

文章编号: 1001-1455(2009)01-0073-07

# SH 波入射时垂直半空间中双相介质界面附近圆孔的动力分析\*

齐 辉, 折 勇, 李宏亮, 赵嘉喜

(哈尔滨工程大学建筑工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 利用复变函数和 Green 函数法研究了垂直半空间中双相介质界面附近圆孔对 SH 波的散射与动应力集中问题。该问题的解答采用镜像法, 首先构造出含有圆孔的直角平面区域出平面问题的 Green 函数, 然后利用“契合”技术, 并根据界面处位移连续性条件将解答归结为具有弱奇异性的第一类 Fredholm 积分方程组的求解, 结合散射波的衰减特性, 直接离散该方程组, 把积分方程组转化为线性代数方程组可得到该问题的数值结果。最后, 通过算例分析了圆孔的动应力集中情况。结果表明, 与全空间中界面附近圆孔对 SH 波的散射相比, 由于垂直半空间自由边界的存在, 孔边动应力集中系数明显增大; 另外, 入射波由硬介质(波速大)进入到软介质(波速小)时, 与均匀介质相比, 孔边动应力集中更显著, 最不利的参数组合, 孔边动应力集中系数几乎提高了一倍, 入射波由软介质进入到硬介质时, 情况相反。

**关键词:** 固体力学; 动应力集中; Green 函数; SH 波散射; 垂直半空间; 双相介质界面; 圆孔

**中图分类号:** O347.4; P315.3      **国标学科代码:** 130·1530      **文献标志码:** A

研究界面附近缺陷对弹性波的散射与动应力集中问题, 在理论及工程实践中均有十分重要的意义。双相介质界面及其附近圆孔散射问题的研究, 应属非均匀介质研究范畴, 是当今固体力学研究的热点之一。这个课题的全空间界面问题已有成熟的理论和方法<sup>[1-4]</sup>, 并成功应用于工程实际中。而以往的研究集中于全空间的界面情况, 没有涉及垂直半空间中的界面情况<sup>[5-8]</sup>。随着材料科学、海洋工程和抗爆抗震技术的应用和发展, 出现了大量的更加复杂界面动态问题, 为弹性波动理论的研究和应用提出了许多新的研究课题<sup>[4-10]</sup>。原则上讲, 数值法能分析各种不规则的界面问题, 但是, 解析法在问题本质分析上有着数值法不可替代的作用, 而且解析法还可以用于验证数值法的精度。本文中建立求解平面 SH 波对垂直半空间中双相介质界面附近圆孔散射与动应力集中的一种分析方法, 即利用镜像的办法将垂直半空间中的双相介质界面问题转化为熟悉的全空间界面“契合”问题, 使问题得以求解。作为抗震问题的研究, 给出具体算例, 并分析入射波频率、角度和圆孔几何位置以及双相介质组合参数变化对圆孔动应力集中系数的影响。

## 1 构造问题的 Green 函数

构造的 Green 函数是一个含有圆孔的均匀、各向同性的二维平面直角区域, 在其水平表面上任意一点承受时间谐和的出平面线源荷载  $\delta(z-z_0)$  时位移的基本解, 如图 1 所示。位移函数  $W(x, y, t)$  与时间的依赖关系为  $e^{-i\omega t}$  (以下分析均略去时间谐和因子  $e^{-i\omega t}$ , 这并不影响讨论结果)。引入复平面  $(z, \bar{z})$ , 其中  $z = x + iy, \bar{z} = x - iy$ , 介质内位移场满足 Helmholtz 方程

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \bar{z}} + k^2 \frac{W}{4} = 0 \quad (1)$$

式中: 波数  $k = \omega/c_s, \omega$  为位移函数圆频率,  $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$  为介质的剪切波速;  $\rho, \mu$  分别为介质的质量密度和剪切弹性模量。

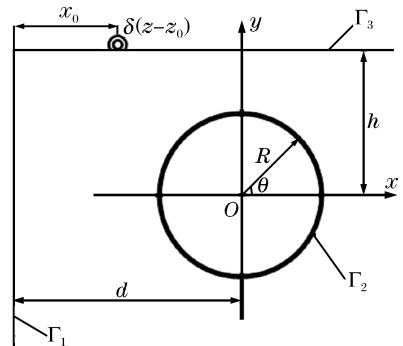


图 1 出平面线源荷载作用的直角区域

Fig. 1 The right-angle plane model impacted by a line source force

\* 收稿日期: 2007-07-10; 修回日期: 2007-12-24  
基金项目: 黑龙江自然科学基金项目(A0206)  
作者简介: 齐 辉(1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师。

相应的应力表达式在极坐标中的复函数式为

$$\tau_{rz} = \mu \left( \frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right), \quad \tau_{\theta z} = i\mu \left( \frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} - \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right) \quad (2)$$

边界条件为

$$\Gamma_1: \tau_{xz} \big|_{x=-d} = 0; \quad \Gamma_2: \tau_{rz} \big|_{r=R} = 0; \quad \Gamma_3: \tau_{yz} \big|_{y=h} = \delta(z - z_0) \quad (3)$$

在上述边界条件约束下,满足控制方程(1)的基本解,应包括两部分运动:出平面线源荷载的扰动和由圆孔所激发的散射波。

对于出平面线源荷载的扰动,利用“虚设点源”的方法来构造<sup>[5]</sup>。首先,将直角平面区域对于边界  $\Gamma_1$  左延拓为半无限空间,并在半无限空间水平表面上作用对于边界  $\Gamma_1$  对称的出平面线源荷载,此时能满足不含圆形孔洞的直角平面区域边界应力自由条件。因此,点源在完整的直角平面区域内产生的扰动,入射波场为

$$G^{(i)}(z, \bar{z}) = \frac{i}{2\mu} [H_0^{(1)}(k | z - z_0 |) + H_0^{(1)}(k | z - z'_0 |)] \quad (4)$$

式中:  $z_0 = x_0 - d + ih$ ,  $z'_0 = -x_0 - d + ih$ ;  $H_0^{(1)}$  为零阶第一类 Hankel 函数。

对于由圆孔所激发且自动满足直角平面区域边界应力自由条件的散射波,可利用镜像叠加原理及移动坐标技术构造为

$$G^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left[ H_n^{(1)}(k | z_1 |) \left( \frac{z_1}{|z_1|} \right)^n + H_n^{(1)}(k | z_2 |) \left( \frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-n} + \right. \\ \left. (-1)^n H_n^{(1)}(k | z_3 |) \left( \frac{z_3}{|z_3|} \right)^{-n} + (-1)^n H_n^{(1)}(k | z_4 |) \left( \frac{z_4}{|z_4|} \right)^n \right] \quad (5)$$

式中:  $z_1 = z$ ,  $z_2 = z - 2ih$ ,  $z_3 = z_1 + 2d$ ,  $z_4 = z_2 + 2d$ ,  $A_n$  ( $n = 0, \pm 1, \dots$ ) 为待定的未知数,由圆孔周边应力自由的边界条件决定。

由式(4)~(5)可求得入射波  $G^{(i)}$  和散射波  $G^{(s)}$  产生的孔边应力,利用边界条件  $\tau_{rc}^{(i)} = \tau_{rc}^{(i)} + \tau_{rc}^{(s)} = 0$ ,可得出确定待定系数  $A_n$  的方程,经整理后为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \bar{\omega}_n = \bar{\omega} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6)$$

式中

$$\bar{\omega}_n = \frac{k\mu}{2} (T_{n1} e^{i\theta} + T_{n2} e^{-i\theta}), \quad \bar{\omega} = \frac{ik}{4} (T_1 e^{i\theta} + T_2 e^{-i\theta}), \\ T_1 = H_1^{(1)}(k | z - z_0 |) \frac{|z - z_0|}{z - z_0} + H_1^{(1)}(k | z - z'_0 |) \frac{|z - z'_0|}{z - z'_0}, \\ T_2 = H_1^{(1)}(k | z - z_0 |) \frac{z - z_0}{|z - z_0|} + H_1^{(1)}(k | z - z'_0 |) \frac{z - z'_0}{|z - z'_0|}, \\ T_{n1} = H_{n-1}^{(1)}(k | z_1 |) \left( \frac{z_1}{|z_1|} \right)^{n-1} - H_{n+1}^{(1)}(k | z_2 |) \left( \frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-n-1} + \\ (-1)^n H_{n-1}^{(1)}(k | z_4 |) \left( \frac{z_4}{|z_4|} \right)^{n-1} - (-1)^n H_{n+1}^{(1)}(k | z_3 |) \left( \frac{z_3}{|z_3|} \right)^{-n-1}, \\ T_{n2} = H_{n+1}^{(1)}(k | z_1 |) \left( \frac{z_1}{|z_1|} \right)^{n+1} + H_{n-1}^{(1)}(k | z_2 |) \left( \frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-n+1} - \\ (-1)^n H_{n+1}^{(1)}(k | z_4 |) \left( \frac{z_4}{|z_4|} \right)^{n+1} + (-1)^n H_{n-1}^{(1)}(k | z_3 |) \left( \frac{z_3}{|z_3|} \right)^{-n+1}$$

方程两边同乘以  $e^{-im\theta}$ ,并在  $(-\pi, \pi)$  上积分,有

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \bar{\omega}_{mn} = \bar{\omega}_m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7)$$

式中

$$\bar{\omega}_{mn} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \bar{\omega}_n e^{-im\theta} d\theta, \quad \bar{\omega}_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \bar{\omega} e^{-im\theta} d\theta$$

式(7)即为决定未知系数  $A_n$  的无穷代数方程组。

对于研究角域(包括直角区域)中的 Green 函数,最大的问题在于其顶角附近存在的缺陷可能对弹性空间内的应力场分布有很大的影响,即应力奇异性问题。但本文中采用镜像法求解,将问题转化为求解满足边界条件(3)的半无限空间(介质中无角点缺陷)中的 Green 函数,从而避免了直角域角点应力奇异性问题。根据叠加原理,出平面线源荷载的扰动和由圆孔所激发的散射波组成的总波场也满足直角平面区域边界应力自由条件。此时介质内的总波场,即求解问题

的 Green 函数为

$$G(z, z_0) = G^{(i)}(z, z_0) + G^{(s)}(z, z_0) \tag{8}$$

## 2 垂直半空间中双相介质界面附近圆孔对 SH 波的散射

SH 波对垂直半空间中界面附近圆孔的散射问题(如图 2 右半区间所示), 可视为“契合”问题而加以研究。对于 SH 波的入射问题, 首先考虑由两个互联的具有不同材料常数且不含圆孔时完整弹性直角区域 I、II 构成的半空间。

由于垂直半空间自由表面以及双相介质界面的存在, 很难直接给出介质内的入射波、反射波以及折射波, 利用镜像法可以克服这一难点。如图 2 所示, 左圆孔是右圆孔的镜像, 垂直半空间中的界面问题转化为全空间中的界面问题, 下面的求解可按照全空间的界面“契合”问题进行求解。

在直角平面区域 I 内的入射波  $W^{(i)}$  表示为

$$W^{(i)} = W_0 \exp\left\{\frac{ik_1}{2}[(z - ih)e^{-i(\pi - \alpha_0)} + (\bar{z} + ih)e^{i(\pi - \alpha_0)}]\right\} \tag{9}$$

引入复平面  $(z', \bar{z}')$ ,  $z' = z + 2d$ , 在全空间中的等效入射波场  $W^{(i,e)}$  可表示为

$$W^{(i,e)} = W_0 \left\{ \exp\left\{\frac{ik_1}{2}[(z - ih)e^{-i(\pi - \alpha_0)} + (\bar{z} + ih)e^{i(\pi - \alpha_0)}]\right\} + \exp\left\{\frac{ik_1}{2}[(z' - ih)e^{-i\alpha_0} + (\bar{z}' + ih)e^{i\alpha_0}]\right\} \right\} \tag{10}$$

由于  $y=h$  处界面的存在, 在界面上产生的等效反射波  $W^{(r,e)}$  和等效折射波  $W^{(t,e)}$  分别为

$$W^{(r,e)} = W_2 \left\{ \exp\left\{\frac{ik_1}{2}[(z - ih)e^{i(\pi - \alpha_0)} + (\bar{z} + ih)e^{-i(\pi - \alpha_0)}]\right\} + \exp\left\{\frac{ik_1}{2}[(z' - ih)e^{i\alpha_0} + (\bar{z}' + ih)e^{-i\alpha_0}]\right\} \right\} \tag{11}$$

$$W^{(t,e)} = W_4 \left\{ \exp\left\{\frac{ik_2}{2}[(z - ih)e^{-i(\pi - \alpha_4)} + (\bar{z} + ih)e^{i(\pi - \alpha_4)}]\right\} + \exp\left\{\frac{ik_2}{2}[(z' - ih)e^{-i\alpha_4} + (\bar{z}' + ih)e^{i\alpha_4}]\right\} \right\} \tag{12}$$

式中:  $W_0$  为入射波的幅值;  $\alpha_0$  为平面 SH 波的入射角;  $k_i$  为介质 I、II 中的波数,  $k_i = \omega/c_i$ ,  $c_i = \sqrt{\mu_i/\rho_i}$  ( $i=1, 2$ );  $\alpha_4$  为界面处折射角, 且  $c_1 \cos \alpha_4 = c_2 \cos \alpha_0$ ;  $W_2 = W_0 [\sin \alpha_0 - (\mu_2/\mu_1)(c_1/c_2) \sin \alpha_4] / [\sin \alpha_0 + (\mu_2/\mu_1)(c_1/c_2) \sin \alpha_4]$ ;  $W_4 = 2W_0 \sin \alpha_0 / [\sin \alpha_0 + (\mu_2/\mu_1)(c_1/c_2) \sin \alpha_4]$ 。

在具有圆形孔洞的直角平面区域 I 中, 若满足  $y=h$  和  $x=-d$  处边界应力自由条件, 由圆形孔洞产生的散射波  $W^{(s)}$  可以表示为

$$W^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \left[ H_n^{(1)}(k_1 | z_1 |) \left( \frac{z_1}{|z_1|} \right)^n + H_n^{(1)}(k_1 | z_2 |) \left( \frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-n} + (-1)^n H_n^{(1)}(k_1 | z_3 |) \left( \frac{z_3}{|z_3|} \right)^{-n} + (-1)^n H_n^{(1)}(k_1 | z_4 |) \left( \frac{z_4}{|z_4|} \right)^n \right] \tag{13}$$

式中:  $z_1 = z, z_2 = z - 2ih, z_3 = z_1 + 2d, z_4 = z_2 + 2d; B_n$  为待定的未知系数, 由孔边的应力自由条件决定, 其解题过程与 Green 函数相同。

根据已得到的等效入射波、等效反射波、等效折射波以及圆孔产生的散射波, 可求得相应产生的应力  $\tau_{\theta z}^{(i,e)}, \tau_{\theta z}^{(r,e)}, \tau_{\theta z}^{(t,e)}, \tau_{\theta z}^{(s)}$ , 利用已求得的 Green 函数, 按照“契合”方法得到垂直半空间中界面附近圆孔对 SH 波散射的定积分方程。

在这里, 由于在两个直角平面区域 I 和 II 中构造的 Green 函数都满足竖直边界应力自由条件, 因此只需契合图 2 所示全空间的右半空间双相介质。具体做法是: 沿  $y=h$  界面将双相介质“剖分”为直角平面区域 I 和 II, 如图 3 所示。

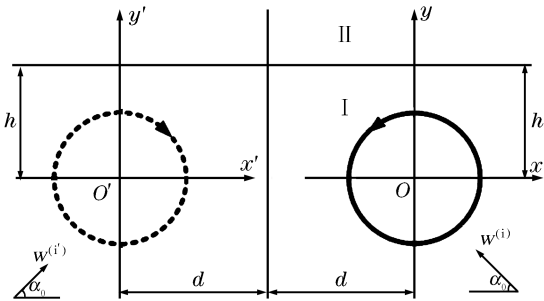


图 2 双相介质垂直半空间的镜像全空间  
Fig. 2 Image space of bimaterial vertical half-space

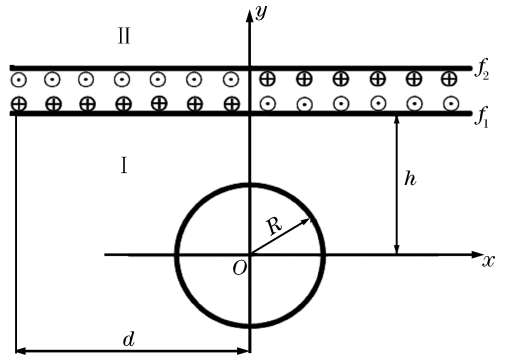


图 3 双相介质界面的契合模型  
Fig. 3 Conjunction of bimaterial interface

在直角平面区域 I 和 II 的“剖分”面上,总位移和总应力分别为

$$W^{(I)} = W^{(i,e)} + W^{(r,e)} + W^{(s)}, \quad \tau_{\theta z}^{(I)} = \tau_{\theta z}^{(i,e)} + \tau_{\theta z}^{(r,e)} \quad (14)$$

$$W^{(II)} = W^{(f,e)}, \quad \tau_{\theta z}^{(II)} = \tau_{\theta z}^{(f,e)} \quad (15)$$

现再将“剖分”后的上、下两个半空间“装配”起来,构成 SH 波对垂直半空间中双相介质界面附近圆孔散射问题的计算模型。为保证“剖分”界面上的应力平衡与位移连续,需在区域 I、II 的“剖分”界面上分别施加外力系  $f_1(z_0)e^{-i\omega t}$ 、 $f_2(z_0)e^{-i\omega t}$ ,他们是待求的未知量。根据“契合”界面上的连续性条件,可得到决定未知外力系的定解积分方程组。

在“剖面”上的应力连续条件表达为

$$\tau_{\theta z}^{(I)} + f_1(z_0) = \tau_{\theta z}^{(II)} + f_2(z_0) \quad z_0 = x + ih, \quad x \in [-d, +\infty) \quad (16)$$

并注意  $\tau_{\theta z}^{(I)} = \tau_{\theta z}^{(II)}$ , 可得到

$$f_1(z_0) = f_2(z_0) \quad (17)$$

在界面上的位移连续条件为

$$W^{(I)} + W^{(f_1)} = W^{(II)} + W^{(f_2)} \quad (18)$$

并利用  $W^{(i,e)} + W^{(r,e)} = W^{(f,e)}$ , 则

$$W^{(s)} + W^{(f_1)} = W^{(f_2)} \quad (19)$$

式中:  $W^{(f_1)}$  表示作用于区域 I 剖面的附加外力系  $f_1(z_0)$  在界面任意一点引起的位移场,  $W^{(f_2)}$  表示作用于区域 II 剖面的附加外力系  $f_2(z_0)$  在界面任意一点引起的位移场。利用前面求得的适用于本问题的 Green 函数,并应用式(19),得出定解积分方程为

$$\int_{(-d,h)}^{(+\infty,h)} f_1(z_0)[G_1(z, z_0) + G_2(z, z_0)]dz_0 = -W^{(s)}(z, \bar{z}) \quad (20)$$

式中:  $G_1(z, z_0)$  和  $G_2(z, z_0)$  分别由式(4)和(8)定义。

上述定解积分方程组是含弱奇异性的第一类 Fredholm 方程组,其奇异性表现为 Green 函数的像点与源点重合时,被积核函数呈对数奇异性。求解该积分方程组的方法多种多样,本文中采用弱奇异积分方程组直接离散法,结合散射波的衰减特性,把积分方程组转化为线性代数方程组,求解出在一系列离散点上附加外力系  $f_1(z_0)$  和  $f_2(z_0)$  的值。

### 3 算例及结果分析

求得代数方程组的附加外力系  $f_1(z_0)$  和  $f_2(z_0)$  后,可进一步计算出圆孔周边的动应力分布

$$\tau_{\theta z}(z, \bar{z})|_{r=R} = \tau_{\theta z}^{(i,e)}(z, \bar{z}) + \tau_{\theta z}^{(r,e)}(z, \bar{z}) + \tau_{\theta z}^{(s)}(z, \bar{z}) + \int_{(-d,h)}^{(+\infty,h)} f_1(z_0) \left\{ i\mu_1 \left[ \frac{\partial G_1(z, z_0)}{\partial z} e^{i\theta} - \frac{\partial G_1(z, z_0)}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right] \right\} dz_0 \quad (21)$$

垂直半空间中双相介质界面附近圆孔的存在将引起动应力集中,其严重程度用动应力集中系数(DSCF)表示。它是全波在某一点上产生的动应力与入射波在同一点上所产生的动应力之比,表示为

$$\tau_{\theta z}^* = |\tau_{\theta z} / \tau_0| \quad (22)$$

式中:入射应力最大幅值  $\tau_0 = |\tau_{\theta z}^{(i)}| = \mu_1 k_1 W_0$ 。

作为算例,给出了垂直半空间中双相介质界面附近圆孔周边动应力集中系数  $\tau_{\theta z}^*$  的计算结果,见图 4~5。讨论界面附近圆孔周边动应力集中系数随不同波数、入射波角度和不同介质参数及不同圆孔位置的变化情况,参数组合  $\mu^* = \mu_2 / \mu_1$  和  $K^* = k_2 / k_1$ 。为了便于分析,将算例中的参数均量纲一化,即取圆孔的半径  $R^* = 1.0$ 。

(1)图 4(a)给出了垂直半空间双相介质组合参数  $K^* = 1.0$  时界面附近圆孔对 SH 波散射的动应力分布。此时,它恢复为均匀介质,当 SH 波水平入射( $\alpha_0 = 0^\circ$ )时,孔边动应力集中系数  $\tau_{\theta z}^*$  的分布与含圆形孔洞的均匀水平半无限空间对垂直入射 SH 波的散射结果一致<sup>[6]</sup>。

(2)图 4(c)~(h)给出了波数  $k_1 R = 0.1, 1.0, 2.0$  时,垂直入射与斜入射的 SH 波引起的孔边动应力集中系数  $\tau_{\theta z}^*$  的计算结果。与全空间中界面附近圆孔对 SH 波的散射相比,由于垂直半空间自由边界的存在,圆孔的动应力集中系数明显增大,特别是圆孔距离垂直半空间自由边界较近时,圆孔左侧的动应力集中系数明显大于右侧,可见垂直半空间自由边界对圆孔散射的影响不可忽视。

(3)界面附近圆孔对 SH 波的散射与动应力集中,不但与波数  $k_1 R$  有关,而且还与介质组合参数  $K^*$  有关。如图 4(c)~(h)所示,与均匀半无限空间( $K^* = 1.0$ )中圆孔附近的动应力集中情况相比,当  $K^* > 1.0$  时,动应力集中系数  $\tau_{\theta z}^*$  有显著提高,最不利材料组合时的动应力集中系数  $\tau_{\theta z}^*$  几乎提高了一倍,可见介质的组合参数  $K^*$  对动应力集中系数  $\tau_{\theta z}^*$  的影响较大。另外,  $K^*$  取不同的值表示上下介质的波速不同( $K^* = k_2 / k_1 = c_1 / c_2$ ):当  $K^* > 1.0$  时,表明入射波由硬介质(波速大)进入到软介质(波速小)时的散射情况;当  $K^* < 1.0$  时,则相反。

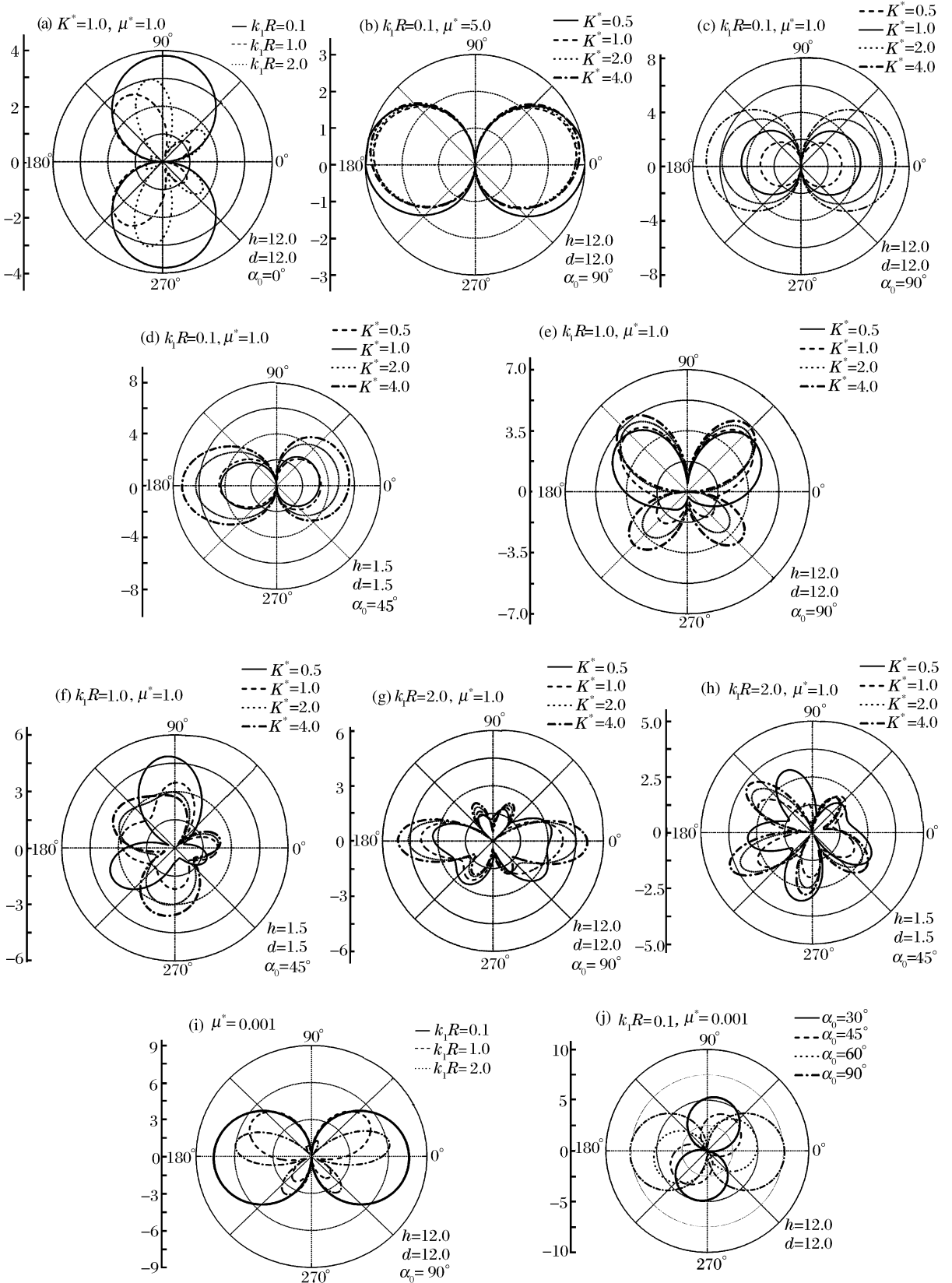


图 4 SH 波入射时孔边动应力集中系数的分布情况

Fig. 4 Distribution of the dynamic stress concentration factors around the circular cavity edge impacted by incident SH-waves

(4)图4(b)给出了 $\mu^* = 5.0$ 、 $k_1 R = 0.1$ 时,SH波垂直入射引起的界面附近圆形孔洞周边动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 的计算结果。此时,相当于上半部分为刚性较大的覆盖,当双相介质的材料组合参数 $K^* \neq 1.0$ 时,孔边动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 提高或减小的幅度较小。

(5)图4(i)~(j)给出了当 $\mu^* = 0.001$ 这一极端情况下孔边动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 计算结果。柔性覆盖( $\mu^* \ll 1.0$ )时,它相当于一个含有圆形孔洞的直角平面区域对SH波的散射,当SH波垂直入射时,与均匀无限半空间中圆孔附近的动应力集中情况相比,几乎提高了一倍。

(6)图5(a)给出了SH波垂直入射在不同的材料组合时,圆形孔洞 $\theta = 180^\circ$ 处的动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 随圆孔距离界面深度 $h$ 的变化规律。对于SH波垂直入射, $\tau_{\theta z}^*$ 随距离 $h$ 的增加呈现“周期”性变化,衰减的过程非常缓慢。另外,当 $K^* = 1.0$ 时, $\tau_{\theta z}^*$ 随 $h$ 的变化是一水平直线,这与实际是相符的。

(7)图5(b)给出了SH波垂直入射不同介质组合参数时,圆孔周边上 $\theta = 0^\circ$ 处动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 随波数 $k_1 R$ 的变化规律。从图中可以看出,在 $0.3 < k_1 R < 0.6$ 这一范围之内,  $\tau_{\theta z}^*$ 存在最大值;当 $k_1 R > 0.6$ 时, $\tau_{\theta z}^*$ 又开始减小;  $\tau_{\theta z}^*$ 的变化整体趋于脉动减小的趋势。

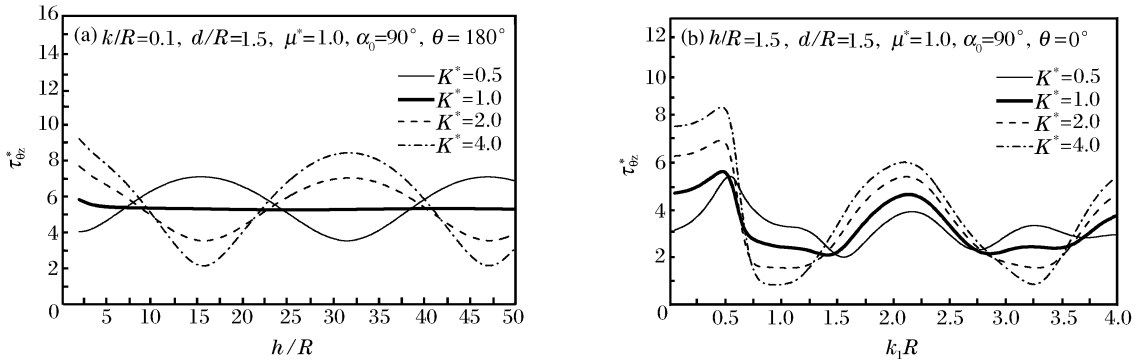


图5 孔边动应力集中系数

Fig. 5 Variation of the dynamic stress concentration factors around the circular cavity edge with the different parameters

## 参考文献:

- [1] 刘殿魁,刘宏伟. SH波散射与界面圆孔附近的动应力集中[J]. 力学学报,1998,30(5):597-604.  
LIU Dian-kui, LIU Hong-wei. Scattering and dynamic stress concentration of SH-wave by interface circular hole [J]. Acta Mechanica Sinica, 1998,30(5):598-604.
- [2] 刘殿魁,田家勇. SH波对界面圆柱形弹性夹杂散射及动应力集中[J]. 爆炸与冲击,1999,19(2):115-122.  
LIU Dian-kui, TIAN Jia-yong. Scattering and dynamic stress concentration of SH-wave by interface cylindrical elastic inclusion[J]. Explosion and Shock Waves, 1999,19(2):115-122.
- [3] 刘殿魁,林宏. SH波对双相介质界面附近圆形孔洞的散射[J]. 固体力学学报,2003,24(2):197-204.  
LIU Dian-kui, LIN Hong. Scattering of SH-waves by circular cavities near bi-material interface[J]. Acta Mechanica Sinica, 2003,24(2):197-204.
- [4] 刘殿魁,王宁伟. 相邻多圆孔各项异性介质中SH波的散射[J]. 地震工程与工程震动,1989,9(4):15-28.  
LIU Dian-kui, WANG Ning-wei. Dynamic stress concentration around multiple circular cavities by SH-wave in anisotropic medium[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1989,9(4):15-28.
- [5] 史文谱,刘殿魁,宋永涛. 直角平面区域内固定圆形刚性夹杂问题的Green函数解[J]. 固体力学学报,2006,27(2):207-212.  
SHI Wen-pu, LIU Dian-kui, SONG Yong-tao. The anti-plane Green function solution of the problem of a fixed rigid circular inclusion in right-angle plane[J]. Acta Mechanica Sinica, 2006,27(2):207-212.
- [6] 林宏,刘殿魁. 半无限空间中圆形孔洞周围SH波的散射[J]. 地震工程与工程震动,2002,22(2):9-16.  
LIN Hong, LIU Dian-kui. Scattering of SH-wave around a circular cavity in half space[J]. Acta Mechanica Sinica, 2002,22(2):9-16.
- [7] 史文谱,刘殿魁,宋永涛,等. 直角平面内圆孔对稳态SH波的散射[J]. 应用数学和力学,2006,27(12):1619-1626.

- SHI Wen-pu, LIU Dian-kui, SONG Yong-tao, et al. Scattering of circular cavity in right-angle plane space to steady SH-wave[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, 27(12):1619-1626.
- [8] Datta S K, Achenbach J D, Rajapakse Y S, et al. Elastic waves and ultrasonic nondestructive evaluation[M]. North Holland: Elsevier Science Publishers, 1990:437-440.
- [9] Nazaret D, Lee V W, Liang J W. Anti-plane deformations around arbitrary-shaped canyons on a wedge-shape half space: Moment method solutions[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2003, 2(2):281-287.
- [10] Hayir A, Todorovska M I, Trifunac M D. Anti-plane response of a dike with flexible soil structure interface to incident SH-waves[J]. *Soil Dynamics and Engineering*, 2001, 21:603-613.

## Dynamic analysis for scattering of SH-wave by circular cavities near bimaterial interfaces in a vertical half-space

QI Hui, SHI Yong\* , LI Hong-liang, ZHAO Jia-xi  
(Civil Engineering College, Harbin Engineering University,  
Harbin 150001, Heilongjiang, China)

**Abstract:** The scattering of SH-wave by the circular cavity near the bimaterial interface in a vertical half-space and dynamic stress concentration were explored based on the complex function method and the Green's function method. The solution of the present problem was given by the image method. Firstly, a suitable Green's function was constructed, which was the essential solution of displacement field for an elastic right-angle plane with a circular cavity subjected to anti-plane harmonic line source loading at the horizontal surface. Secondly, the conjunction method was used to develop the scattering model of SH-wave, then a series of Fredholm integral equations of the first kind for determining the unknown forces were established through the continuity conditions expressed in terms of the Green's function. Finally, the dynamic stress concentration was analyzed by numerical examples. The numerical examples show that the dynamic stress concentration depends on the incident frequency and angle of SH-wave, the geometrical position of the circular cavity, and the different media combination parameters. Compared with the scattering of SH-wave by the circular cavity in a complete space, the free boundary of the vertical half-space has great effect on the incident plane SH-wave and the dynamic stress concentration factors around the circular cavity are magnified obviously while the SH-wave disturbs from a rigid medium to a soft medium.

**Key words:** solid mechanics; dynamic stress concentration; Green's function; scattering of SH-wave; vertical half-space; bimaterial interface; circular cavity

\* Corresponding author: SHI Yong  
Telephone: 86-451-82543791

E-mail address: shiyongerdos@163.com