

文章编号: 1001-1455(2009)02-0209-04

组合 γ 状态方程在数值计算上的应用及分析*

刘文祥, 李捷, 钟方平

(西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

摘要: 利用建立在爆轰产物实验等熵线数据上的组合 γ 状态方程以及常用的 Jones-Wilkins-Lee (JWL) 和 Becker-Kistiakowsky-Wilson (BKW) 爆轰产物状态方程进行了爆炸数值分析。状态方程数值计算的压力波形与实验波形的对比表明: 组合 γ 状态方程和 JWL 状态方程计算的波形的到时、峰值、形状能够与实验吻合; BKW 状态方程等熵式计算的数值波形峰值基本能够与实验吻合, 但形状吻合不佳。

关键词: 爆炸力学; 组合 γ 状态方程; 数值分析; 爆轰产物状态方程

中图分类号: O381 **国标学科代码:** 130 · 3510 **文献标志码:** A

1 引言

一般流体动力学问题需要满足 4 个控制方程: 质量守恒方程、动量守恒方程、能量守恒方程以及状态方程。爆轰产物状态方程的优劣直接关系到爆炸数值分析的准确与否。

由于爆轰产物处于高温高压高密度的状态下, 而且爆炸过程历时短, 因此很难直接用实验方法确定爆轰产物的状态方程。目前用的状态方程都是经验或者半经验的状态方程。

Jones-Wilkins-Lee (JWL) 状态方程^[1-3] 是现在爆炸数值计算最常用的状态方程

$$p = A \left(1 - \frac{\omega}{R_1 v} \right) e^{-R_1 v} + B \left(1 - \frac{\omega}{R_2 v} \right) e^{-R_2 v} + \frac{\omega e}{v} \quad (1)$$

式中: A 、 B 、 R_1 、 R_2 、 ω 均为常数, 由圆筒实验标定; p 、 v 、 e 分别为压力、比体积、体积内能

在一个钢制圆筒内装上被测炸药, 在炸药的一端起爆, 爆轰产物的膨胀过程由高速扫描机记录。另外采用二维流体力学程序进行数值模拟, 如果方程中常数选择恰当, 计算的圆筒半径随时间的变化能够与实验吻合, 即确定了方程中的系数, 因此 JWL 状态方程是个半经验的公式。此实验要求圆筒不发生破裂, 圆筒的变形有限, 爆轰产物一直处于一个较高的压力、密度的状态。圆筒实验标定的方法本身限制了 JWL 的适用范围, 它并不太适合模拟爆轰产物膨胀较强烈, 低密度、低压力的状态。在压力低于 0.1~0.3 GPa 的范围内, JWL 状态方程等熵线不能很好地符合实验数据^[1]。在圆筒标定实验中, 炸药处于稳定的爆轰状态, 所以 JWL 状态方程也不能较好地模拟超压爆轰状态, 即炸药球从外表面引爆, 产生聚心爆轰波, 爆速和爆压远高于 CJ 状态(稳定爆轰状态)^[1]。

1941 年, G. B. Kistiakowsky 等提出了现在的 Becker-Kistiakowsky-Wilson (BKW) 状态方程^[2-3]

$$pV = RT(1 + xe^{\beta x}) \quad x = K \sum \frac{x_i k_i}{V(T + \theta)^{\alpha}} \quad (2)$$

根据炸药的化学成分, 分析爆轰产物的成分, 即可确定方程(2)中的常数 α 、 β 、 θ 、 K , R 为气体常数, V 为一摩尔产物的体积, x_i 为产物各组分的摩尔分数, k_i 为产物各组分的几何余容, T 为热力学温度。为了更适合流体动力学计算, C. L. Mader 等^[4] 根据 BKW 状态方程计算得到的爆轰产物 CJ 等熵线数据拟合成了 HOM 状态方程。因此, HOM 状态方程是一个完全的经验公式, 是一个不通过实验, 只需知道炸药的分子式就能确定的状态方程, 在发明炸药新配方等方面有很大的用途。

HOM 状态方程也被称为 BKW 状态方程, 形式如下

* 收稿日期: 2007-11-28; 修回日期: 2009-01-15

作者简介: 刘文祥(1982—), 男, 硕士, 研究实习员。

$$\ln p_s = A + B \ln v + C(\ln v)^2 + D(\ln v)^3 + E(\ln v)^4 \quad (3)$$

$$\ln e_s = K + L \ln p_s + M(\ln p_s)^2 + N(\ln p_s)^3 + O(\ln p_s)^4 \quad (4)$$

$$\frac{1}{\beta} = \Gamma = - \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln v} \right)_s = - [R + 2S \ln v + 3U(\ln v)^2 + 4W(\ln v)^3] \quad (5)$$

$$p(e, v) = p_s + \frac{e - e_s}{\beta v} \quad (6)$$

式中: $A, B, C, D, E, K, L, M, N, O, R, S, U, W$ 都为常数, p_s, e_s 分别是爆轰产物等熵线的压力和比能量, Γ 是 Grüneisen 系数。但是现在很多学者使用 HOM 状态方程的等熵式^[5]代替 HOM 状态方程, 即

$$p(e, v) = p_s \quad (7)$$

式(7)中假设爆炸冲击波在传播、反射等过程中没有熵增, 在模拟爆炸冲击波的反射等有明显熵增的情况时, 误差较大。爆轰的数值模拟应当使用以等熵线为参考, 包含正确的产物能量的状态方程^[6]。

2 组合 γ 状态方程

JWL 和 BKW 状态方程, 都是工程上常用的状态方程, 简单实用, 但他们都存在一定的局限性: 前者的适用范围有限, 后者的精度有限。现有的一些商业软件中已经发现了这些局限性, 并采取了一些措施解决这些问题, 如 Autodyn, 大密度段爆轰产物状态方程采用 JWL 状态方程, 小密度段采用理想气体状态方程。本文中参考文献[1], 推导了组合 γ 状态方程, 理论上此方程不存在前面所提的局限性, 适用于不同的密度段, 也能达到理想的精度。下面给出推导过程。

爆轰产物状态 (p, v) 平面中感兴趣的区域是以 CJ 等熵线为下边界和通过固壁反射态的等熵线为上边界的一个区域。根据 Grüneisen 物态方程可以确定爆轰产物压力 p 和比体积 v 、比内能 e 的关系

$$p(e, v) = p_s + \frac{\Gamma}{v}(e - e_s) \quad (8)$$

通过实验发现爆轰产物在不同的压力范围内, 都遵循等 γ 方程^[1]

$$pv^\gamma = A(S) \quad (9)$$

式中: $A(S)$ 为熵的函数, 等熵条件下为常数, γ 为多方指数, 由实验确定。

推导组合 γ 状态方程的基本思想: 在爆轰产物等熵线上取 $(p_1, v_1), (p_2, v_2), \dots, (p_i, v_i), \dots, (p_n, v_n)$, 把等熵线分为 $n+1$ 份, 每一份都看成一个等 γ 的过程。通过下式确定第 i 段的 γ 和 $A(v_{n+1} = +\infty, 1 < \gamma_{n+1} < \gamma_n)$

$$p_{i-1} v_{i-1}^{\gamma_i} = p_i v_i^{\gamma_i} = A_i \quad v_i < v_{i+1}, 1 < i \leq n+1 \quad (10)$$

等熵线第 i 段的压力 p_s 和能量 e_s 可以表示为

$$p_s = A_i v^{-\gamma_i} \quad (11)$$

$$e_s = - \sum_i^{n+1} \left(\frac{A_j v_j^{-(\gamma_j-1)}}{\gamma_j-1} - \frac{A_j v_{j-1}^{-(\gamma_j-1)}}{\gamma_j-1} \right) \quad (12)$$

$$\Gamma_i = \gamma_i - 1 \quad (13)$$

根据上面的 3 个式子, 可以推导出

$$p(e, v) = A_i v^{-\gamma_i} + (\gamma_i - 1) \rho \left[e + \sum_i^{n+1} \frac{A_j}{\gamma_j - 1} (v_j^{-(\gamma_j-1)} - v_{j-1}^{-(\gamma_j-1)}) \right] \quad (14)$$

文献[1]中用 DEAL 法测量过 TNT、TNT/RDX 混合炸药的产物等熵线, 即通过实验能得到爆轰

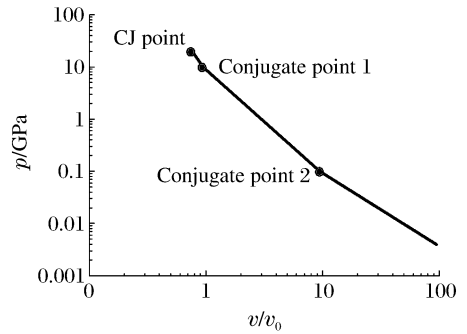


图 1 爆轰产物 3 段式 CJ 等熵线

Fig. 1 Isentropic pressure-specific volume curve

产物等熵数据,而组合 γ 状态方程可以根据这些实验得到的等熵线,按照精度的要求把等熵线分段,可密可疏,越密精度越高。理论上满足不同压力段和密度段的爆轰产物数值分析。

文献[1]中提出过采用 3 段 γ 律等熵膨胀的处理方法来解决工程问题,但和 HOM 状态方程一样,仅使用状态方程的等熵式,没有考虑熵增,有一定的局限性。

为了检验本文中提及的考虑熵增的组合 γ 状态方程,粗略地把爆轰产物等熵线分为 3 段,对于密度为 1.6 g/cm^3 的 TNT, $p_1=21 \text{ GPa}$, $v_1=0.46 \text{ cm}^3/\text{g}$ 。取共轭点 $p_1=10 \text{ GPa}$, $p_2=0.1 \text{ GPa}$,不同的密度段取 γ 为^[1]

$$\begin{cases} \text{初始的高压高密度阶段} & pv^{\gamma_1} = A_1 & \gamma_1 = 3.0 \\ \text{中间过渡阶段} & pv^{\gamma_2} = A_2 & \gamma_2 = 2.0 \\ \text{最终气态阶段} & pv^{\gamma_3} = A_3 & \gamma_3 = 1.4 \end{cases} \quad (15)$$

由于等熵线过 CJ 点,如图 1 所示,3 个阶段的共轭点 1 和 2 满足如下的关系

$$p_1 v_1^{\gamma_1} = p_1 v_1^{\gamma_1}, \quad p_1 v_1^{\gamma_2} = p_2 v_2^{\gamma_2} \quad (16)$$

由式(16)可以推导出 v_1 和 v_2 。

根据式(14),推导 3 段组合 γ 爆轰产物状态方程如下(其中 $v_3 = +\infty$)

$$p = \begin{cases} A_1 v^{-\gamma_1} + (\gamma_1 - 1)\rho \left[e + \frac{A_3 (v_3^{1-\gamma_3} - v_2^{1-\gamma_3})}{\gamma_3 - 1} + \frac{A_2 (v_2^{1-\gamma_2} - v_1^{1-\gamma_2})}{\gamma_2 - 1} + \frac{A_1 (v_1^{1-\gamma_1} - v^{1-\gamma_1})}{\gamma_1 - 1} \right] & v < v_1 \\ A_2 v^{-\gamma_2} + (\gamma_2 - 1)\rho \left[e + \frac{A_3}{\gamma_3 - 1} (v_3^{1-\gamma_3} - v_2^{1-\gamma_3}) + \frac{A_2}{\gamma_2 - 1} (v_2^{1-\gamma_2} - v^{1-\gamma_2}) \right] & v_1 \leq v < v_2 \\ (\gamma_3 - 1)\rho e & v_2 \leq v \end{cases}$$

3 数值计算波形和实验波形对照

为了验证组合 γ 爆轰产物状态方程,本文中利用 3 段组合 γ 状态方程以及常用的状态方程 JWL 和 BKW 等熵式分别模拟了内径为 200 mm 的圆柱容器内的爆心截面处的爆炸载荷。

实验中,药球放置在容器中心,药球形状有球形和长径比 1 : 1 的柱形,柱形药球保证药球轴线与容器轴线重合。

图 2 给出了质量为 27 g 的 TNT 球形装药和质量为 133 g 的 TNT 柱形装药的实验波形以及由状态方程数值计算的波形。从图 2 可以看出:在实验所测的比例爆心距范围内,组合 γ 状态方程和 JWL 状态方程能够很好地模拟爆炸载荷;BKW 状态方程的等熵式计算的结果能够反映载荷的峰值的大小,但是形状不能与实验波形吻合。

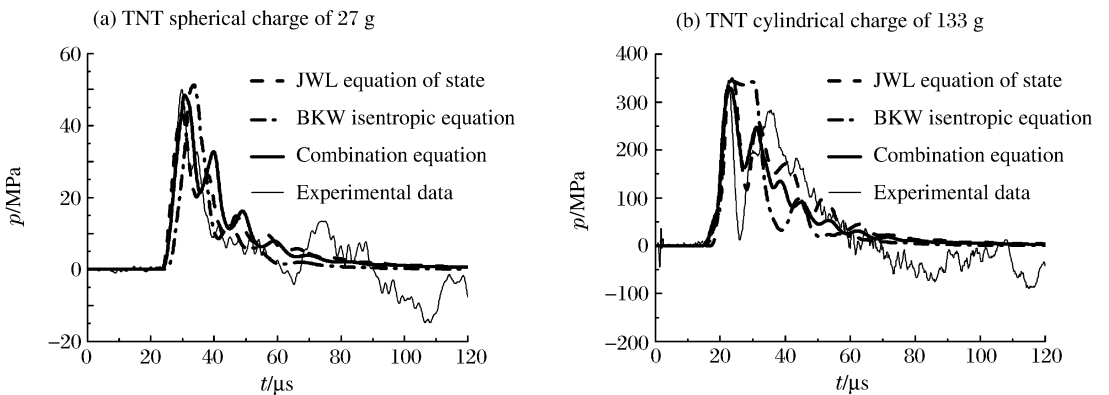


图 2 装药爆心截面载荷的比较

Fig. 2 Comparison of the pressure-time curves on the cross-sections of the TNT explosive charges between the numerical results and the experimental data

4 结 论

在实验所测的比例爆心距的范围内, JWL 状态方程能够较好地模拟爆轰产物状态, BKW 状态方程等熵式计算的数值波形峰值也能与实验吻合, 但是波形形状不能和实验波形吻合。

运用较粗略的组合 γ 状态方程较成功地模拟了本次实验的爆炸冲击波, 初步说明了使用组合 γ 状态方程模拟爆轰产物的可行性。理论上讲, 如果把实验爆轰产物等熵线划分成更多段, 将更加准确地模拟实际情况, 组合 γ 状态方程适合各个压力段和密度段的爆轰产物的数值模拟。组合 γ 状态方程是完全建立在实验数据上的, 因此状态方程的准确取决于实验数据的准确。

参考文献:

- [1] 孙承伟, 卫玉章, 周之奎. 应用爆轰物理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [2] 张宝平, 张庆明, 黄风雷. 爆轰物理学[M]. 北京: 兵器工业出版社, 2001.
- [3] 章冠人, 陈大年. 凝聚炸药起爆动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.
- [4] Mader C L. Numerical modeling of detonations[M]. Berkeley: California University of California Press, 1979.
- [5] 罗艾民, 张奇. 战斗部爆轰产物温度效应数值模拟[J]. 高压物理学报, 2006, 20(1): 45-50.
LUO Ai-min, ZHANG Qi. Numerical simulation of temperature effects on warhead explosion products[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2006, 20(1): 45-50.
- [6] 孙承伟, 赵锋, 文尚刚, 等. 一般物态方程形式下爆轰产物的一维等熵流动[J]. 爆炸与冲击, 2003, 23(6): 481-487.
SUN Cheng-wei, ZHAO Feng, WEN Shang-gang, et al. One-dimensional isentropic flow of detonation products with general equation of state[J]. Explosion and Shock Waves, 2003, 23(6): 481-487

Application and analysis of a combinational γ equation of state for detonation products

LIU Wen-xiang^{*}, LI Jie, ZHONG Fang-ping

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, Shaanxi, China)

Abstract: A combinational γ equation of state based on the experimental isentropic data for detonation products was deduced. Different equations of state for detonation products were used to simulate numerically detonation behaviors of explosives. Comparison between the experimental and numerical results shows that the arrival times, pressure peaks and wave forms computed by the Jones-Wilkins-Lee (JWL) equation of state and the combinational γ equation of state are in better agreement with the experimental results than those computed by the Becker-Kistiakowsky-Wilson (BKW) isentropic equation of state.

Key words: mechanics of explosion; combinational γ equation of state; numerical simulation; equation of state for detonation products

^{*} Corresponding author; LIU Wen-xiang

E-mail address: wxliu@ustc.edu

Telephone: 86-29-84765141