

文章编号: 1001-1455(2009)02-0143-06

准定常强激波反射马赫杆突出变形准则的探讨*

高云亮^{1,2}, 姜宗林¹

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100080;

2. 第二炮兵工程学院, 陕西 西安 710025)

摘要: 分析了滑移线延长线与楔面交点附近的流动特点, 研究了准定常强激波反射中马赫杆的变形, 建立了马赫杆突出变形消失的过渡准则, 并用激波极曲线方法进行了求解。对马赫杆的变形过程进行了描述, 研究了比热比、马赫数的变化对马赫杆突出变形消失条件的影响, 并对突出变形消失区域与终点双马赫反射区域进行了比较。结果表明: 马赫杆突出变形的消失是低比热比介质中出现的一种激波反射现象。马赫杆突出变形的消失, 导致出现一种新的无射流、直马赫杆的双马赫反射结构。

关键词: 爆炸力学; 过渡准则; 极曲线方法; 激波反射; 马赫杆变形; 突出消失

中图分类号: O354.5

国标学科代码: 130·3520

文献标志码: A

1 引言

自激波的马赫反射现象被发现以来, 一直是激波物理研究领域倍受关注的学术问题。当前, 无论是与航空航天相关的高超声速科技, 还是与爆炸、冲击相关的工业实际应用, 都要面对越来越多的强激波反射问题。当入射激波很强时, 马赫反射的波形结构会发生变化, 如马赫杆向前突出^[1-3], 这与经典马赫反射的直马赫杆假设相异。进一步讲, 强激波反射的马赫杆不再是过三波点垂直于楔面的直线, 而是与之呈一角度并具有扭曲点的曲线; 马赫反射结构形态的变化对流场内物理量的分布有明显影响, 不再能用三激波理论进行准确的预测^[2]。强激波还出现在高超声速气体动力学的研究中, 如飞行器头部的弓形激波、机翼附近的激波相互作用、飞行器前体的激波/边界层相互作用等。所以对强激波马赫反射的研究, 无论是对激波反射基本理论的探讨还是对高超声速科技方面的工程应用都有重要的意义。

I. I. Glass^[2]综合考察实验数据后认为: 马赫杆向前突出^[1,3]主要出现在马赫数较高的情况下, 并用马赫杆偏离过三波点到楔面垂线的角度描述马赫杆的向前突出。文献^[4-6]中对相关实验进行了数值模拟。乐嘉陵等^[7]也开展了有关马赫反射的实验与计算。H. Mirels^[8]、H. Li 等^[9]进一步给出了马赫杆突出变形出现的过渡准则, 但还没见到有关马赫杆突出变形消失过渡准则的研究。因此, 开展这方面的研究, 有助于掌握马赫杆突出变形的规律, 判断马赫杆的形状, 对马赫反射的理论研究有重要意义。

本文中主要在分析马赫反射中滑移线延长线与楔面交点附近流动特点的基础上, 建立马赫杆突出变形消失的过渡准则, 用激波极曲线方法^[10]求解马赫杆变形消失的条件, 得到马赫杆变形过程的基本规律, 分析比热比等因素对马赫杆突出变形消失条件的影响。

2 过渡准则

2.1 马赫杆突出变形产生的原理

H. Mirels^[8]、H. Li 等^[9]都对马赫杆的突出变形进行了研究。图 1 说明了马赫杆突出前、后, 强激波反射波形结构的变化。其中 O, θ_w 为楔面的顶点和楔角, I, R, M 分别为入射激波、反射激波和马赫杆, R', M' 为第二次反射的反射波和马赫杆, T, T' 为双马赫反射的两个三波点, S 为滑移线, D, G 为

* 收稿日期: 2007-10-19; 修回日期: 2008-04-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(10602059)

作者简介: 高云亮(1970—), 男, 博士, 讲师。

滑移线的延长线、滑移线的延长线、马赫杆与楔面的交点。图 1(a)是普通的激波双马赫反射波形结构图,此时马赫杆是直的。随着入射激波马赫数的增加、楔角的增大,当满足一定条件时,马赫杆向前突出,整个反射波形结构发生变化,如图 1(b)所示。可以看到:马赫杆向前突出后,不再是垂直于楔面的直线,三波点处,马赫杆与过三波点垂直于楔面的直线呈一角度,然后逐渐弯曲,最后到达楔面,并与楔面垂直。

按照 H. Mirels^[8]、H. Li 等^[9]的观点,引起马赫杆突出变形的条件为:当强激波遇到楔面发生过渡马赫反射或双马赫反射时,滑移线与楔面相交处的压力高于马赫杆后区域的压力。在该超压作用下,沿壁面将产生一股

气体射流进入马赫杆后的流场,向马赫杆流动,该射流相对于马赫杆的速度与反射的条件有关。当入射激波不强、楔角不大时,射流沿楔面的运动速度小于马赫杆的速度,这时马赫杆不变形,自三波点开始、垂直于楔面;随入射激波的增强、楔角的增大,射流的相对速度增大,当射流沿楔面的运动速度大于马赫杆的速度时,射流追上马赫杆,与马赫杆发生相互作用,使马赫杆靠近楔面的部分向前加速、突出,造成整个马赫杆的变形,同时在马赫杆后形成一个回流区。结合图 2 中的描述方法,此条件可以表示为:当 $u_E^D \leq u_C^D$ 时,马赫杆是直的;当 $u_E^D > u_C^D$ 时,马赫杆是弯的;其中 u_E^D 为射流头部 E 相对于 D 点的速度, u_C^D 是过三波点垂直于楔面直线的垂足 G 相对于 D 点的速度。

2.2 马赫杆突出变形消失准则的建立

一旦马赫杆的突出变形发生以后,如果通过增大楔角、增加入激波马赫数等手段进一步增强激波反射的条件,直到转变为正规反射,这期间会发生什么现象呢? 为了研究这个问题,首先考察滑移线延长线与楔面交点附近的流动情况。

图 2 是滑移线延长线与楔面交点附近流动情况的示意图,其中 0、1、2、3 区分别为未扰动区、入射波、反射波和马赫杆后的流动区,4 区为第二个反射波后的区域,粗虚线为滑移线的延长线、细实线为 2 区气流遇到楔面所产生的第一个压缩扰动和最后一个压缩扰动的影响范围。如图 2 所示,2 区气流流向楔面的过程中,由于在 D 点附近发生气流的转折,所以要产生压缩扰动,向四周传播。当 2 区相对于三波点 T 的流动速度小于声速时,扰动能够影响到三波点,此时发生单马赫反射。随着 2 区相对于 T 点流动速度增加到声速,这时 D 点附近的压缩扰动已经影响不到三波点 T,开始发生过渡马赫反射,此时随后的压缩扰动在与反射波相交前追不上第一个压缩扰动,反射波阵面出现拐点,斜率连续发生变化。随着相对 T 点速度的进一步增大,第一个扰动后的压缩将在与反射波相交前追上第一个压缩扰动,形成激波,此时反射波阵面发生转折,开始发生双马赫反射。此后,压缩扰动叠加形成的激波逐渐向 D 点靠近,当 2 区相对于 D 点的速度达到声速时,该激波已靠近 D 点^[8]。该激波与楔面相交之前,都是脱体的,由于 2 区气体经过压缩后压力高于 3 区压力,将在 3 区中沿楔面形成一股射流,流动情况类似于图 2(a);与楔面相交后,激波变成附体的,气流越过激波以后,速度与楔面平行,激波阻挡气体向 3 区流动,3 区中将不能产生射流,流动情况则如图 2(b)所示。

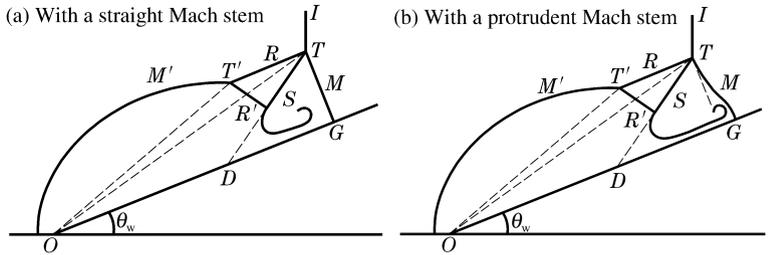


图 1 马赫杆突出前后反射波形结构示意图
Fig. 1 Schematic of wave configurations of Mach reflections

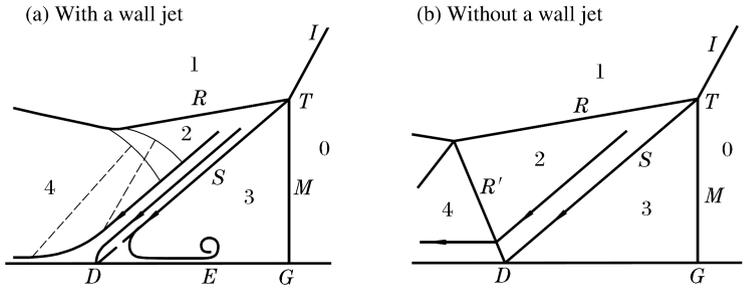


图 2 滑移线附近流动示意图
Fig. 2 Schematic of flow fields near slip line

根据前面的讨论,在 3 区形成沿壁面的射流是马赫杆发生突出变形的必要条件,如果不能形成射流,马赫杆则不会向前突出发生变形。 D 点附体激波的出现,是封锁射流,在 3 区中不出现射流的充分条件。这时,将出现一种新的无射流、直马赫杆的反射结构,如图 3 所示。这种条件的出现,将会使马赫杆的变形出现这样一种现象:当马赫反射不是很强时,马赫杆是直的;随着反射条件的增强,马赫杆发生突出变形;然而当反射条件再进一步增强时,马赫杆的突出变形消失,重新变为直的。这样,在 D 点是否出现附体激波成为判断马赫杆突出变形是否消失的判别准则。

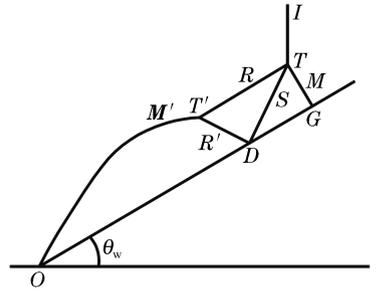


图 3 无射流、直马赫杆马赫反射结构示意图
Fig. 3 Schematic of a new wave configuration of Mach reflection

2.3 马赫杆突出变形消失准则的求解

2 区气体向楔面的流动可看成气流冲向一个尖劈的流动,此尖劈的半顶角为滑移线与楔面所成的夹角。判断此过程中形成的激波是否是附体激波,可以用激波极曲线方法求解^[10]。由三激波理论求出 2 区的流动参数^[11],将坐标原点固定在 D 点,可写出 2 区流向楔面产生的激波 R' 的激波极曲线方程

$$\begin{cases} \tan\theta = \pm \frac{\sqrt{(p_4 - p_2) \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_4} \right) - \left(\frac{p_4 - p_2}{\rho_2 u_2^D} \right)^2}}{u_2^D - \frac{p_4 - p_2}{\rho_2 u_2^D}} \\ e_4(p_4, \rho_4) - e_2(p_2, \rho_2) = \frac{1}{2}(p_4 + p_2) \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_4} \right) + Q \end{cases} \quad (1)$$

式中: u_2^D 为 2 区气体相对于 D 点的流动速度, Q 为单位质量的流体通过激波时化学能的变化,对于惰性介质中的激波 $Q=0$ 。对于比热比 γ 为常数的完全气体,式(1)可简写为

$$\tan\theta = \pm \frac{\frac{p_4 - 1}{p_2}}{\gamma(Ma_2^D)^2 - \frac{p_4}{p_2} + 1} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma + 1} [(Ma_2^D)^2 - 1] - \frac{p_4 + 1}{p_2}} \quad \frac{p_4 + \gamma - 1}{p_2 + \gamma + 1} \quad (2)$$

式中: $Ma_2^D = u_2^D/a_2$ 为 2 区气体流向 D 点的马赫数。为简便起见,计算都采用比热比不变的完全气体。

2~4 区的激波是否脱体,可以通过激波极曲线 R' 的相对位置来判断,参见图 4。其中 p 轴,即 $\theta=0$ 的直线表示楔面, α 表示滑移线与楔面的夹角,极曲线的起点由以 D 为坐标原点时 2 区的流动状态确定。如果激波极曲线 R' 与 p 轴不相交,说明 2~4 区的激波是脱体激波。此时,激波与楔面不接触,激波后的部分气体可以沿楔面向 3 区冲去,形成射流。如果激波极曲线 R' 与 p 轴相交,说明 2~4 区间的激波是附体激波。此时,激波与楔面相连,封锁住射流,激波后的气体经过激波后速度与楔面平行,全部向下游流去。

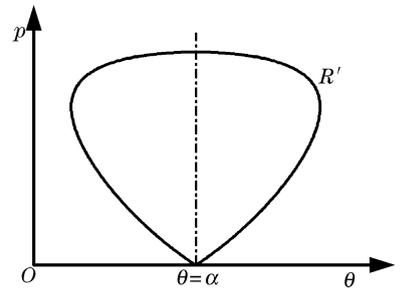


图 4 激波极曲线
Fig. 4 Shock polar

3 结果与讨论

根据上面建立的马赫杆突出变形消失的准则,对一些情况进行了计算,为了更有针对性,重点给出了对文献[9]中几种介质的计算结果。图 5 是 CO_2 ($\gamma = 1.29$) 的计算结果。图中 Ma 为入射激波的马赫数,RR、DMR、TMR、SMR 分别表示正规反射、双马赫反射、过渡马赫反射及单马赫反射,点断线为马赫杆突出变形消失的过渡线,细实线为文献[9]中计算的马赫杆出现突出变形的过渡线。从图中可以看出,随着马赫数的增大,马赫杆突出变形消失过渡线开始出现于正规反射过渡线之下,在两条曲线之间

的区域对应直马赫杆,3区中没有壁面射流的情况。马赫杆出现突出变形的过渡线位于单/过渡马赫反射过渡线与过渡/双马赫反射过渡线之间,在它的左下方为直马赫杆的区域,但此时3区中有壁面射流,只不过射流不能追赶上前面的马赫杆^[9]。在马赫杆出现突出变形的过渡线与变形消失的过渡线之间,存在相当大的区域,该区域内马赫杆是向前突出的。在该区域采用通常的直马赫杆近似时,应注意会产生一定程度的误差。通过分析可以看到,对于CO₂,随楔角和马赫数的增大,马赫杆的变化呈现如下趋势:开始马赫杆是直的,随后由于受到后面射流的作用向前突出;之后由于射流的消失马赫杆变形消失,重新变为直的;最后马赫反射转变为正规反射。

H. Li 等^[12]在研究双马赫反射解析模型时,也对滑移线延长线与楔面相交处产生附体激波的条件进行过研究,但是他们假设在向楔面趋近的过程中,第二个反射波 R' 始终是与滑移线垂直的直线,该结构呈几何相似发展的观点有待于进一步探讨。

图 6 中描述了比热比的变化对马赫杆突出变形消失条件的影响。图中给出了 $\gamma = 1.29, 1.20, 1.13$ 的计算结果,每种情况分别给出了三条曲线,从上向下依次为正规反射过渡线、马赫杆突出变形消失过渡线和文献^[9]中的马赫杆突出变形出现过渡线。可以看出,随着比热比的增大,马赫杆突出变形消失过渡线依次上移,与正规反射过渡线交点的马赫数依次增大,由 $\gamma = 1.13$ 时的 2.8 增加到 $\gamma = 1.29$ 时的 4.3,而且与各自对应的正规反射过渡线之间的区域依次减小。这说明马赫杆变直要求的入射激波马赫数和楔角增大,且区域依次减小。图中的细实线是这三种情况下突出变形消失过渡线与正规反射过渡线交点的连线,它反映的是不同比热比的气体中马赫杆突出变形消失最先发生的条件。连线的变化趋势说明:随着比热比的增大,马赫杆突出变形消失最先发生的入射激波马赫数和楔角都增大。马赫杆突出变形的出现对比热比的依赖关系与突出变形的消失类似,随着比热比的增大,要求入射激波马赫数和楔角都越来越大。

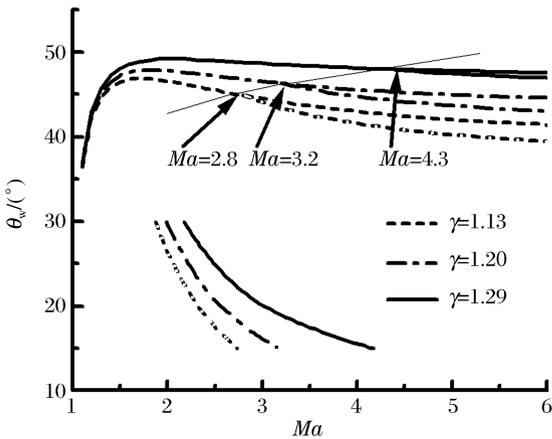


图 6 比热比对马赫杆突出变形消失条件的影响
Fig. 6 Effects of ratios of specific heats on conditions for Mach stem deformation to disappear

对 $\gamma = 1.40$ 的双原子完全气体及 $\gamma = 1.67$ 的单原子完全气体也进行过计算,计算结果显示,马赫杆的突出变形一直维持到转变为正规反射之前,都不会消失。与低比热比的情况不同,已经不再出现马赫杆重新变直的区域了。在真实情况下,由于强激波后,气体要发生振动的激发、分子的离解等真实气

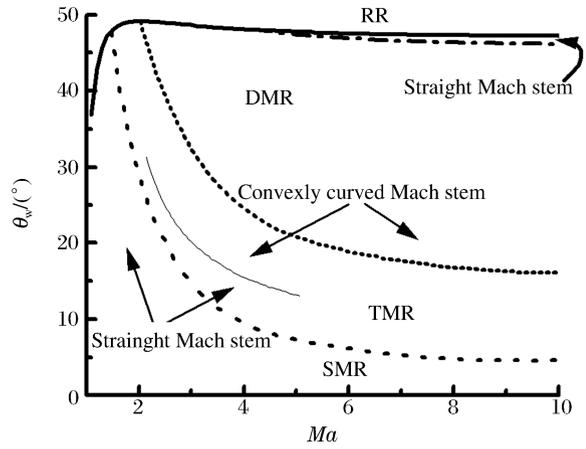


图 5 CO₂ ($\gamma = 1.29$) 的计算结果
Fig. 5 Results for CO₂ ($\gamma = 1.29$)

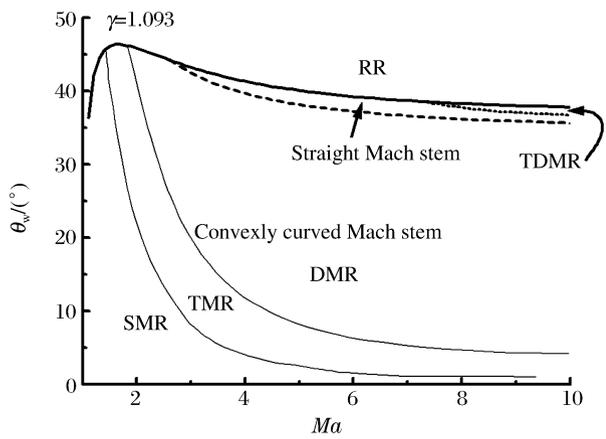


图 7 马赫杆变直与终点双马赫反射的比较
Fig. 7 Comparison of Mach stem straightening with terminal double Mach reflection

体效应,比热比减小,所以考虑真实气体效应时,马赫杆突出变形的消失要容易一些。甚至会出现这样的情况:假设气体为完全气体时,马赫杆的突出变形在转变为正规反射前不能消失,但考虑气体的高温真实气体效应后,马赫杆的突出变形会在正规反射前消失。

终点双马赫反射也是在低比热比、高马赫数和大楔角的条件下出现的特殊的激波反射现象,图7中比较了 SF_6 ($\gamma = 1.093$)马赫杆的突出变形消失区域和文献[11]中的终点双马赫反射区域。图中马赫杆的突出变形消失区域,即图中标注的直马赫杆区域,为粗实线与短断线之间的区域,终点双马赫反射区域为粗实线与点线之间的区域。终点双马赫反射包括在马赫杆突出变形消失区域里面,这与二者的定义是一致的。马赫杆突出变形的消失,是由于接触面延长线与楔面交点附近附体激波的产生,封锁了流向3区的壁面射流,这时第二个三波点还位于楔面之上;而终点双马赫反射是负双马赫反射^[11]的一种极端情况,第二个三波点落在楔面上,出现的条件理应比马赫杆突出变形的消失苛刻。由于见到的实验照片较少,还没有有力的证据直接证明马赫杆重新变直现象的存在,但是终点双马赫反射的直马赫杆实验结果^[11]也可以作为这种现象存在的一个例证。

以上结果及讨论都建立在流动无粘的基础上,如果有边界层存在,对马赫杆的变形将具有抑制作用。包括两方面的原因:(1)当D点处激波脱体产生射流向马赫杆运动,但尚未使马赫杆变形时,边界层使射流头部E相对于马赫杆的速度减小,难以追上马赫杆使其向前突出,发生变形;(2)当马赫杆已经变形时,由于边界层具有负位移厚度^[13],激波更容易变为附体激波,封锁射流,使马赫杆重新变直。

4 结 论

通过对滑移线延长线与楔面交点附近区域流动的分析,提出了准定常强激波马赫反射中马赫杆突出变形消失的判别准则,并用激波极曲线方法计算了马赫杆突出变形消失的条件。马赫杆突出变形的消失,将导致一种新的无射流、直马赫杆的双马赫反射结构。通过对结果的分析得到:马赫杆突出变形的消失是低比热比、高马赫数、大楔角条件下双马赫反射中出现的一种情况,并且随比热比的增大,突出变形消失的条件越来越苛刻。这种情况的出现,使得在低比热比的激波反射中马赫杆的变形过程呈现以下特点:马赫杆开始是直的,随后由于受到后面射流的作用向前突出,之后由于射流的消失马赫杆的变形消失,重新变为直的,最后马赫反射转变为正规反射,马赫杆消失。对马赫杆变形的描述,有助于了解直马赫杆假设的准确使用范围。

参考文献:

- [1] Korobeinikov V P. Unsteady interaction of shock and detonation waves in gases[M]. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1989:63-79.
- [2] Glass I I. Some aspects of shock-wave research[J]. AIAA Journal, 1987,25(2):214-229.
- [3] Sandeman J, Leitch A, Hornung H. The influence of relaxation on transition to mach reflection in pseudosteady flow[C]//Lifshitz A, Rom J. Proceedings of the 12th International Symposium on Shock Tubes and Waves. Jerusalem: Magnes Press, 1979:298-307.
- [4] Glaz H M, Colella P, Collins J P, et al. Nonequilibrium effects in oblique shock-wave reflection[J]. AIAA Journal, 1988,26(6):598-705.
- [5] Needham C E, Dawson D F. Chemical non-equilibrium effects of shock reflection[C]//Kim Y W. Proceedings of the 17th International Symposium on Shock Waves and Shock Tubes. New York: American Institute of Physics, 1990:897-902.
- [6] Aso S, Matsumoto A, Suzuki Y, et al. Numerical simulation of strong shock wave reflection by a ramp with chemical and thermal nonequilibrium[C]//Ball G J, Hillier R, Roberts G T. Proceedings of the 22nd International Symposium on Shock Waves. London: Imperial College, 1999:1291-1296.
- [7] 乐嘉陵,倪鸿礼,胡光初. 高超声速马赫反射[J]. 气动实验与测量控制,1996,10(2):1-8.
LE Jia-ling, NI Hong-li, HU Guang-chu. Mach reflection flows at hypersonic speeds[J]. Aerodynamic Experiment

and Measurement & Control, 1996,10(2):1-8.

- [8] Mirels H. Mach reflection flow fields associated with strong waves[J]. AIAA Journal, 1985,23(4):522-529.
- [9] Li H, Ben-Dor G. Analysis of double-mach-reflection wave configurations with convexly curved mach stems[J]. Shock Waves, 1999,9(5):319-326.
- [10] 王继海. 二维非定常流和激波[M]. 北京:科学出版社,1994:131-146.
- [11] Ben-Dor G. Shock waves reflection phenomena[M]. New York: Springer-Verlag, 1991:96-118.
- [12] Li H, Ben-Dor G. Reconsideration of pseudo-steady shock wave reflections and the transition criteria between them[J]. Shock Waves, 1995(5):59-73.
- [13] Hornung H G, Taylor J R. Transition from regular to Mach reflection of shock waves: Part 1—The effect of viscosity on the pseudo-steady case[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982,123:143-153.

On transition criterion of Mach stem deformation for Mach reflections of pseudosteady strong shock waves

GAO Yun-liang^{1,2}, JIANG Zong-lin^{1*}

- (1. *Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China;*
2. *The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, Shaanxi, China*)

Abstract: To investigate into the deformation of the Mach stem in a strong shock reflection, the flow field near the intersection point between slip line and wedge surface was theoretically analyzed, and a transition criterion for Mach stem deformation to disappear was derived, which was solved with the shock polar method. Processes of Mach stem deformation were described, and effects of ratio of specific heats and Mach number on conditions for Mach stem deformation to disappear, which were compared with those in presence of terminal double Mach reflections, were investigated. The results show that the disappearance of Mach stem deformation is a reflection phenomenon of shock waves in mediums with low ratios of specific heats. The disappearance of Mach stem protrusion leads to a new configuration of double Mach reflection with a straight Mach stem and no wall jet.

Key words: mechanics of explosion; transition criterion; polar method; shock reflections; Mach stem deformation; disappearance of protrusion

* Corresponding author: JIANG Zong-lin
Telephone: 86-10-82543995

E-mail address: zjiang@imech. ac. cn