

文章编号: 1001-1455(2009)01-0067-06

基于离散小波变换的岩石 SHPB 测试信号去噪^{*}

刘希灵^{1,2}, 李夕兵^{1,2}, 洪亮^{1,2}, 官凤强^{1,2}, 叶洲元^{1,2}

(1. 中南大学资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083;

2. 深部金属矿产开发与灾害控制湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410083)

摘要: 运用离散小波阈值去噪原理对 SHPB 测试信号进行了处理, 针对 SHPB 测试信号持时短、突变快等特性, 并根据各小波基对信号的重构均方根误差, 选择 Symlets 小波系中的小波基 Sym5 为适合 SHPB 测试信号小波分析的最佳小波基, 并运用无偏估计程序 SURE 确定了各分解层的阈值。比较了小波阈值去噪与动态应变仪中常规低通滤波器去噪的信噪比和均方根误差, 研究结果表明, 相对于常规低通滤波器的去噪处理, 离散小波变换不仅有良好的去噪效果, 而且能得到更精确的重构信号, 可以取代动态应变仪中的低通滤波器对 SHPB 测试信号进行去噪处理。

关键词: 固体力学; 离散小波变换; 小波阈值去噪; 岩石 SHPB 试验; 高频噪声; 低通滤波器去噪

中图分类号: O347.1; TU45; TN911.4 **国标学科代码:** 130·15 **文献标志码:** A

1 引言

在应变率为 $10^1 \sim 10^3 \text{ s}^{-1}$ 的岩石动态性能试验中, 主要采用各种 SHPB 装置及其他一些变形装置来完成。SHPB 信号具有延时短、突变快等特性。通过不同形状的冲头可以得到不同的入射应力波形。入射应力波的上升时间和作用时间主要取决于冲头的几何结构; 应力波幅值随着冲头到入射杆撞击端面速度的增加而增加^[1]。在 SHPB 试验中, 材料动态本构特性由贴在入射杆和透射杆上的应变片所测信号来确定。测试信号通过动态应变仪采集, 采集的信号往往受到噪声污染, 对其后的分析产生影响, 导致分析结果失真。对这种带噪信号的处理通常是通过动态应变仪中的低通滤波器滤去高频噪声。

低通滤波器的原理基于傅里叶变换。傅里叶变换是用三角函数基把一个函数展开成各种频率的谐波的线性叠加, 由此引出了一系列频谱分析的理论, 长期以来, 傅里叶分析理论不论在数学中还是工程科学中一直占据着极其重要的地位。然而傅里叶变换存在分辨率不高、不能同时作时域及频域分析、在时域上不能作局域分析等缺陷, 尤其对像 SHPB 测试信号这种持时短、突变快的非平稳信号的处理就更显不足。小波分析是近年来国际上一个非常热门的前沿研究领域, 是继傅里叶分析之后的一个有效的时频分析方法。小波变换作为一种新的多分辨分析方法, 可同时进行时域和频域分析, 具有时频局部化和多分辨特性, 因此特别适合于处理非平稳信号, 能有效地从信号中提取信息, 通过伸缩和平移等运算功能对函数或信号进行多尺度细化分析, 解决了傅里叶变换不能解决的许多困难问题^[2]。

周子龙等^[3]运用小波变换对 SHPB 测试信号的去噪进行了研究, 然而并没有给出小波基选择、阈值确定的依据, 在比较小波去噪和低通滤波器去噪效果时也没有定量地给出小波去噪的优越性。本文中运用离散小波阈值去噪原理对 SHPB 测试信号进行去噪研究, 拟得到对 SHPB 测试信号进行小波去噪的最佳小波基和合理的阈值, 并比较离散小波阈值去噪和低通滤波器去噪的效果, 为 SHPB 测试信号的小波去噪提供理论依据。

* 收稿日期: 2007-09-11; 修回日期: 2007-12-19

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(50490274); 国家自然科学基金项目(50674107);

高校博士点专项基金项目(20060533011)

作者简介: 刘希灵(1980—), 男, 博士研究生。

2 离散小波变换理论

与傅里叶分析基于傅里叶变换类似,小波分析同样也基于小波变换,然而不同的是,傅里叶分析用系数和不同频率三角函数基的乘积来分析信号,而小波分析则用系数和规范小波基的乘积作为基础方程进行信号分析。离散小波变换容易在计算机上实现,可以用来处理复杂的数学问题^[4],其定义如下。

对函数 $\psi \in L^2(R)$, 如果 $\psi(t)$ 的傅里叶变换 $\hat{\psi}(\epsilon)$ 满足

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\epsilon)|^2}{|\epsilon|} d\epsilon < \infty \quad (1)$$

则称 $\psi(t)$ 为一个基本小波或母小波。

对 $f(t) \in L^2(R)$, 称

$$\omega_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt = \langle f, \psi_{a,b}(t) \rangle \quad a \in R - \{0\}, b \in R \quad (2)$$

为小波变换, b 称为位置参数, a 称为伸缩参数。

如果把式(2)中的变量 a, b 取为以下离散值: $a = a_0^m$, $b = nb_0 a_0^m$, 则称

$$\langle f, \psi_{m,n} \rangle = a_0^{-m/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi(a_0^{-m} t - nb_0)} dt \quad (3)$$

为离散小波变换, 称该离散小波变换为 a_0 进制的离散小波变换。

小波变换的重构公式为: 对所有的 $f, g \in L^2(R)$, 则

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_f(a, b) \overline{\omega_g(a, b)} \frac{da db}{a^2} = \iint \left[\int \hat{f}(\epsilon) |a|^{\frac{1}{2}} e^{-ib\epsilon} \overline{\hat{\psi}(a\epsilon)} d\epsilon \right] \left[\int \overline{\hat{g}(\epsilon')} |a|^{\frac{1}{2}} e^{ib\epsilon'} \hat{\psi}(a\epsilon') d\epsilon' \right] \frac{da db}{a^2} \quad (4)$$

1 对方括号内的表达式可看成 $F_a(\epsilon) = \sqrt{|a|} \hat{f}(\epsilon) \overline{\hat{\psi}(a\epsilon)}$ 的傅里叶变换的 $(2\pi)^{1/2}$ 倍, 同样的, 第 2 对方括号间的表达式可看成 $G_a(\epsilon) = \sqrt{|a|} \hat{g}(\epsilon) \overline{\hat{\psi}(a\epsilon)}$ 的傅里叶变化的 $(2\pi)^{1/2}$ 倍的复共轭。

由傅里叶变换的单式性和酉性得^[5]

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_f(a, b) \overline{\omega_g(a, b)} \frac{da db}{a^2} &= 2\pi \iint F_a(\epsilon) \overline{G_a(\epsilon)} d\epsilon \frac{da}{a^2} = 2\pi \iint \hat{f}(\epsilon) \overline{\hat{g}(\epsilon)} |\hat{\psi}(a\epsilon)|^2 d\epsilon \frac{da}{|a|} = \\ &= 2\pi \int \hat{f}(\epsilon) \overline{\hat{g}(\epsilon)} d\epsilon \int |\hat{\psi}(a\epsilon)|^2 \frac{da}{|a|} = C_\psi \langle f, g \rangle \end{aligned}$$

进一步有

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_f(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (5)$$

对于一个离散信号 f , 可以把它表示成一个规范正交矩阵 \mathbf{W} 的线性变换

$$\mathbf{w} = \mathbf{W}f \quad (6)$$

式中: \mathbf{w} 是一个包含小波变换系数的向量, \mathbf{W} 是小波滤波器系数矩阵。矩阵 \mathbf{W} 的每行代表一个基础向量, 对一个给定的小波函数, 该基础向量可由母小波通过平移和伸缩得到。

在规范正交矩阵 \mathbf{W} 下的信号重构可由如下方程表述

$$\mathbf{f} = \mathbf{W}^t \mathbf{w} \quad (7)$$

信号分解和重构的长度等于一个 2 的整数次幂值 ($M = 2^p$), 由此可应用快速塔式算法进行计算^[6]。

3 SHPB 测试信号的离散小波阈值去噪

通常, 观测信号可表示为

$$f(t) = s(t) + n(t) \quad (8)$$

式中: $f(t)$ 为受噪声污染的观测信号, $s(t)$ 为原始信号, $n(t)$ 为噪声。一般情况下, 噪声是方差为 σ^2 的高斯白噪, 服从 $N(0, \sigma^2)$ 。

离散小波阈值去噪的基本思路是:

- (1)对含噪信号 $f(t)$ 作小波变换,得到小波系数 $\omega_{j,k}$;
- (2)对 $\omega_{j,k}$ 进行阈值处理,得到估计小波系数

$$\hat{\omega}_{j,k} = \begin{cases} \omega_{j,k} & |\omega_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |\omega_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (9)$$

- (3)利用 $\hat{\omega}_{j,k}$ 进行重构,得到估计信号 \hat{f}_k ,即为去噪后的信号。

3.1 SHPB 信号分析的最佳小波基选择

小波变换的实质是将信号向一组小波基上投影。在小波分析中最重要的理论问题是如何选择最佳小波基,在实际应用中也最受关注^[7-8]。由于 SHPB 信号是非平稳信号,具有延时短、突变快等特性,因此适合 SHPB 信号分析的小波基必需具备条件:(1) $\phi(t)$ 有紧支集;(2) $\phi(t)$ 连续可微;(3) $\phi(t)$ 有 N 阶消失矩;(4) $\phi(t)$ 具有对称性。

上述 4 个条件定性地说明了 SHPB 信号分析小波基选择的依据,同时,小波基的选择还应考虑其重构能力,小波基重构能力可由信号重构的均方根误差 E_{rms} 来反映, E_{rms} 可作为定量选择小波基的依据,由下式表示

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N |S_r(i) - S(i)|^2}{N}} \quad (10)$$

式中: S_r 为重构信号, S 为原始信号。

由前述 4 个定性选择小波基的条件,初步选取 Daubechies 小波系和 Symlets 小波系作为 SHPB 信号分析的小波基,然后根据 E_{rms} 来确定 SHPB 信号分析的最佳小波基。

取 5 个典型的 SHPB 信号用 Daubechies 小波系的 db3、db4、...、db10 小波基和 Symlets 小波系的 sym2、sym3、...、sym8 分别对各信号进行小波分解然后重构,利用公式(7)和(8)计算各重构信号的 RMSE。各重构信号 E_{rms} 的计算结果显示:除了小波基 sym3, Symlets 小波系中的小波基对 SHPB 信号的重构能力比 Daubechies 小波系中的强外; Symlets 小波系中, sym5 小波基对 SHPB 信号的重构能力最强。因此,选择 SHPB 信号小波分析的最佳小波基为 sym5,此外,小波基 sym2、sym4、sym6、sym7、sym8 也比较适合分析 SHPB 信号。图 1 为其中一个典型信号(见图 2 中的原始信号。其中,入射波峰值为 -0.362 V,入射波延时为 253 μ s;反射波峰值为 0.207 V,反射波延时为 257 μ s)用各小波基进行信号重构的均方根误差直方图。利用小波基 sym5 对 SHPB 信号进行分解和重构见图 2。

3.2 阈值的确定

信号去噪的阈值选择很重要。通常,式(9)中理想的阈值 λ 不能得到, D. L. Donoho 等^[9-10] 提出了

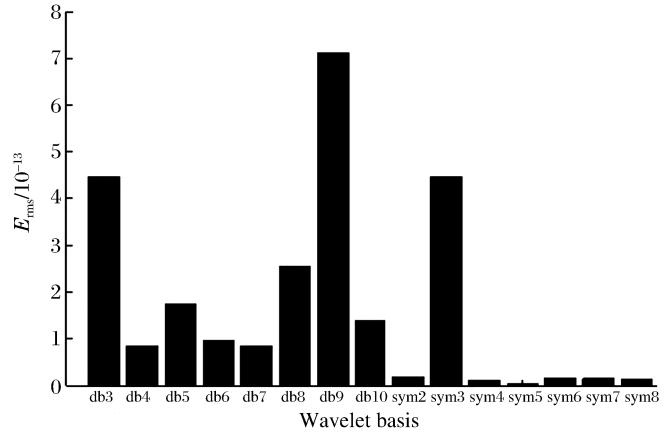


图 1 各小波基信号重构的均方根误差直方图

Fig. 1 Root mean squared error histogram of the signal reconstructed by various wavelet bases

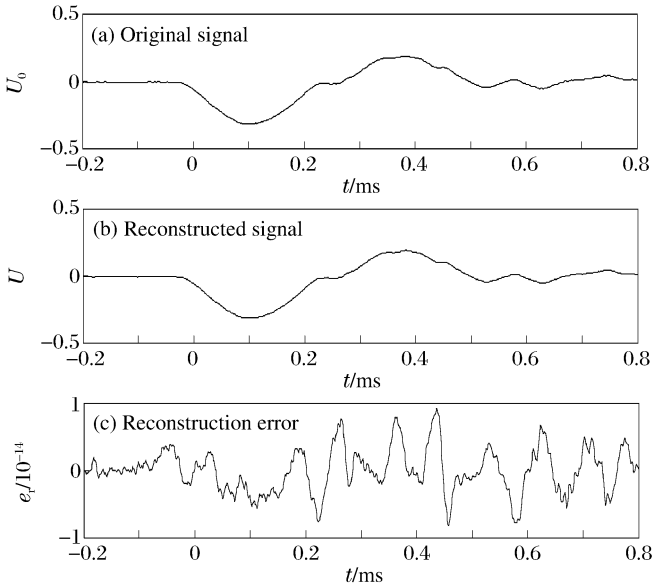


图 2 SHPB 原始信号、sym5 小波基重构信号和重构误差

Fig. 2 Original SHPB testing signal, signal reconstructed by sym5 and reconstruction error

如下估计阈值 λ 的式子

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \lg N} \quad (11)$$

式中: σ 是噪声的标准差, N 是信号的长度。该阈值估计式在不同分解尺度上是固定的。通常, 噪声不可知, D. L. Donoho 等^[11] 引进了 SURE 程序来估计阈值, 该程序可以收缩经验小波系数来抑制噪声, 在不同分解尺度上指派阈值, SURE 提供了一个噪声和去噪后数据的无偏估计程序, SURE 定义如下

$$\text{SURE}(\omega_{j,k}^y, \lambda) = (N-2)M_{(k; |\omega_{j,k}^y| \leq \lambda)} + \sum_{i=1}^N (\min(\omega_{j,k}^y, \lambda))^2 \quad (12)$$

式中: λ 是阈值, $\omega_{j,k}^y$ 是小波系数, N 是信号长度, M 是小于 λ 的数据量。

选取一个典型的 SHPB 信号, 加入高斯白噪声, 本文中选取了 5 组信噪比分别为 30 dB、32 dB、35 dB、37 dB、40 dB 的高斯白噪声, 限于篇幅, 以 37dB 信噪比的高斯白噪声为例加以说明(经过测试, 本文 SHPB 试验系统的高斯白噪声一般在 30 dB~40 dB 之间)。用 sym5 小波对含噪信号分解至 6 层, SURE 程序估计所得的阈值从第 1 层到第 6 层依次为 0.119、0.085、0.089、0.102、0.118、0.116, 选择硬阈值方法对信号进行去噪, 去噪结果见图 3。从图 3 中看出, 离散小波阈值去噪原理可以有效去除信号中的高频噪声。

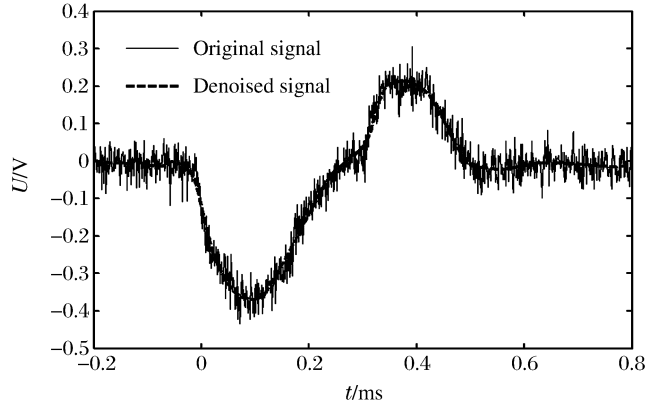


图 3 含噪信号与离散小波阈值去噪后的信号
Fig. 3 The original signal and the signal denoised by the discrete wavelet threshold method

3.3 小波阈值去噪效果与 SHPB 试验传统去噪方法的比较

数字信号分析中的一个重要环节就是数字滤波器的设计, 而数字滤波器设计的一个重要步骤是确定一个可实现的传输函数来逼近指定的频率响应^[12]。低通滤波器是数字滤波器中一个常用的结构, 用来消除测试信号中的噪声影响。一般情况下, 测试信号含有的都是高频噪声, 可以在低通滤波器中指定一个截止频率进而滤去高频噪声。

岩石 SHPB 信号测试系统的噪声处理, 通常是在动态应变仪中设计低通滤波器来消除测试信号中的高频噪声。在此, 根据动态应变仪中的相关参数设计一个截止频率为 20 kHz 的 2 阶巴特沃兹低通滤波器见图 4(其中 G 表示增益, f 表示频率), 滤去信号中高于 20 kHz 的高频噪声, 图 5 为消噪后的信号与含噪信号。

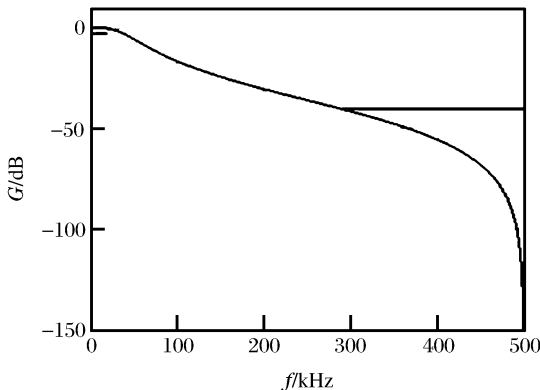


图 4 2 阶巴特沃兹低通滤波器

Fig. 4 A second-order Butterworth low-pass filter

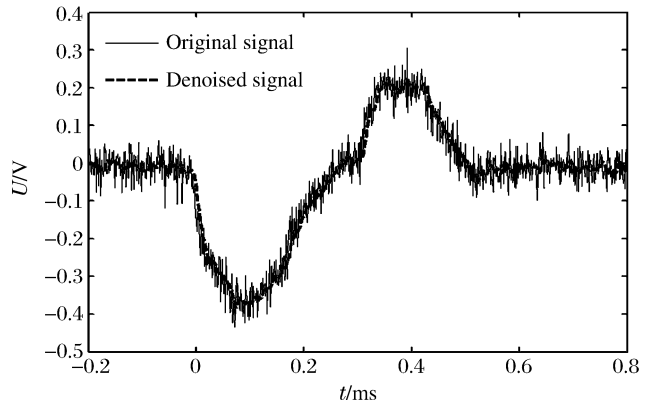


图 5 2 阶巴特沃兹低通滤波器消噪后的结果

Fig. 5 Denoised result of the second-order Butterworth low-pass filter

根据信号去噪理论可知,定量分析信号去噪效果的参数为:信噪比 R_{sn} 和均方根误差 E_{rms} 。如果去噪后的信号具有较高的信噪比 R_{sn} 和较小的均方根误差 E_{rms} ,则可保证去噪后的信号既能较好地保留原始信号特性,又能满足很好的去噪效果^[13]。 R_{sn} 和 E_{rms} 定义如下

$$R_{sn} = 10 \lg \left[\left(\sum_{n=0}^{N-1} s^2(n) \right) / \left(\sum_{n=0}^{N-1} (s(n) - \hat{s}(n))^2 \right) \right] \quad (13)$$

$$E_{rms} = \sqrt{\left(\sum_{n=0}^{N-1} (\hat{s}(n) - s(n))^2 \right) / N} \quad (14)$$

式中: $s(n)$ 为原始信号, $\hat{s}(n)$ 为去噪后的信号, N 为信号长度。

用式(13)和(14)计算 R_{sn} 和 E_{rms} ,对于离散小波阈值去噪, $R_{sn} = 24.73$ dB, $E_{rms} = 7.62 \times 10^{-5}$;对于低通滤波器去噪, $R_{sn} = 20.19$ dB, $E_{rms} = 2.17 \times 10^{-4}$ 。从计算结果可以看出,离散小波阈值去噪方法去噪后信号的信噪比高于用低通滤波器去噪后的信噪比,而均方根误差则要比低通滤波器的小,对 SHPB 测试信号,离散小波阈值去噪明显优于低通滤波器去噪。

图 6 显示,低通滤波后的信号上升前沿呈现台阶状,这不是岩石在 SHPB 下的真实受力情况,而小波滤噪处理后的信号上升前沿平直且整个波形很光滑。当采用锥形冲头波加载时,理想的 SHPB 信号上升前沿应是平直的,入射应力波加载段几乎不存在 P-C 振荡,整个波形是光滑的^[1],但由于噪声和试验设备的影响往往使上升前沿产生台阶状,使整个波形不平滑。从图 6 中能很明显地看出通过小波滤噪处理的信号明显优于通过低通滤波器处理后的信号,能很好地滤噪并平滑波形。

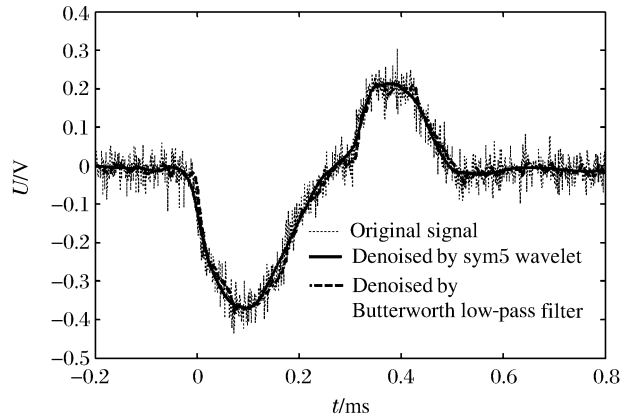


图 6 两种去噪方法的比较

Fig. 6 Comparing figure of the two denoising methods

4 结 论

(1) SHPB 测试信号往往含有高频噪声,这将影响其后信号分析的准确度,基于离散小波变换分析得到 Symlets 小波系中的小波基 Sym5 是对 SHPB 测试信号进行分析和去噪的最佳小波基。

(2) 通过设计动态应变仪中的低通滤波器,对比了低通滤波器消噪和离散小波阈值去噪对 SHPB 测试信号的去噪效果。研究表明,离散小波阈值去噪效果明显优于低通滤波器,可以有效地去除 SHPB 测试信号中的高频噪声。

(3) 研究结果可纳入 SHPB 试验系统的数据处理程序中,对测试信号进行消噪处理后再进行相应的分析,将大大提高信号分析结果的准确性,可以取代动态应变仪中的低通滤波器。

参考文献:

- [1] 李夕兵,古德生. 岩石冲击动力学[M]. 长沙:中南工业大学出版社,1994.
- [2] 冯象初,宋国乡,甘小冰. 数值泛函与小波理论[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2003.
- [3] 周子龙,李夕兵,龙八军. 岩石 SHPB 试验信号的小波包去噪[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(增 1):4780-4783. ZHOU Zi-long, LI Xi-bing, LONG Ba-jun. Application of wavelet-packets analysis technique in the signal denoising for SHPB test of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005,24(Supp 1):4780-4783.
- [4] Smith C, Akujuobia C M, Hamory P, et al. An approach to vibration analysis using wavelets in an application of aircraft health monitoring[J]. Mechanical System and Signal Processing, 2007,21(3):1255-1272.
- [5] Daubechies I. 小波十讲[M]. 李建平,杨万年,译. 北京:国防工业出版社,2004.
- [6] Pasti L, Walczak B, Massart D L, et al. Optimization of signal denoising in discrete wavelet transform[J]. Chemo-

metrics and Intelligent Laboratory Systems, 1999,48:21-34.

- [7] 王会云, 李建平, 李国栋. 基于机械故障诊断的算法及小波基选择研究[J]. 后勤工程学院学报, 2004, 20(1): 1-5.
WANG Hui-yun, LI Jian-ping, LI Guo-dong. Research base on algorithm of mechanical failure diagnosis and choosing wavelet basis[J]. Chinese Journal of Logistic Engineering Institute, 2004, 20(1): 1-5.
- [8] 谭善文, 秦树人, 汤宝平. 小波基时频特性及其在分析突变信号中的应用[J]. 重庆大学学报, 2001, 24(2): 12-17.
TAN Shan-wen, QIN Shu-ren, TANG Bao-ping. Time-frequency characteristic of wavelet base and its application transient signal detection[J]. Journal of Chongqing University (Natural Science Edition), 2001, 24(2): 12-17.
- [9] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81: 425-455.
- [10] Donoho D L. Denoising by soft thresholding[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [11] Manganiello L, Vega C, Rios A, et al. Use of wavelet transform to enhance piezoelectric signals for analytical purposes[J]. Analytica Chimica Acta, 2002, 456(1): 93-103.
- [12] 米特拉. 数字信号处理—基于计算机的方法[M]. 第二版. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [13] 凌同华. 爆破震动效应及其灾害的主动控制[D]. 长沙: 中南大学, 2004.

Rock SHPB testing signal denoising based on discrete wavelet transform

LIU Xi-ling^{1,2*}, LI Xi-bing^{1,2}, HONG Liang^{1,2},
GONG Feng-qiang^{1,2}, YE Zhou-yuan^{1,2}

(1. School of Resources and Safety Engineering, Central South University,
Changsha 410083, Hunan, China;

2. Hunan Key Lab of Resources Exploitation and Hazard Control for Deep Metal Mines,
Changsha 410083, Hunan, China)

Abstract: The discrete wavelet threshold method was used to denoise the SHPB testing signals containing the high-frequency noise. Aimed at the short-duration and abrupt change of non-stationary SHPB testing signals, the Sym5 wavelet basis was chosen as the optimal one which has the lowest root mean square error (RMSE) among various wavelet basis reconstruction for the processing of SHPB testing signals. The unbiased estimation procedure SURE was used to determine the threshold value for each decomposition level, the signal was decomposed to six levels with the threshold values of 0.119, 0.085, 0.089, 0.102, 0.118, 0.116 from level 1 to level 6 respectively. Signal-noise ratio (SNR) and RMSE of the signals denoised by the discrete wavelet transform were compared with those by the conventional low-pass filters in dynamic strain indicators. SNR of the signal denoised by the discrete wavelet transform is greater than that by the low-pass filter, and RMSE of the signal denoised by the discrete wavelet transform is smaller than that by the low-pass filter. The results show that discrete wavelet transform not only has favorable denoising effects, but also can get more accurate reconstruction signals, it can replace the low-pass filters in dynamic strain indicators for the SHPB testing signal denoising.

Key words: solid mechanics; discrete wavelet transform; wavelet threshold denoising; rock SHPB test; high-frequency noise; low-pass filter denoising

* Corresponding author: LIU Xi-ling
Telephone: 86-731-8877647

E-mail address: lxlenglish@163.com