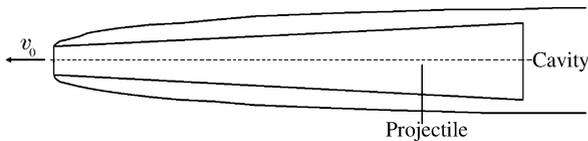


图 1 超空泡射弹示意图

Fig. 1 Schematic of a supercavitating projectile

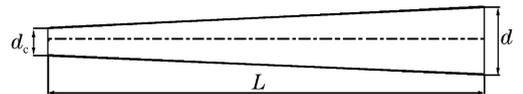


图 2 射弹几何外形

Fig. 2 Projectile geometry

本文中, 在前人研究基础上进一步分析影响射弹尾拍的其他因素, 试图得到较好计算结果, 为以后进行实弹的设计优化提供参考。

## 2 射弹运动的数学模型

为了便于推导动力学方程, 作以下假定:(1)射弹运动限制在纵向二维平面内, 射弹绕空化器头部摆动;(2)作用在射弹上的重力效应忽略不计;(3)射弹运动不受空泡内气体、水气或者水滴的影响;(4)忽略空泡的摆动。

建立如图 3 所示的坐标系。  $Ox_0y_0z_0$  是以  $O$  点为原点的惯性坐标系,  $Ax_1y_1z_1$  是以  $A$  点即射弹顶点

\* 收稿日期: 2007-07-30; 修回日期: 2007-12-10

基金项目: 国防基础科研项目(A2720060294); 2008 年海军工程大学科学研究基金项目

作者简介: 孟庆昌(1981—), 男, 博士研究生。

为原点的非惯性坐标系。 $x_1$ 轴与射弹的纵轴的方向一致。A点速度沿 $x_1$ 轴和 $z_1$ 轴的分量分别为 $u$ 、 $w$ ，绕 $y_1$ 轴方向的角速度为 $\omega$ 。

在两个阶段射弹运动均满足如下方程

$$m {}^F \dot{u}_{cm} = \sum F_{x_1} \quad (1)$$

$$m {}^F \dot{w}_{cm} = \sum F_{z_1} \quad (2)$$

$$I {}^F \dot{\omega} = \sum M_{y_1} \quad (3)$$

式中: $m$ 是射弹质量, $I$ 是射弹绕与 $y_1$ 平行且通过质心轴的转动惯量; $u_{cm}$ 和 $w_{cm}$ 是射弹质心分别沿 $x_1$ 和 $z_1$ 方向的速度分量; ${}^F \dot{u}_{cm}$ 和 ${}^F \dot{w}_{cm}$ 分别是 $u_{cm}$ 和 $w_{cm}$ 在惯性系下的变化率; $\sum F_{x_1}$ 和 $\sum F_{z_1}$ 分别是沿 $x_1$ 和 $z_1$ 方向作用在射弹上的力; ${}^F \dot{\omega}$ 是角速度 $\omega$ 在惯性系下的变化率。

$x_1$ 方向和 $z_1$ 方向的加速度分别为

$${}^F \dot{u}_{cm} = {}^B \dot{u} + \omega w + (L - x_{cm}) \omega^2 \quad (4)$$

$${}^F \dot{w}_{cm} = {}^B \dot{w} - \omega u + (L - x_{cm}) {}^F \dot{\omega} \quad (5)$$

式中: ${}^B \dot{u}$ 和 ${}^B \dot{w}$ 是 $u$ 、 $w$ 在贴体坐标系下的变化率<sup>[5-6]</sup>。

作用在射弹上的力如图4所示, $F_{nd}$ 是射弹头部受到的阻力, $F_i$ 是冲击力, $F_{id}$ 是在碰撞过程中作用在射弹上的阻力。 $F_{id,x_1}$ 是 $F_{id}$ 在 $x_1$ 方向的分量, $F_{nd}$ 、 $F_i$ 、 $M_{id}$ 、 $F_{id,x_1}$ 的表达式参见文献[5]。把这些表达式代入式(1)~(3)中,得到射弹的运动方程。

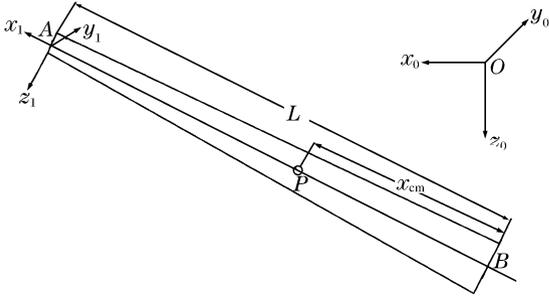


图3 坐标系

Fig. 3 Reference axes selection

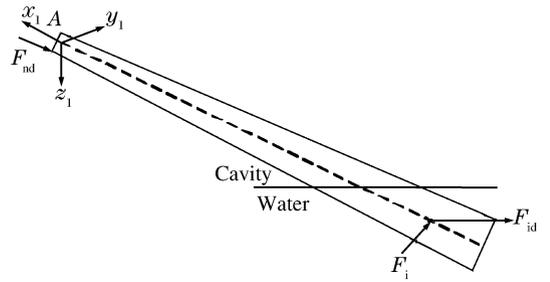


图4 作用在射弹上的力

Fig. 4 Forces acting on the projectile

### 3 运动方程的简化

现在建立刚体尾拍的模型。由于 $l_k/L \ll 1$ ,可将沾湿长度 $l_k$ 的高阶小量消去。假设 $u^2 \gg w^2$ , $\rho A_c k u^2 \gg 2mL\omega^2$ ,其中 $\rho$ 是流体密度, $A_c$ 为空化器面积, $k$ 为阻尼系数。第一阶段、第二阶段的运动方程分别为

$$\begin{cases} {}^B \dot{u} = -\frac{1}{2m} \rho A_c k u^2 \\ {}^B \dot{w} = \omega u \\ {}^B \dot{\omega} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} {}^B \dot{u} = -\frac{1}{2m} \rho k u^2 F(A_c, r, l_k, \theta) \\ {}^B \dot{w} = \omega^2 [M_1 l_k + M_2 l_k x_{cm} (L - x_{cm})] + 2\omega [\omega M_2 L x_{cm} l_k (L - x_{cm})] + \omega u \\ {}^B \dot{\omega} = -M_2 (\omega^2 l_k x_{cm} + 2\omega \omega L x_{cm} l_k) \end{cases} \quad (7)$$

式中: $M_1 = -2\pi\rho d/m$ , $M_2 = 2\pi\rho d/I$ , $F(A_c, r, l_k, \theta) = A_c + r^2 \arccos(1 - l_k \tan\theta/r) - dl_k \tan\theta(r - l_k \tan\theta)$ 。

从式(6)~(7)可以明显看出,当 $l_k=0$ 时两个阶段的方程是一致的,对于两种情形的运动方程均是耦合非线性的。 $x_1$ 方向加速度与相同方向的速度平方成比例。同样冲击角度,射弹半径和冲击过程中沾湿长度与空化器直径有关。 $z_1$ 方向的线加速度和绕 $y_1$ 轴的角加速度依赖于 $z_1$ 方向速度、射弹角速度、沾湿长度、射弹几何尺寸以及质量分布。

## 4 数值模拟

根据在试验中抓拍到的空泡形状的图像,假定在减速运动中空泡是椭圆形的<sup>[1]</sup>。即在减速过程中,空泡长度随着空泡数的增加而减小,空泡的形状保持椭圆形,空泡尺寸随时间变化,其大小由它的最大直径和最大长度刻画(见图5)<sup>[4,7]</sup>。空泡的几何形状为

$$\frac{(x-l/2)^2}{(l/2)^2} + \frac{y^2}{(D_k/2)^2} = 1 \quad (8)$$

式中:空泡最大截面直径  $D_k = d_c \sqrt{\frac{c_{x0}(1+\sigma)}{\sigma}}$ , 空泡长度  $l = \frac{d_c}{\sigma} \sqrt{\ln \frac{1}{\sigma}}$ ,  $\sigma$  是空泡数,  $d_c$  是空化器直径,  $c_{x0}$  是  $\sigma=0$  时的阻力系数,文中取  $c_{x0}=0.82$ 。

在数值计算中的基本常量:水密度  $\rho_w = 1.0 \text{ t/m}^3$ ;空泡内气压  $p = 2.5 \text{ kPa}$ 。初始条件:水下发射深度  $h = 1 \text{ m}$ ;  $x_1$  方向速度  $u(0) = 1.0 \text{ km/s}$ ,  $z_1$  方向速度  $w(0) = 0$ , 角速度  $\omega(0) = 1 \text{ rad/s}$ , 数值模拟持续  $0.25 \text{ s}$ 。以原始弹形为基准,针对不同射弹形状、发射深度、发射速度、初始角速度分别进行了计算。

图6中射弹的具体参数分别为: $L = 108.4 \text{ mm}$ ,  $L_1 = 46.2 \text{ mm}$ ,  $L_2 = 62.2 \text{ mm}$ ,  $R_i = 6.5 \text{ mm}$ ,  $d = 7.5 \text{ mm}$ ,  $d_c = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\rho = 7.83 \text{ t/m}^3$ 。实心弹体,  $I = 0.589 \text{ g} \cdot \text{m}^2$ ; 空心弹体,  $I = 0.202 \text{ g} \cdot \text{m}^2$ 。

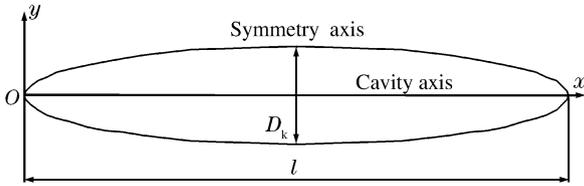


图5 空泡形状  
Fig. 5 Shape of the cavity

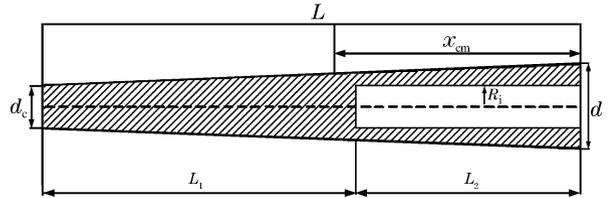


图6 空心射弹结构图  
Fig. 6 The configuration of the hollow projectile

## 5 结果与分析

图7(a)中,速度  $u$  沿  $x_1$  方向随时间迅速衰减,这种变化源于作用于弹体头部的阻力。冲击点处阻力大小取决于冲击时入水深度,入水深度与冲击时刻角速度有关。射弹冲击时刻角速度越大,尾部阻力越大。图7(b)显示了射弹角速度的变化,射弹角速度先增加后减小。射弹与空泡一同向前高速航行,初期空泡内部射弹存在角速度。当射弹尾部未沾湿时,角速度保持不变,开始发生尾拍时存在负的角加速度使角速度减小直到为零。角速度反向增加直到出水,又回到角加速度为零的情况。如此周期往复变化,产生尾拍现象。同时空泡的尺寸逐渐减小导致振动幅度(角速度绝对值的最大值)逐渐减小,最终形成射弹角速度呈振荡逐渐衰减的趋势。

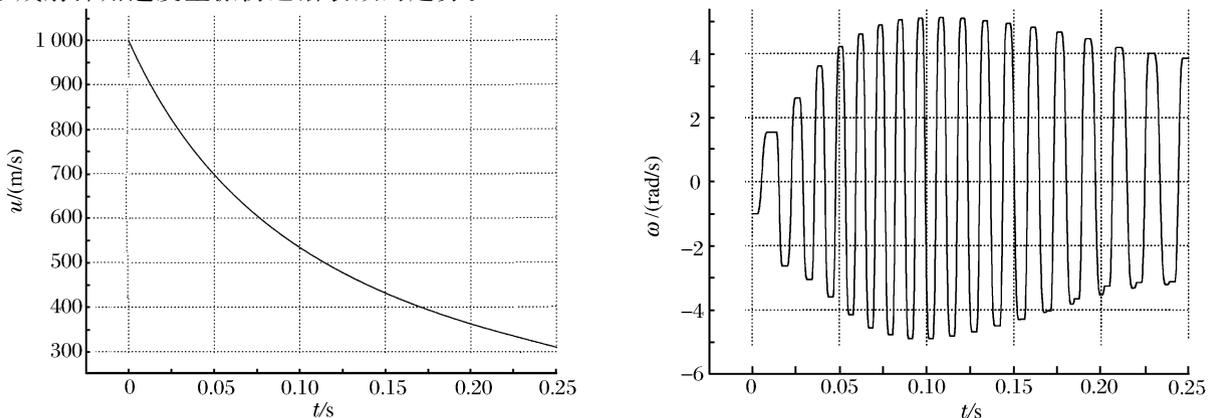


图7 原始弹形的模拟结果

Fig. 7 Simulation results of the primitive projectile

图 8 是空心射弹的角速度模拟,空心射弹比实心射弹的转动惯量小。从该图可以看出,角速度变化比较平稳,尾拍幅度并未增加,并且在相同的计算时间内尾拍次数较少。

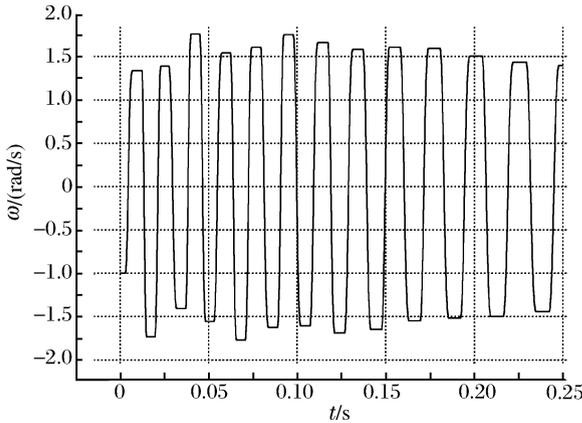


图 8 空心弹形的模拟结果

Fig. 8 Simulation result of the hollow projectile

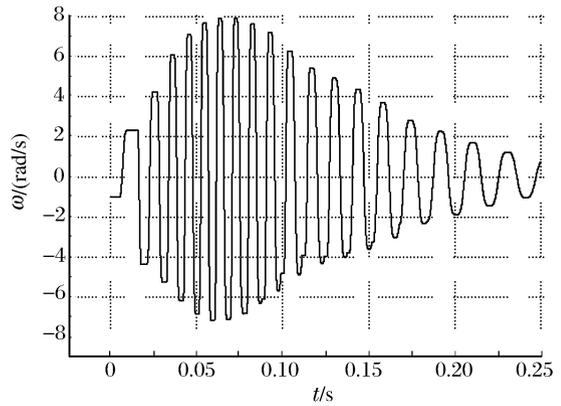


图 9 当  $h=100\text{ m}$  时的模拟结果

Fig. 9 Simulation result when  $h=100\text{ m}$

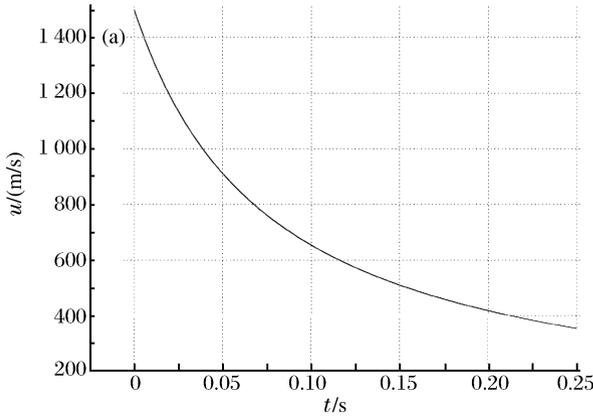


图 10 当  $u_0=1.5\text{ km/s}$  时的模拟结果

Fig. 10 Simulation results when  $u_0=1.5\text{ km/s}$

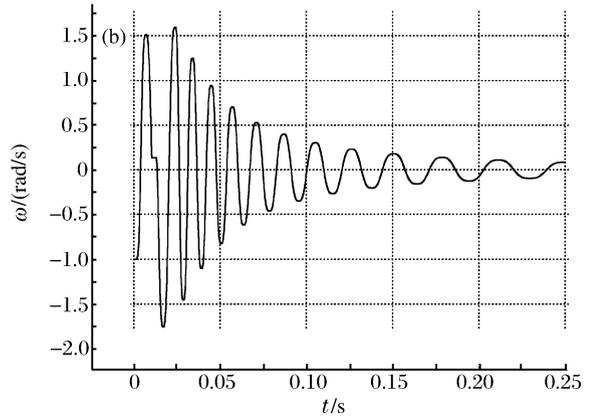


图 9 是当发射深度增加到  $h=100\text{ m}$  时角速度模拟。由图可知,振动幅度仍然是先增加后减小,但是振动幅度衰减得更快。发射深度越深,空化数越大,空泡尺寸越小,射弹振动幅度衰减也越快。

图 10 中,发射速度增加到  $u=1.5\text{ km/s}$ 。可见,发射速度越大,在相同的时间内,射弹剩余的动能越大。同时角速度幅度迅速衰减,射弹很快保持稳定航行。根据式(7),速度越大, $z_1$  方向加速度越大,反向角加速度越大,阻碍射弹尾拍进展。

如图 11 所示,如果初始角速度达到  $6\text{ rad/s}$ ,射弹角速度幅度很快衰减。根据式(7),初始角速度越大,反向角加速度越大,尾拍幅度减小迅速。

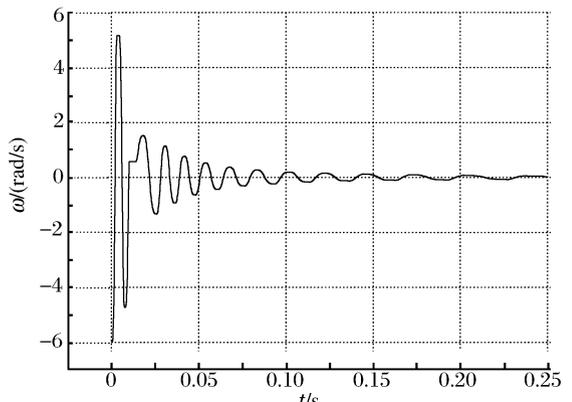


图 11 当  $\omega_0=-6\text{ rad/s}$  时的模拟结果

Fig. 11 Simulation result when  $\omega_0=-6\text{ rad/s}$

### 6 结 论

对数值计算的结果分析表明,射弹转动惯量、发射速度、深度以及初始扰动角速度对射弹尾拍有重要影响。射弹航行速度随时间迅速减小,同时角速度幅度呈振荡形式先增加后逐渐衰减。射弹转动惯

量越小,角速度变化幅度越平稳,相同时间内尾拍次数减少。发射深度或发射速度越大,尾拍幅度衰减越快。较大的初始角速度也会使射弹角速度很快衰减。

### 参考文献:

- [1] 孟庆昌,张志宏,顾建农,等.水下高速航行体超空泡流动研究进展[J].船海工程,2006,35(6):26-29.  
MENG Qing-chang, ZHANG Zhi-hong, GU Jian-nong, et al. Research development of high-speed super-cavitating flow of the high-speed underwater vehicle[J]. Ship & Ocean Engineering, 2006,35(6):26-29.
- [2] 张志宏,顾建农,范武杰.旋转弹体高速入水水中弹道的模拟方法[J].海军工程大学学报,2000,6:1-5.  
ZHANG Zhi-hong, GU Juan-nong, FAN Wu-jie. The hydroballistic modeling method for high-speed water entry of a rotary projectile[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2000,6:1-5.
- [3] 顾建农,张志宏,范武杰.旋转弹丸入水侵彻规律[J].爆炸与冲击,2005,25(4):341-349.  
GU Jian-nong, ZHANG Zhi-hong, FAN Wu-jie. Experimental study on the penetration law for a rotating pellet entering water[J]. Explosion and Shock Waves, 2005,25(4):341-349.
- [4] Kulkarni S S, Pratap R. Studies on the dynamics of a supercavitating projectile[J]. Applied Mathematical Modelling, 2000,24:113-129.
- [5] 孟庆昌.超空泡射弹流动特性及水中弹道初步研究[D].武汉:海军工程大学,2006.
- [6] Kane T R, Levinson D A. Dynamics: Theory and applications[M]. New York: McGraw-Hill, 1985:16-28.
- [7] Garabedian P R. Calculation of axially symmetric cavities and jets[J]. Pacific Journal of Mathematics, 1956(4): 611-684.

## Analysis and calculation for tail-slaps of supercavitating projectiles

MENG Qing-chang<sup>\*</sup>, ZHANG Zhi-hong, GU Jian-nong, LIU Ju-bin

(Department of Mechanics, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, Hubei, China)

**Abstract:** Kinematic and dynamic analysis on underwater high-speed supercavitating projectiles were carried out and a mathematical model was proposed to establish coupling nonlinear differential equations. The equations were resolved to obtain the kinematical characteristics of the projectiles. The numerical simulation results show that the horizontal velocity of the flying projectile decreases rapidly because of the drag forces acting on the tip and the tail of the projectile. The angular velocity of the flying projectile decreases gradually in the fluctuating form, namely, a tail-slap phenomenon. Meanwhile, the vibration extent reduces gradually resulted from the lessening of the cavity dimension. The smaller the projectile's moment of inertia is, the less the changing range of the angular velocity and the tail-slap times are. The greater the launching depth or velocity is, the faster the tail slap attenuation is. The higher initial angular velocity can cause the angular velocity of the projectile to attenuate more rapidly.

**Key words:** fluid mechanics; kinematical characteristic; coupling nonlinear differential equations; supercavitating projectile; tail slap

<sup>\*</sup> Corresponding author: MENG Qing-chang  
Telephone: 86-27-83443077

E-mail address: mqingchang@163.com