

文章编号: 1001-1455(2009)01-0095-06

混凝土材料的动态空腔膨胀理论*

李志康^{1,2}, 黄风雷¹

(1. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081;

2. 西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

摘要: 采用三段式线性状态方程和考虑拉伸破坏的带剪切饱和的 Mohr-Coulomb 屈服准则描述混凝土材料的本构关系, 运用相似变换方法推导出了空腔膨胀动态响应的理论表达式, 并运用 Runge-Kutta-Felberg 数值方法给出了球形空腔动态响应的数值解。结果表明: 空腔膨胀压力随空腔膨胀速度和剪切饱和强度的增加而增加, 在空腔膨胀速度较高时, 考虑剪切饱和时的空腔膨胀压力明显小于不考虑剪切饱和时的空腔膨胀压力。

关键词: 固体力学; 动态膨胀速度; 本构关系; 球形空腔; 混凝土

中图分类号: O385

国标学科代码: 130 · 1540

文献标志码: A

1 引言

混凝土是一种典型的准脆性材料, 单轴抗拉强度为单轴抗压强度的约 1/10, 并且剪切(等效)强度具有压力依赖性和剪切饱和特性。M. J. Forrestal 等^[1]采用线性压力-体积应变关系和考虑拉伸破坏的 Mohr-Coulomb 屈服准则描述混凝土材料, 给出了混凝土材料的球形空腔膨胀侵彻模型。该模型虽然可以较好地预测弹体低速侵彻混凝土靶的深度, 但存在两点不足: (1) 线性压力-体积应变关系是准静态实验结果的近似; (2) 没有考虑混凝土材料的剪切饱和。针对上述不足, 本文将混凝土材料的三段式状态方程^[2]简化为三段线性关系来描述混凝土材料的压力-体积应变关系, 并采用考虑拉伸破坏和剪切饱和的 Mohr-Coulomb 屈服准则描述混凝土材料的强度特征, 给出混凝土材料的动态球形空腔膨胀理论。

2 响应区域及基本方程

在低静水压力条件下, 混凝土材料易于拉伸破坏, 而在动态压缩作用下混凝土材料的响应可以划分为弹性区、过渡区(在此区域混凝土材料中的孔隙将被压实, 因此在本文中将其命名为孔隙压实区)和密实区^[2]。根据上述特点, 将混凝土球形空腔动态膨胀的响应区域划分为密实区、孔隙压实区、开裂区、弹性区。如图 1 所示, 假设混凝土球形空腔的初始半径 $r=0$, 以瞬时速度 v 向外膨胀。如果空腔膨胀的压力超过初始密实压力, 则产生密实区, 否则产生孔隙压实区; 同时产生以弹性体积波速向外传播的弹性压缩球面波; 在弹性压缩球面波向外传播的同时, 将在其环向产生拉应力, 如果环向拉应力超过单轴抗拉强度, 那么空腔周围的混凝土材料将发生开裂破坏, 形成开裂区。随着空腔膨胀速度的增大, 开裂区将逐步缩小, 并最终消失^[1], 此时空腔膨胀的响应为弹性-孔隙压实-密实响应; 后续的数值计算结果表明, 当空腔膨胀的速度达到一定程度后, 孔隙压实区也将消失, 此时空腔膨胀的响应为弹性-密实响应。在球对称条件下, Euler 坐标系下空腔动态膨胀的质量和动量守恒方程为

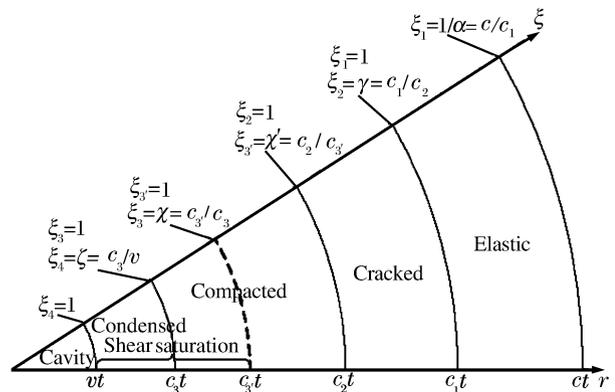


图 1 空腔膨胀响应区域

Fig. 1 Response region of spherical cavity expansion

* 收稿日期: 2007-06-26; 修回日期: 2007-11-02

作者简介: 李志康(1971—), 男, 博士研究生。

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{v}{r} \right) = - \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) = - \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) \end{cases} \quad (1)$$

式中： ρ 为密度； t 为时间； v 为质点速度； σ_r 、 σ_θ 分别为径向应力和环向应力，取压为正。采用相似变换方法，可以将式(1)化为常微分方程组，从而可以降低求解偏微分方程组的难度。由于侵彻过程主要是由稳态侵彻部分控制，而稳态侵彻具有自相似性，因此与稳态侵彻相关的球形空腔动态膨胀也具有自相似性^[3]，所以采用相似变换方法求解球形空腔膨胀的动态响应。

在球形空腔动态膨胀的过程中，涉及到波的传播，在各个响应区域的交界面上必须满足 Hugoniot 间断条件。质量守恒、动量守恒形式的 Hugoniot 间断条件为

$$\begin{cases} \rho_- (v_- - c) = \rho_+ (v_+ - c) \\ \sigma_- + \rho_- v_- (v_- - c) = \sigma_+ + \rho_+ v_+ (v_+ - c) \end{cases} \quad (2)$$

式中： ρ_+ 、 ρ_- 分别为波前和波后介质的密度； v_+ 、 v_- 分别为波前和波后介质的质点速度； c 为波阵面速度； σ_+ 、 σ_- 分别为波前和波后介质中的正应力。

3 混凝土材料的本构关系

3.1 压力-体积应变关系

采用混凝土材料的三段式状态方程描述其压力-体积应变关系。如图 2 所示，混凝土材料的三段式状态方程将混凝土在动载压缩作用下的响应分为三个区域，即弹性区、孔隙压实区(过渡区)和密实区^[2]，其中弹性区和孔隙压实区为线性关系，密实区为三次多项式。通过混凝土状态方程实验数据^[4]的拟合发现，密实区的三次多项式可以采用线性关系进行近似。在此条件下，三段式状态方程可表示为

$$p = \begin{cases} K\mu & p \leq p_c \\ p_c + K_c(\mu - \mu_c) & p_c < p \leq p_1 \\ p_1 + K_1(\mu - \mu_p) & p > p_1 \end{cases} \quad \begin{matrix} (3a) \\ (3b) \\ (3c) \end{matrix}$$

式中：体积应变 $\mu = 1 - \rho_0 / \rho$ ， ρ_0 、 ρ 分别为变形前后的密度； K 、 K_c 、 K_1 分别为弹性区、孔隙压实区和密实区的体积模量； $p_c = f'_c / 3$ 为初始孔隙压实压力， f'_c 为单轴抗压强度； p_1 为初始密实压力； μ_c 为孔隙初始压实的体积应变； μ_p 为初始密实体积应变。

3.2 开裂与屈服准则

最大拉应力破坏准则能够很好地描述低静水压力条件下混凝土材料的拉伸破坏，而 Tresca 和 von Mises 屈服准则可以较好地描述混凝土材料在高静水压力条件下的屈服行为^[5]，即剪切饱和状态。在中等静水压力条件下，虽然剪切强度与静水压力的关系是非线性的，但非线性并不是很强，可以采用线性关系进行近似^[1,5]。因此采用最大拉应力破坏准则描述低静水压力条件下混凝土材料的开裂，采用图 3 所示的带剪切饱和的 Mohr-Coulomb 屈服准则描述混凝土材料的屈服行为。开裂与屈服准则的具体表示式为

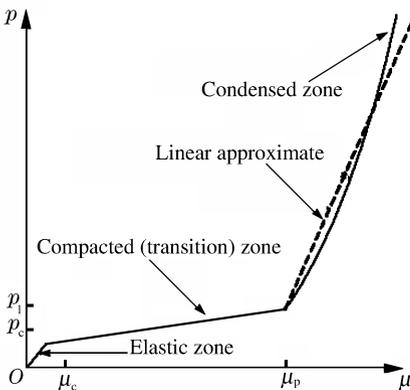


图 2 混凝土材料的状态方程

Fig. 2 Equation of state for concrete materials

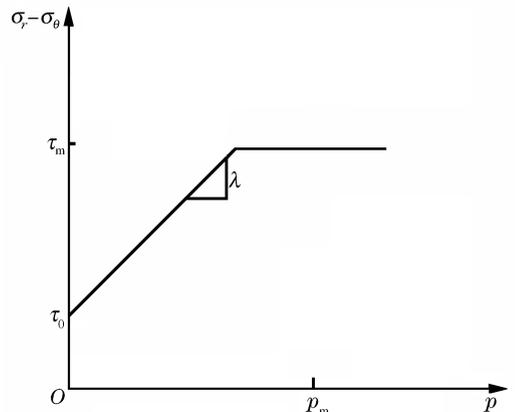


图 3 带剪切饱和的 Mohr-Coulomb 屈服准则

Fig. 3 Mohr-Coulomb yield criterion with shear saturation

$$\begin{cases} \sigma_\theta = 0 & \sigma_\theta \geq f'_t, \quad p < p_c & (4a) \\ \sigma_r - \sigma_\theta = \lambda p + \tau_0 & p_c \leq p \leq p_m & (4b) \\ \sigma_r - \sigma_\theta = \tau_m & p > p_m & (4c) \end{cases}$$

式中： f'_t 为混凝土材料的单轴抗拉强度； $p = (\sigma_r + 2\sigma_\theta)/3$ 为静水压力； p_m 为剪切饱和时的临界静水压力； τ_m 为剪切饱和和强度； λ 为定义 Mohr-Coulomb 屈服准则的材料参数； $\tau_0 = [(3-\lambda)/3]f'_c$ 为混凝土材料的粘聚强度。

4 控制方程组与界面条件

4.1 控制方程组的一般形式

只介绍屈服材料控制方程组的一般形式，弹性区和开裂区的控制方程见文献[3]。

4.1.1 Mohr-Coulomb 材料

令压力-体积应变形式的混凝土状态方程的一般形式为

$$p = f(\mu) \tag{5}$$

运用 Mohr-Coulomb 屈服准则(4b)和混凝土的状态方程(5)，消去式(1)中的 σ_θ, ρ ，并引入相似变换和量纲一量

$$\begin{cases} \xi = r/(ct) \\ S = \sigma_r/f'_c, \quad U = v/c, \quad T = \tau_0/f'_c \end{cases} \tag{6}$$

可得 Mohr-Coulomb 材料量纲一控制方程组的一般形式

$$\begin{cases} \frac{dU}{d\xi} = \left[\frac{2U}{\xi} + \frac{f'_c \kappa^2}{2f'(\mu)\xi} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right) (\lambda S + T) \right] / \left[\frac{\kappa \phi^2 f'_c}{2f'(\mu)} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right)^2 - 1 \right] \\ \frac{dS}{d\xi} = \left[\kappa \lambda \frac{S}{\xi} + \kappa \frac{T}{\xi} + \frac{2\phi^2 U}{\xi} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right) \right] / \left[\frac{\kappa \phi^2 f'_c}{2f'(\mu)} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right)^2 - 1 \right] \\ \mu = f^{-1} \left[\frac{\kappa f'_c}{2} \left(S - \frac{2T}{3} \right) \right] \\ f'(\mu) = f \left\{ f^{-1} \left[\frac{\kappa f'_c}{2} \left(S - \frac{2T}{3} \right) \right] \right\} \end{cases} \tag{7}$$

式中： $\kappa = 6/(3+2\lambda)$ ； $f'(\mu) = dp/d\mu$ ； $\phi = c/c_Y$ ， c 为响应区域内侧的界面速度， $c_Y = \sqrt{f'_c/\rho_0}$ 。

4.1.2 剪切饱和和材料

剪切饱和和混凝土材料的屈服准则由式(4c)描述。由式(4b)、(4c)和(7)可以看出，只要取 $\lambda=0, \tau_0=\tau_m, T=T_m (T_m = \tau_m/f'_c)$ ，就可由式(7)得到剪切饱和和材料的量纲一控制方程的一般形式

$$\begin{cases} \frac{dU}{d\xi} = \left[\frac{2U}{\xi} + \frac{2f'_c T_m}{f'(\mu)\xi} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right) \right] / \left[\frac{\phi^2 f'_c}{f'(\mu)} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right)^2 - 1 \right] \\ \frac{dS}{d\xi} = \left[\frac{2T_m}{\xi} + \frac{2\phi^2 U}{\xi} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right) \right] / \left[\frac{\phi^2 f'_c}{f'(\mu)} \left(\frac{\xi-U}{1-\mu} \right)^2 - 1 \right] \\ \mu = f^{-1} \left[f'_c \left(S - \frac{2T_m}{3} \right) \right] \\ f'(\mu) = f \left\{ f^{-1} \left[f'_c \left(S - \frac{2T_m}{3} \right) \right] \right\} \end{cases} \tag{8}$$

4.2 界面条件的一般形式

如图 4 所示，响应区域 I 内侧边界上、响应区域 II 外侧边界上的量纲一径向应力和质点速度分别为

$$\begin{cases} S_+ = \sigma_+ / f'_c, \quad U_+ = v / c_I \\ S_- = \sigma_- / f'_c, \quad U_- = v / c_{II} \end{cases} \tag{9}$$

由式(2)、(9)，可得量纲一界面条件的一般形式

$$\begin{cases} S_- = S_+ + \vartheta^2 \left(\frac{1-U_+}{1-\mu_+} \right)^2 (\mu_- - \mu_+) \\ U_- = \Psi \left[\frac{1-\mu_-}{1-\mu_+} (U_+ - 1) + 1 \right] \end{cases} \tag{10}$$

式中： $\vartheta = c_I / c_Y$ ； $\Psi = c_I / c_{II}$ ； μ_+, μ_- 为界面两侧的体积应变，在屈服区域可根据混凝土材料的状态方程(3b)、(3c)确定每个屈服响应区域内外侧边界上的体积应变。

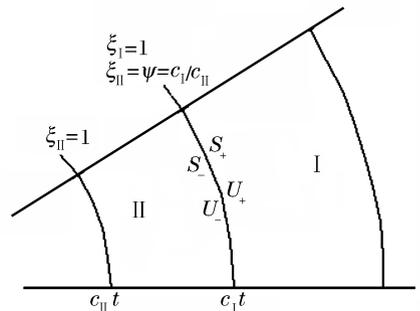


图 4 界面条件示意图

Fig. 4 Schematic diagram showing interface conditions

5 数值求解及结果

5.1 数值求解方法

混凝土的临界剪切饱和和压力一般不会超过初始密实压力^[2,5],因此整个密实区的材料为剪切饱和材料。孔隙压实区则划分为两个子区域,即剪切饱和和孔隙压实区和未剪切饱和和孔隙压实区。将式(3c)代入式(8),式(3b)分别代入式(8)和(7),即可得到密实区、剪切饱和和孔隙压实区和未剪切饱和和孔隙压实区的控制方程组。上述响应区域的控制方程组不存在解析解,只能采用数值方法求解。运用 Mohr-Coulomb 屈服准则式(4b)和剪切饱和屈服准则式(4c),可得未剪切饱和和孔隙压实区内外侧、剪切饱和和孔隙压实区内外侧、密实区外侧的边界条件分别为

$$\begin{cases} S_{3+} = S_3' |_{\varepsilon_3'=1} = p_m / f_c' + 2T_m / 3 \\ S_{2-} = S_3' |_{\varepsilon_3'=\chi} = 1 \\ S_{3+} = S_3 |_{\varepsilon_3=1} = p_1 / f_c' + 2T_m / 3 \\ S_{3-} = S_3 |_{\varepsilon_3=\chi} = p_m / f_c' + 2T_m / 3 \\ S_{3-} = S_4 |_{\varepsilon_4=\xi} = p_1 / f_c' + 2T_m / 3 \end{cases} \quad (11)$$

另外在空腔表面上,满足边界条件

$$U_c = 1 \quad (12)$$

Runge-Kutta-Fehlberg 是一种改进的 Runge-Kutta 微分方程数值求解方法,既可保证求解的精度,又具有速度快、稳定性好等优点,适合于大多数微分方程的数值求解^[6],因此密实区与孔隙压实区的控制方程组采用 Runge-Kutta-Fehlberg 数值方法进行求解。由于屈服区域的控制方程和界面条件都包含未知量即响应区内侧的界面速度,不能采用数值方法直接求解,但弹性区和开裂区存在解析解,并且在开裂区存在和消失的情况下,开裂区内侧界面上和弹性区内侧界面上的量纲一径向应力、质点速度均为 α (见图 1)的函数^[3]。因此只能采用试算法进行求解。具体求解步骤为:

- (1) 给定 α ,并根据弹性区或开裂区的解析解^[3]计算 S_{2+} 、 U_{2+} ;
- (2) 运用式(10)计算 S_{2-} 、 U_{2-} ,调用 Runge-Kutta-Fehlberg 数值函数求解未剪切饱和和孔隙压实区响应;
- (3) 如果满足边界条件(12)和 $p |_{\varepsilon_3'=1} \leq p_m$,输出空腔表面压力,否则输出 S_{3+} 、 U_{3+} ;
- (4) 运用式(10)计算 S_{3-} 、 U_{3-} ,调用 Runge-Kutta-Fehlberg 数值函数求解剪切饱和和孔隙压实区响应;如果 $C_3' \geq C_2$,令 $C_3' = C_2$;
- (5) 如果满足边界条件(12)和 $p |_{\varepsilon_3=1} \leq p_1$,输出空腔表面压力,否则输出 S_{3+} 、 U_{3+} ;
- (6) 运用式(10)计算 S_{3-} 、 U_{3-} ,调用 Runge-Kutta-Fehlberg 数值函数求解密实区响应;如果 $C_3 \geq C_2$,令 $C_3 = C_2$;
- (7) 输出空腔表面压力,并返回步骤(1)。

5.2 数值结果与讨论

根据文献[1,4,7-8]并参考混凝土三段式状态方程参数的确定方法^[2],确定混凝土材料参数: $\rho_0 = 2.260 \text{ t/m}^3$, $f_c' = 51 \text{ MPa}$, $f_t = 5 \text{ MPa}$, $\mu_c = 0.0013$, $p_1 = 800 \text{ MPa}$, $\mu_p = 0.11$, $\nu = 0.22$, $K_1 = 52.8 \text{ GPa}$, $\lambda = 0.67$ 。分别进行了不考虑剪切饱和,剪切饱和和强度 τ_m 分别为 $6f_c'$ 、 $8f_c'$ 和 $10f_c'$ 时空腔表面径向应力的数值计算,计算结果如图 5~7 所示。图 5 为不考虑

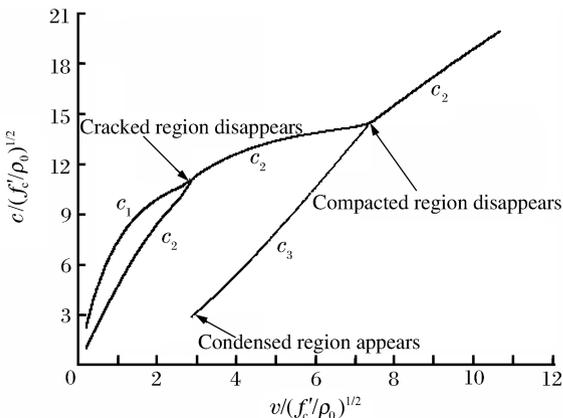


图 5 不考虑剪切饱和时界面速度与空腔膨胀速度的关系
Fig. 5 Interface velocity vs cavity expansion velocity without considering shear saturation

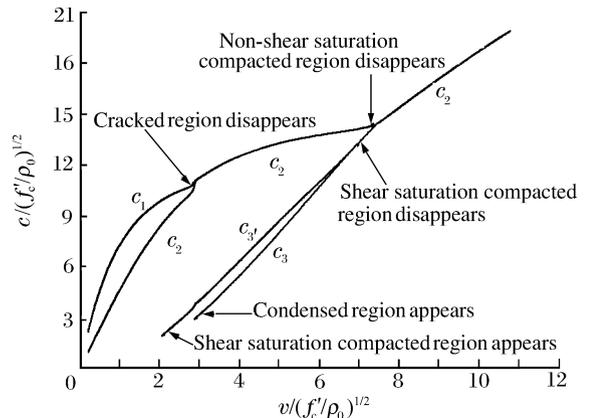


图 6 $\tau_m = 8f_c'$ 时界面速度与空腔膨胀速度的关系
Fig. 6 Interface velocity vs cavity expansion velocity in case of $\tau_m = 8f_c'$

剪切饱和时空腔膨胀速度与界面速度的关系,图 6 为 $\tau_m = 8f'_c$ 时空腔膨胀速度与界面速度的关系(其他与此类似),图 7 为空腔表面径向应力与空腔膨胀速度的关系。

从图 5~6 可以看出:(1)各个界面速度都随着空腔膨胀速度的增大而增大。(2)在不考虑剪切饱和的情况下,在空腔膨胀速度较低(小于 430 m/s)时,空腔膨胀的响应区域包括弹性区、开裂区和孔隙压实区,随着空腔膨胀速度的增大(大于 430 m/s),出现密实区;在考虑剪切饱和的情况下,在空腔膨胀速度较低(小于 307 m/s)时,空腔膨胀的响应区域包括弹性区、开裂区和未剪切饱和和孔隙压实区,随着空腔膨胀速度的增大(大于 307 m/s),相继出现剪切饱和和孔隙压实区(空腔膨胀速度大于 307 m/s)和密实区(空腔膨胀速度大于 432 m/s),并且考虑剪切饱和与不考虑剪切饱和两种情况下,密实区出现的空腔膨胀速度几乎相等。(3)在不考虑剪切饱和的情况下,随着空腔膨胀速度的增大,开裂区(空腔膨胀速度大于 430 m/s)、孔隙压实区(空腔膨胀速度大于 1 107 m/s)相继消失,此时空腔膨胀的响应区域只包括弹性区和密实区;在考虑剪切饱和的情况下,随着空腔膨胀速度的增大,开裂区(空腔膨胀速度大于 430 m/s)、剪切饱和和孔隙压实区(空腔膨胀速度大于 1 057 m/s)与未剪切饱和和孔隙压实区(空腔膨胀速度大于 1 113 m/s)相继消失,当空腔膨胀速度达到一定程度后,空腔膨胀的响应区域只包括弹性区和密实区,并且不考虑剪切饱和与考虑剪切饱和两种情况下,开裂区和孔隙压实区消失的空腔膨胀速度几乎相等。

混凝土材料的弹性-开裂-塑性空腔膨胀理论^[1]和陶瓷材料的弹性-开裂-压碎空腔膨胀理论^[3]也有开裂区消失的现象。另外,虽然在弹性-密实响应条件下,弹性区内侧界面速度 c_2 几乎成线性增长。但从弹性区的解析解^[3]和式(10)不难看出,不可能出现 $\alpha \geq 1 (\alpha = c_2/c)$ 和 $\Psi \leq 1 (\Psi = c_1/c_{II})$,在弹性-密实响应情况下为 $\Psi = v/c_2$ 的情况。因此 c_2 不会超过体积波速 c ,即随着空腔膨胀速度的增大, c_2 趋近于体积波速 c ,所以从理论上讲本文中提出的空腔膨胀理论的适用范围为空腔膨胀速度 v 小于体积波速 c ,但其应用范围还有待探讨。

从图 7 可以看出:(1)空腔表面的径向应力随着空腔膨胀速度的增大而增大。(2)空腔膨胀速度较低时(小于 450 m/s)时,考虑剪切饱和与不考虑剪切饱和两种情况下,空腔表面的径向应力的差别很小,因此可以采用不考虑剪切饱和的理论分析结果建立较低侵彻速度下的侵彻方程。(3)空腔膨胀速度较高(大于 450 m/s)时,随着空腔膨胀速度的增大,不考虑剪切饱和时,空腔表面的径向应力与考虑剪切饱和时空腔表面径向应力的差别越来越大,因此在侵彻速度较高的条件下,建立侵彻方程时应考虑混凝土材料的剪切饱和和性质。(4)在考虑剪切饱和的情况下,空腔表面的径向应力随剪切饱和强度的增大而增大。

6 结 论

采用混凝土材料的三段式状态方程和考虑拉伸破坏并带剪切饱和的 Mohr-Coulomb 屈服准则建立了可压缩混凝土材料的动态球形空腔膨胀理论。动态球形空腔膨胀的数值解表明:(1)随着空腔膨胀速度的增加,开裂区、孔隙压实区(包括剪切饱和与非剪切饱和两个子区域)相继消失,在空腔膨胀速度达到一定程度后,空腔膨胀的响应为弹性-密实响应;(2)空腔表面的径向应力随空腔膨胀速度的增加而增加,并且在空腔膨胀速度达到一定程度后,不考虑剪切饱和条件下的空腔表面的径向应力明显大于考虑剪切饱和条件下空腔表面的径向压力;(3)在考虑剪切饱和的条件下,在空腔膨胀速度较大的情况下,空腔表面的径向应力随剪切饱和和强度的增加而增加;(4)在建立侵彻方程时,当侵彻速度较低时,可不考虑剪切饱和,但当侵彻速度较高时,必须考虑剪切饱和。

参考文献:

[1] Forrestal M J, Tzou D Y. A spherical cavity expansion penetration model for concrete targets[J]. International Journal of Solids and Structures, 1997,34:4127-4146.
 [2] Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rate, and high pressures[C]//14th International Symposium on Ballistics. Quebec City, Canada, 1993:591-600.

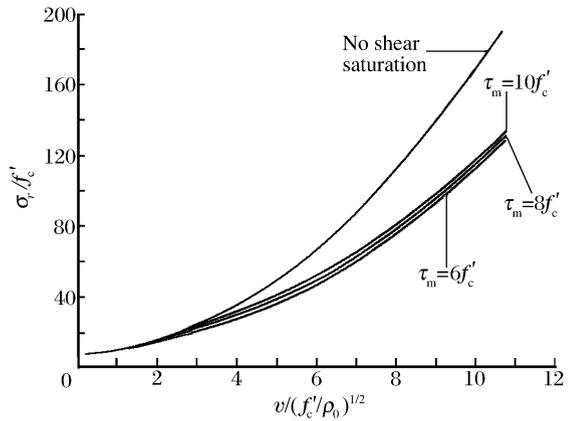


图 7 不同剪切饱和强度和强度下空腔表面径向应力与膨胀速度的关系

Fig. 7 Radial stress at the cavity surface vs cavity expansion velocity at different shear-saturation levels

- [3] Staphathy S, Dynamic spherical cavity expansion in brittle ceramics[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001,38:5833-5845.
- [4] Hall C A, Chhabildas L C, Reinhart W D, Shock hughoniot and release in concrete with different aggregate sizes from 3 to 23 GPa[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1999,23:341-351.
- [5] Chen W F, Saleeb A F. Constitutive equations for concrete and soil[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005.
- [6] John H M, Krutis D F. 数值方法(MATLAB 版)[M]. 第三版. 陈渝, 周璐, 钱方, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [7] Forrestal M J, Frew D J, Hanchak S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1996,18:465-476.
- [8] Chhabildas L C, Grady D E, Hall C A, et al. Dynamic properties of concrete through particle velocity profile measurements, SAND2002-1577[R]. Albuquerque: Sandia National Laboratories, 2002;12-13.

A dynamic spherical cavity-expansion theory for concrete materials

LI Zhi-kang^{1, 2*}, HUANG Feng-lei¹

(1. *State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

2. *Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, Shaanxi, China*)

Abstract: The constitutive descriptions of concrete materials idealize the pressure-volumetric strain relationship as the tri-linear equation of state and idealize the shear strength-pressure relationship as the Mohr-Coulomb yield criterion considering the tension cutoff and the shear saturation. The dynamic response expression of the spherical cavity expansion is derived by the self-similar methods, and the dynamic response numerical solution is given by the Runge-Kutta-Felberg method. The result shows that the cavity expansion pressures increase with the cavity expansion velocity and the shear saturation strength, and the cavity expansion pressures considering the shear saturation are less than those without considering the shear saturation in case of the high cavity expansion velocity.

Key words: solid mechanics; dynamic expansion velocity; constitutive relationship; spherical cavity; concrete

* Corresponding author; LI Zhi-kang

E-mail address: lizhk@bit.edu.cn

(责任编辑 丁 峰)