

文章编号: 1001-1455(2009)03-0243-06

再冲击载荷作用下流动混合的数值模拟^{*}

王 涛¹, 柏劲松^{1,2}, 李 平^{1,2}, 钟 敏¹

(1. 中国工程物理研究院流体物理研究所, 四川 绵阳 621900;

2. 中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理国防科技重点实验室, 四川 绵阳 621900)

摘要: 基于多介质的流体体积分数 VOF(volume of fluid)方法和 PPM(piecewise parabolic method)方法, 给出和发展了可用于多介质粘性流体动力学的数值计算方法和计算代码 MVPPM(multi-viscosity-fluid piecewise parabolic method)。为了检验和验证此计算代码, 对某激波管实验——再冲击载荷作用下的流体动力学不稳定性及其导致的混合过程进行了数值模拟, 计算结果与实验结果一致。同时还研究了激波反射冲击作用下流体混合区的演化情况, 在反射激波和混合区相互作用的瞬间, 混合区的宽度明显减小, 之后又迅速增大; 另外, 混合增长率与初始扰动的频谱有很大关联。通过对有粘性(分子动力学粘性)和无粘性结果的对比, 发现粘性对混合区的影响很小。

关键词: 流体力学; 界面不稳定性; MVPPM; 流动混合; 分子动力学粘性

中图分类号: O357 **国标学科代码:** 130 · 2531 **文献标志码:** A

1 引 言

R. D. Richtmyer^[1]在 1960 年首次通过理论分析, 研究了在激波冲击加载作用下, 2 种不同密度的分层物质的界面将发生不稳定, 他用线性化的 Euler 方程对交界面的运动进行了数值模拟, 同时还给出了一个线性稳定性分析模型。10 年后, E. E. Meshkov^[2]首先在实验中证明了这种不稳定性的存在, 后来人们将这种界面不稳定性称为 R-M(Richtmyer-Meshkov)不稳定性。R-M 不稳定性和 R-T(Rayleigh-Taylor)不稳定性^[3-5](重力场作用下不同密度物质的界面不稳定性)关系很密切, 二者有相同的特征: 气泡和尖钉的构型及增长。所谓气泡就是侵入到重物中的轻物质部分, 尖钉就是侵入到轻物质中的重物部分, 两者向相反的方向增长。同时, R-M 不稳定性和 R-T 不稳定性存在着本质的区别: 当加速度的方向从轻流体指向重流体时, R-T 界面是不稳定的; 而激波无论是从重流体至轻流体方向还是从轻流体至重流体方向冲击物质界面, R-M 界面总是不稳定的。在冲击波的作用下, 界面上的初始扰动在初始阶段以线性方式增长, 后期又以非线性的方式增长, 最后导致混合而进入湍流混合阶段。R-M 不稳定性在自然界和工程中经常遇到, 由于它在科学研究和工程实践上的重要意义, 自被发现以来一直都是冲击波动力学中一个异常活跃的研究领域。这种冲击波和交界面相互作用的基本过程对研究超音速冲压发动机(scramjet)中的混合和燃烧、激光驱动的惯性约束聚变 ICF(inertial confinement fusion)等很有意义, 它还可以用来解释天体物理学中的某些现象如超新星爆发, 它后期的非线性过程对于揭示可压缩湍流的本质十分重要。

目前, 对激波单次冲击作用下的湍流混合演化已经有了比较全面的认识; 但是在多次冲击作用下, 对其发展特征的认识及相关信息的获得还不全面。针对这个问题, 本文中在已有的欧拉计算程序 MF-PPM(multi-fluid piecewise parabolic method)^[6-7]基础上, 添加粘性部分的计算(此处主要考虑分子动力学粘性), 对 E. Leinov^[8]和 G. Malamud 等^[9]的激波多次反射和交界面相互作用的激波管实验进行数

* 收稿日期: 2007-12-14; 修回日期: 2008-05-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(10672151); 中国工程物理研究院科学技术发展基金(2008B0202011); 中国国防科技工业技术基础质量和可靠性项目

作者简介: 王 涛(1979—), 男, 硕士, 助理研究员。

值模拟。对这种情况下 R-M 不稳定性及其导致的混合过程的发展做了比较细致的研究,计算结果和实验结果一致性较好,流体混合区的生长对初始条件(初始扰动波长和振幅等)的依赖性很强,但是分子动力学粘性的影响作用很有限。

2 控制方程和计算方法

在考虑热传导和粘性的情况下,以张量形式描述的多介质流场控制方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0, & \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j E + p u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial (u_j \sigma_{ij})}{\partial x_j}, & \frac{\partial \varphi^{(s)}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varphi^{(s)}}{\partial x_j} = 0 \quad s = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: i, j 分别代表 x, y, z 等 3 个方向,相同的 i, j 表示求和; $\rho, u_k (k=i, j), p$ 分别为密度、速度和压强; E 表示单位质量的总能量; N 表示介质的种类; $\varphi^{(s)}$ 表示第 s 种介质的体积分,各介质的体积分满足 $\sum_{s=1}^N \varphi^{(s)} = 1$; σ_{ij} 为牛顿流体粘性应力张量分量, $\sigma_{ij} = \mu(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i - 2\delta_{ij}(\partial u_k / \partial x_k) / 3)$,其中 μ 为流体的粘性系数; q_j 为热传导在单位时间单位空间的能量流, $q_j = -\lambda \partial T / \partial x_j$, T 为流体温度, λ 为流体的有效导热系数。采用算子分裂技术,将方程组(1)所描述的物理过程分解为 3 个子过程进行计算,即整个流量的计算分解为无粘流量、粘性流量和热流量 3 个部分。

对于无粘流量部分包括对激波、稀疏波以及接触间断的计算和界面的处理,采用 3 阶精度 PPM 方法和 VOF 方法相结合,通过维数分裂实现可压缩流体的空间多维求解。为了能够有效地捕捉多介质流体界面,采用 Lagrange-Remapping 两步算法求解流体动力学守恒方程组。整个计算分 4 步完成:(1)物理量的分段抛物插值;(2)近似 Riemann 问题求解;(3)Lagrange 方程组推进求解;(4)将物理量变回到静止的 Euler 网格上。其中第 2 步采用双激波近似的方法进行 Riemann 问题的求解,第 3、4 步的计算见文献[10]。

对于粘性流量和热流量的计算,主要考虑牛顿流体粘性应力张量和能量流的影响,所以在无粘流量部分计算的基础上,还要求解以下的方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, & \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial (u_j \sigma_{ij})}{\partial x_j}, & \frac{\partial \varphi^{(s)}}{\partial t} = 0 \quad s = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (2)$$

在求解方程组(2)的过程中,粘性通量采用二阶空间中心差分方法计算,时间推进采用两步 Runge-Kutta 方法进行。由于牛顿流体粘性应力张量和能量流仅对流场的动量和能量产生影响,因此不考虑方程组(2)中第 1 个和最后 1 个方程,将其写为守恒形式

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\mathbf{F}}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\mathbf{G}}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}}{\partial z} = \mathbf{0} \quad (3)$$

式中: $\bar{\mathbf{U}} = (\rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$, $\bar{\mathbf{F}} = (-\sigma_{xx}, -\sigma_{xy}, -\sigma_{xz}, -u\sigma_{xx} - v\sigma_{yx} - w\sigma_{zx} + q_x)^T$, $\bar{\mathbf{G}} = (-\sigma_{xy}, -\sigma_{yy}, -\sigma_{zy}, -u\sigma_{xy} - v\sigma_{yy} - w\sigma_{zy} + q_y)^T$, $\bar{\mathbf{H}} = (-\sigma_{xz}, -\sigma_{yz}, -\sigma_{zz}, -u\sigma_{xz} - v\sigma_{yz} - w\sigma_{zz} + q_z)^T$ 。此处 u, v, w 分别表示 x, y, z 方向的速度。在迪卡尔坐标系下,可用守恒型有限差分算子将式(3)中的空间导数项离散为

$$L_h(\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^E) = \frac{\bar{F}_{i-1/2,j,k}^E - \bar{F}_{i+1/2,j,k}^E}{\Delta x} + \frac{\bar{G}_{i,j-1/2,k}^E - \bar{G}_{i,j+1/2,k}^E}{\Delta y} + \frac{\bar{H}_{i,j,k-1/2}^E - \bar{H}_{i,j,k+1/2}^E}{\Delta z} \quad (4)$$

式中:上标“E”表示前面经过无粘流 Remapping 步后 Euler 网格上的物理量。再利用两步 Runge-Kutta 方法推进求解方程组(3)

$$\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^{(1)} = \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^E + L_h(\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^E) \Delta t, \quad \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^{n+1} = [\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^E + \bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^{(1)} + L_h(\bar{\mathbf{U}}_{i,j,k}^{(1)}) \Delta t] / 2 \quad (5)$$

式中:上标“n”表示 n 时间步的物理量。

3 数值模拟及结果分析

3.1 计算模型描述

对的激波多次反射作用下,R-M 不稳定性及其导致的混合过程的激波管实验^[8]进行数值模拟。一方面是为了验证本算法的合理性和适用性,另一方面就是研究在激波多次反射和流体界面相互作用下,界面及流体混合区的演化历程,增长以及对初始扰动的依赖情况,另外还研究了粘性的影响。计算模型如图 1 所示,高度为 40 mm,左端驱动段为马赫数 $Ma=1.2$ 的冲击波空气,右端测试段为长度 80 mm 的 SF_6 气体,二者之间是 100 kPa 的空气,激波管末端为固壁,左边界为自由流动边界。整个计算区域划分为 36 个分区,采用 9×4 个 CPU 进行并行计算,每个分区的网格数为 200×200 。

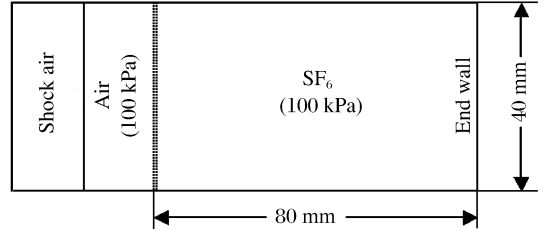


图 1 激波管实验计算模型

Fig. 1 A computational model for shock tube experiments

3.2 初始条件

在空气和 SF_6 气体的交界面处 (Atwood number=0.67) 有一初始随机扰动。扰动的大小分 2 种情况:(1)初始扰动振幅为 $175 \mu m$, 初始扰动的波长 $\lambda=0.5 \text{ mm} \sim 6.5 \text{ mm}$, 对应的初始平均波长 $\bar{\lambda}=3.5 \text{ mm}$;(2)初始扰动振幅为 $75 \mu m$, $\lambda=0.5 \text{ mm} \sim 2.5 \text{ mm}$, $\bar{\lambda}=1.5 \text{ mm}$ 。物质的初始参数分布见表 1。

表 1 初始参数

Table 1 Initial parameters

材料	$\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$	p / kPa	$v / (\text{m}/\text{s})$	γ	$\mu / (\mu\text{Pa} \cdot \text{s})$
SF_6	6.52	100	0	1.09	17.2
空气	1.29	100	0	1.40	18.4
冲击波空气	1.73	151	100.66	1.40	18.4

3.3 结果分析

本算例中,激波从轻流体向重流体方向(从左至右)运动,所以当空气冲击波第 1 次和界面碰撞后,将产生 1 个穿透右行激波和左行反射激波,交界面只有较小的变形,左行的反射激波不会再对界面产生影响。之后穿透右行激波继续向右运动至右端固壁,并反射回来向左运动。反射回来的激波再次和界面碰撞,同时产生 1 个左行穿透激波和 1 个右行反射稀疏波,左行穿透激波也不会对界面产生影响。右行反射稀疏波在界面和右边的固壁之间来回运动,但由于强度很弱,对流动产生的影响也很小。

图 2 给出了流体混合区 FMZ(fluid mixing zone)宽度 δ 随时间变化的曲线,并与实验结果进行了比较,图中 $t=0$ 表示反射激波到达界面的时刻。从图中曲线可以看出,无论是实验结果还是数值模拟结果,初始阶段 FMZ 宽度都是缓慢增长,这是因为激波第 1 次和界面发生碰撞并在右行穿透激波反射回来到达界面之前,流动的线性作用占主导地位,使得界面形状的变化很小,只是扰动的幅值在慢慢增大。当反射回来的激波和界面再次发生碰撞后,FMZ 宽度突然出现下降,这是由于扰动的波峰和波谷发生了转换,使界面扰动出现了负增长,这种波峰波谷转换现象是激波从重气体向轻气体入射时出现的典型特征^[11]。之后,流动非线性作用增强并发挥主要作用,且在界面和固壁之间来回多次运动的是稀疏波,而稀疏波对流动的影响很小,所以扰动又迅速发展,FMZ 宽度也迅速增长。

对于 2 种初始扰动情形,分别计算了考虑粘性(分子动力学粘性)和不考虑粘性时的情况。通过图 2(a)、(b)中有粘性和无粘性的计算结果对比可以得出,无论初始扰动的平均波长 $\bar{\lambda}=3.5 \text{ mm}$ 还是 $\bar{\lambda}=1.5 \text{ mm}$,二者的混合区宽度相差都很小,最大相差都在 5% 以内。还可得出(比较图 2(c)和(d))混合区宽度或者说是混合增长率对初始扰动有很大的依赖性,在初始扰动的频谱范围足够大的情况下,数值模拟的结果才更接近于实验值, $\bar{\lambda}=3.5 \text{ mm}$ 比 $\bar{\lambda}=1.5 \text{ mm}$ 的结果更接近实验值。另外,针对粘性影响不显著的情况,人为将分子动力学粘性系数分别增大 1~2 个量级,达到 10^{-4} 和 10^{-3} ,再对数值模拟的结果进行比较(图 2(e)和(f))。发现当分子动力学粘性系数增大 1 个量级时,结果相差比较小;但是当增大 2 个量级时结果已经有了明显的偏差,因为此时人为地增大动力学粘性导致了系统能量耗散加剧。

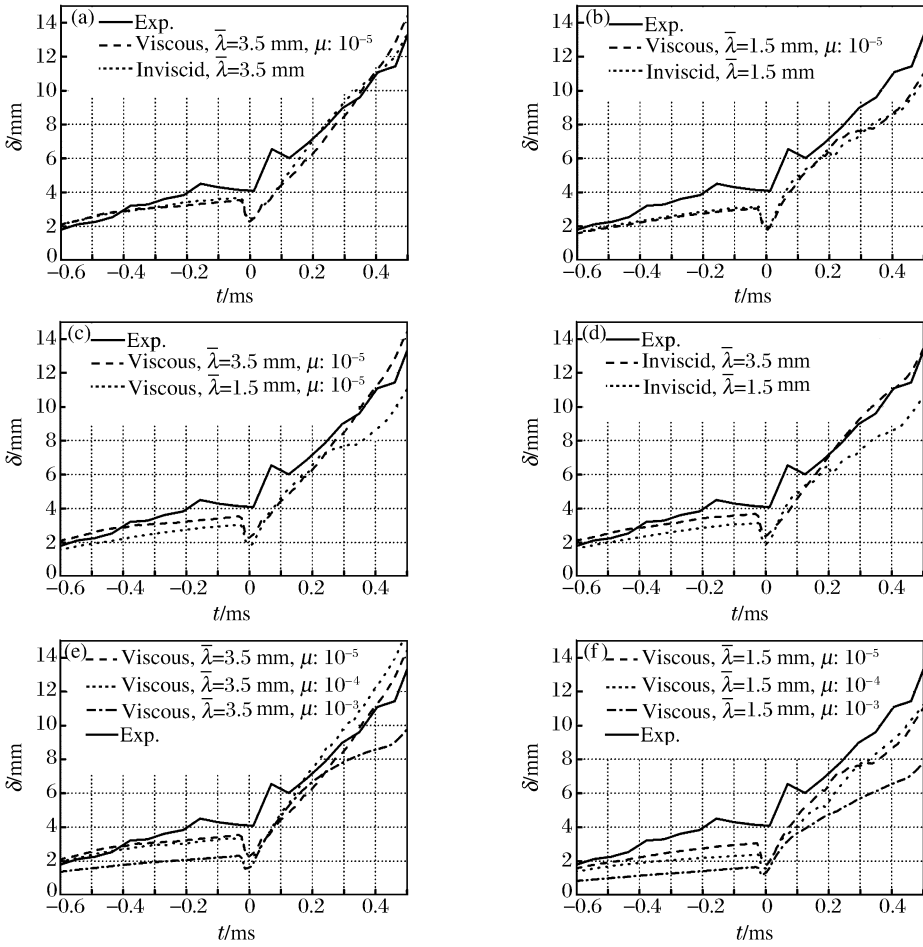


图 2 流体混合区宽度随时间变化曲线

Fig. 2 FMZ width vs. time curves

图 3、4 分别给出了初始平均波长 $\bar{\lambda}=3.5、1.5$ mm 时,反射冲击波和界面碰撞前后 3 个时刻的密度分布图像,粗略观察,粘性图像和无粘图像几乎无差别。

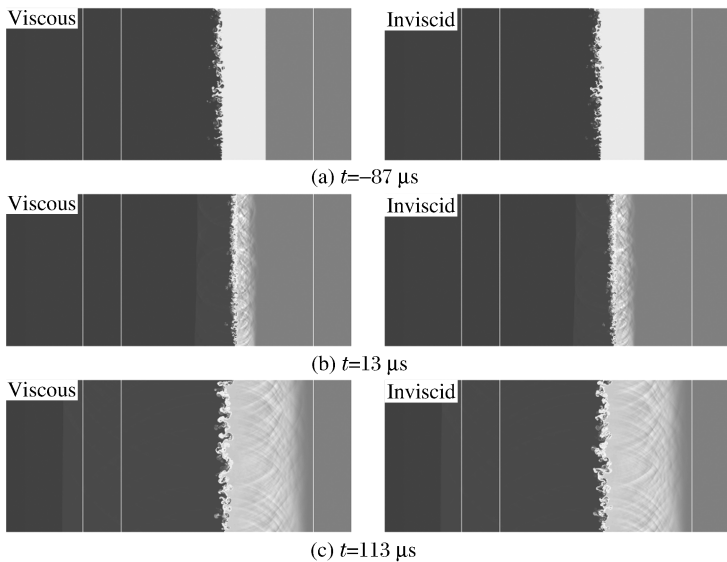


图 3 初始平均波长 $\bar{\lambda}=3.5$ mm 时的密度分布
Fig. 3 Configuration of density for $\bar{\lambda}=3.5$ mm

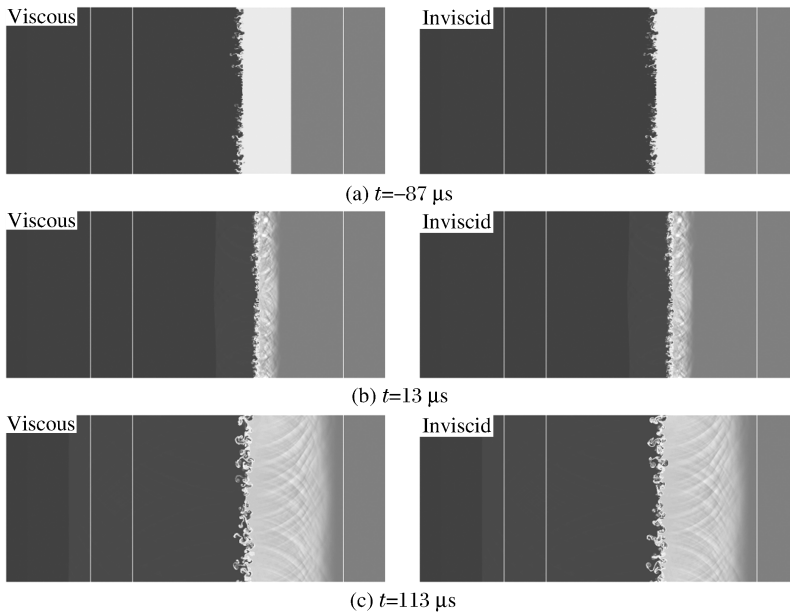


图4 初始平均波长 $\bar{\lambda}=1.5$ mm时的密度分布
Fig. 4 Configuration of density for $\bar{\lambda}=1.5$ mm

4 结 论

通过对激波反射冲击作用下的 R-M 不稳定性及其引起的流体混合过程进行数值模拟,研究了初始扰动频谱及粘性对混合增长率的影响,可以得出以下几点结论:

(1) 利用 MVPPM 模拟得到的混合增长率与实验结果一致,说明本代码可以比较好地模拟冲击加载作用下的流体界面不稳定性及混合问题;

(2) 激波再次冲击界面对 FMZ 的影响很大,因为此时激波是从重流体向轻流体入射,引起界面扰动的峰谷发生转换,使得 FMZ 宽度突然减小,之后由于流动非线性的主导作用又迅速增大;

(3) FMZ 的发展与初始扰动有很大关系,当初始扰动的频谱范围足够大时,才可以获得与实验结果一致的数值模拟结果;

(4) 通过对有粘性和无粘性模拟结果比较,发现粘性对不稳定性及 FMZ 的发展影响比较小。

本文中的计算方法是在已有的欧拉计算程序基础上添加粘性计算发展而来,而粘性部分也仅仅考虑了分子动力学粘性的影响;因此结论中的粘性影响比较小也只是反映了分子动力学粘性的影响作用,并不能代表湍能粘性的影响;而界面不稳定性发展到后期进入湍流混合阶段,湍能粘性起主要作用,所以下一步的工作将细致考虑湍能粘性的作用。

参考文献:

- [1] Richtmyer R D. Taylor instability in a shock acceleration of compressible of fluids[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1960,13(2):297-319.
- [2] Meshkov E E. Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave[J]. Izv Akad Nauk SSSR Mekh Zhidk Gaza, 1969,4(5):151-157.
- [3] Rayleigh L. Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density[J]. Proceedings of the London Mathematical Society, 1882,s1-14(1):170-177.
- [4] Taylor G I. The instability of liquid surface when accelerated in a direction perpendicular to their planes I [J]. Proceedings of the Royal Society: A, 1950,201(1065):192-196.
- [5] Sharp D H. An overview of Rayleigh-Taylor instability[J]. Physica: D, 1984,12:3-18.

- [6] BAI Jing-song, LI Ping, TAN Duo-wang. Simulations of the instabilities experiments in stratified cylindrical shells [J]. Chinese Physics Letter, 2006, 23(7):1850-1852.
- [7] 柏劲松, 李平, 谭多望, 等. 界面不稳定性实验的数值模拟[J]. 力学学报, 2007, 39(6):741-748.
BAI Jing-song, LI Ping, TAN Duo-wang, et al. Numerical study of the interface instability experiment[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(6):741-748.
- [8] Leinov E, Formoza A, Sadot O, et al. Experimental investigation of hydrodynamic instability induced by multiple acceleration of a contact surface between two fluids[C]//Proceedings of the 10th International Workshop on Compressible Turbulent Mixing. Paris, France, 2006.
- [9] Malamud G, Elabz Y, Leinov E, et al. Two- and three-dimensional numerical simulations of the interaction of a Richtmyer-Meshkov instability induced turbulent mixing zone with several re-shocks[C]//Proceedings of the 10th International Workshop on Compressible Turbulent Mixing. Paris, France, 2006.
- [10] 柏劲松, 李平, 陈森华, 等. 内爆加载下果冻内外界面不稳定性数值计算[J]. 高压物理学报, 2004, 18(4):295-301.
BAI Jing-song, LI Ping, CHEN Sen-hua, et al. Numerical simulation of the instability of the jelly surfaces under the imploding drives[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2004, 18(4):295-301.
- [11] 严长林, 孙德军, 尹协远, 等. Richtmyer-Meshkov 不稳定性的数值模拟[J]. 计算物理, 2001, 18(1):27-32.
YAN Chang-lin, SUN De-jun, YIN Xie-yuan, et al. Numerical simulation of Richtmyer-Meshkov instability[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2001, 18(1):27-32.

Numerical simulation of flow mixing impacted by reshock

WANG Tao^{1*}, BAI Jing-song^{1,2}, LI Ping^{1,2}, ZHONG Min¹
 (1. Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China;
 2. National Key Laboratory for Shock Wave and Detonation Physics, Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China)

Abstract: On the basis of the multi-fluid volume-of-fraction method and piecewise parabolic method, a multi-viscosity-fluid piecewise parabolic method(MVPPM) was proposed and the corresponding computer code was developed to investigate the multi-viscous-fluid dynamic problems. To verify and validate the developed code, a shock tube experiment of hydrodynamic instability and flow mixing induced by reshock was simulated numerically. The numerical results are in agreement with the experimental results. The evolution of the fluid mixing zone under reshock reveals that the mixing growth rate has a close dependence on the spectra and amplitudes of the initial perturbation, and at the moment the reshock arrives at and interacts with the interface, the fluid mixing zone width decreases sharply, then increases quickly again. Comparison between viscous and inviscid results displays that the molecular dynamics viscosity affects weakly on the fluid mixing zone.

Key words: fluid mechanics; interface instability; MVPPM; flow mixing; molecular dynamics viscosity

* Corresponding author: WANG Tao
 Telephone: 86-816-2485148

E-mail address: wtaoxp@21cn.com