

文章编号: 1001-1455(2009)03-0261-07

# 冲击荷载作用下混凝土材料的细观本构模型\*

刘海峰<sup>1,2</sup>, 宁建国<sup>1</sup>

(1. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081;

2. 宁夏大学土木与水利工程学院, 宁夏 银川 750021)

**摘要:** 将混凝土材料看成是水泥砂浆基体和粗骨料颗粒组成的 2 相复合材料, 假设水泥砂浆基体和粗骨料颗粒均为弹性、均匀、各向同性的, 粗骨料颗粒为球形。基于 Mori-Tanaka 理论和 Eshelby 等效夹杂理论推导出混凝土材料弹性模量的计算公式。在 Horii 和 Nemat-Nasser 提出的脆性材料在双轴向压应力作用下破坏的滑移裂纹模型基础上, 运用细观力学方法推导了微裂纹对材料弹性模量的弱化作用以及微裂纹的损伤演化方程。建立了混凝土材料在冲击荷载作用下的一维动态本构模型, 模拟曲线与实验曲线符合良好, 因而可以用该模型模拟混凝土材料在冲击荷载下的动态特性。

**关键词:** 固体力学; 动态本构模型; 细观力学; 混凝土; 冲击荷载

**中图分类号:** O347.5

**国标学科代码:** 130·35

**文献标志码:** A

## 1 引言

混凝土是工业与民用建筑中常用的结构工程材料。混凝土结构在工作过程中除了承受正常的设计载荷外, 往往还要承受爆炸、冲击和撞击等动载荷。为了更好地设计和分析这些混凝土结构, 有必要研究混凝土材料在冲击荷载作用下的本构特性。

混凝土材料动态本构模型是研究混凝土在爆炸或冲击荷载作用下的损伤破坏机理、应力波的传播规律和衰减规律、结构破坏效应等的理论基础。目前, 对混凝土材料在动态载荷下本构特性的研究已有一定的基础, 主要包括 3 个方面: (1) 基于实验结果回归分析建立强度、弹性模量等力学参量与加载速率之间的关系<sup>[1-2]</sup>, 例如 T. J. Holmqvist<sup>[3]</sup>等提出的 HJC 模型成为计算软件 LS-DYNA 中混凝土材料的本构模型; (2) 在已有本构模型的基础上, 经过修改, 得到新的本构模型<sup>[4-5]</sup>; (3) 基于材料变形机理的本构模型的建立, 大体上分为 2 类: 建立在粘弹塑性力学基础上的本构模型<sup>[6-7]</sup>和建立在损伤力学基础上的本构模型<sup>[8-9]</sup>, S. J. Eib<sup>[10]</sup>等将应变率效应的影响直接引入微裂纹损伤演化发展过程, 从而把率无关损伤模型推广到率相关损伤模型。为了更好地描述冲击荷载作用下混凝土材料的动态响应特性, 宁建国等<sup>[11]</sup>在塑性和损伤耦合的基础上提出新的粘塑性本构模型; 商霖等<sup>[4-5]</sup>在理想的各向同性粘弹性本构方程和损伤耦合的基础上建立了混凝土和钢筋混凝土材料的动态本构关系。但由于缺乏对混凝土材料变形机理的全面认识, 至今仍没有一种大家普遍接受的本构模型。目前从细观力学着手对混凝土材料在冲击荷载作用下力学性能及本构特性的研究还较少。

本文将混凝土材料看成水泥砂浆基体和粗骨料颗粒组成的 2 相复合材料, 假定水泥砂浆基体和粗骨料增强颗粒界面结合完好, 水泥砂浆基体是弹性、各向同性的, 粗骨料颗粒为球形, 且随机分布。基于 Mori-Tanaka 理论和 Eshelby 等效夹杂理论推出混凝土材料弹性模量的计算公式。在 Horii 和 Nemat-Nasser 提出的脆性材料在双轴向压应力作用下破坏的滑移裂纹模型基础上, 结合混凝土材料在冲击荷载作用下的破坏机理, 运用细观力学方法推导微裂纹对材料弹性模量的弱化作用以及微裂纹的损伤演化方程, 建立混凝土材料在冲击荷载作用下的一维动态本构模型。

## 2 混凝土材料弹性模量的确定

将混凝土材料看成水泥砂浆基体(0 相、刚度张量  $L_0$ 、体积比  $c_0$ )和粗骨料颗粒(1 相、刚度张量  $L_1$ 、体积比  $c_1$ )组成的 2 相复合材料。假设水泥砂浆基体各向同性, 体积模量  $K_0$ 、剪切模量  $G_0$ 、泊松比  $\nu_0$ ; 粗骨料颗粒各向同性, 体积模量  $K_1$ 、剪切模量  $G_1$ , 骨料颗粒为球形颗粒, 且随机分布。基于 Mori-Tanaka 理论<sup>[12]</sup>和 Eshelby 等效夹杂理论<sup>[13]</sup>, 可得混凝土材

\* 收稿日期: 2007-12-19; 修回日期: 2008-03-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(10625208, 10572024)

作者简介: 刘海峰(1975—), 男, 博士。

料的体积模量  $K$  和剪切模量  $G$  为

$$\frac{K}{K_0} = 1 + \frac{c_1}{\frac{3c_0 K_0}{3K_0 + 4G_0} + \frac{K_0}{K_1 - K_0}}, \quad \frac{G}{G_0} = 1 + \frac{c_1}{\frac{6}{5} \frac{c_0 (K_0 + 2G_0)}{3K_0 + 4G_0} + \frac{G_0}{G_1 - G_0}} \quad (1)$$

则混凝土材料的有效弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$  可以表示如下

$$E = 9KG/(3K + G), \quad \nu = (3K - 2G)/(6K + 2G) \quad (2)$$

### 3 滑移型裂纹模型

滑移型裂纹模型由 W. F. Brace 等<sup>[14]</sup> 提出,在此基础上,许多学者<sup>[15-19]</sup> 作了大量的研究工作,通过定性实验和细观力学分析提出了脆性材料在双向向压应力作用下破坏的滑移裂纹模型。单个微裂纹的扩展如图 1 所示。随着外荷载的增加,当作用在原始微裂纹表面上的局部剪应力可以克服摩擦极限时,微裂纹将沿裂纹面滑移。如果裂纹尖端  $P$ 、 $P'$  处的应力集中因子满足裂纹扩展准则,则在尖端处萌生拉伸裂纹  $Q$ 、 $Q'$ 。拉伸裂纹的初始成核方向与最大压缩应力 ( $\sigma_1$  方向) 的夹角为  $\varphi$ ,随着微裂纹迅速扩展,拉伸裂纹最终将与最大主压缩应力近似平行。大量的拉伸裂纹形成并扩展,使相邻微裂纹间相互汇合贯通,最终导致宏观裂纹形成,引起材料的轴向劈裂破坏,不考虑初始拉伸裂纹的成核角度  $\varphi$ ,则裂纹扩展方向与主压缩应力  $\sigma_1$  方向平行,如图 2 所示。图中  $2c$ 、 $\theta$  为单个滑移裂纹的长度和方位角,  $l$  为拉伸裂纹的长度。

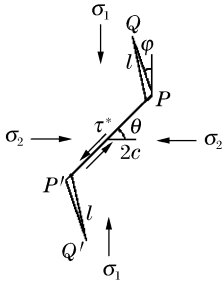


图 1 单个裂纹的滑移裂纹模型  
Fig. 1 The sliding crack model for a micro-crack

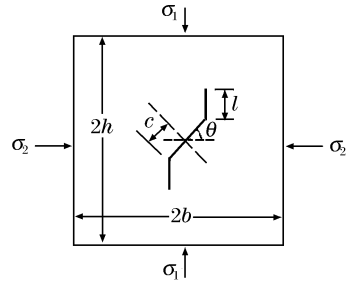


图 2 双轴压缩下滑移裂纹模型的单元模型<sup>[20]</sup>  
Fig. 2 A unit cell model for sliding crack under applied biaxial compression

在双轴压缩荷载作用下,任取一单元模型如图 2 所示,则应力强度因子可以通过下式计算<sup>[19]</sup>

$$K_{\perp} = 2c\tau^* \cos\theta / \sqrt{\pi(l+l_*)} - \sigma_2 \sqrt{\pi l}, \quad K_{\parallel} = -2c\tau^* \sin\theta / \sqrt{\pi(l+l_*)} \quad (3)$$

式中:  $l_* = 0.27c$ ;  $\tau^*$  为微裂纹面上使裂纹发生滑移的剪切力,  $\tau^* = [(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta] / 2 - \tau_f$ , 其中

$$\tau_f = \gamma [(\sigma_1 + \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta] / 2 \quad (4)$$

式中:  $\gamma$  为摩擦因数。

### 4 本构关系

根据能量平衡原理,在微裂纹滑动和扩展过程中加载系统所作的功等于系统弹性应变能和摩擦消耗的能量,即

$$W_1 = 2U_e + W_f \quad (5)$$

式中:  $U_e$  表示由于裂纹扩展而释放的弹性应变能;  $W_f$  为由于裂纹面之间的摩擦滑动而消耗的能量,  $W_1$  是荷载对弹性体所作的功。

在如图 2 所示应力作用下,设微裂纹在坐标轴方向引起的微小应变分别为  $\Delta\varepsilon_1$ 、 $\Delta\varepsilon_2$ ,则荷载  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  所作的功

$$W_1 = 4bh(\sigma_1 \Delta\varepsilon_1 + \sigma_2 \Delta\varepsilon_2) \quad (6)$$

式中:  $4bh$  代表单元面积。

考虑到弹性范围内  $\Delta\varepsilon_1$ 、 $\Delta\varepsilon_2$  与外加应力的线性关系可以写成

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:  $S_{ij}$  为单个微裂纹引起的柔度张量分量,根据对称性,  $S_{12} = S_{21}$ 。将(7)式代入(6)式,可得

$$W_1 = 4bh(S_{11}\sigma_1^2 + S_{22}\sigma_2^2 + 2S_{12}\sigma_1\sigma_2) \quad (8)$$

根据断裂力学,微裂纹扩展单位长度时系统的弹性应变能释放率

$$P = \left. \frac{\partial U_c}{\partial l} \right|_p \quad (9)$$

弹性应变能释放率与应力强度之间的关系为

$$P = (K_{\perp}^2 + K_{\parallel}^2)/E \tag{10}$$

对(10)式积分可得由于裂纹扩展而释放的弹性应变能

$$U_e = 2U_c = 2 \int_0^l [(K_{\perp}^2 + K_{\parallel}^2)/E] dl \tag{11}$$

将(3)式代入(11)式可得

$$U_c(l) = \frac{8c^2}{\pi E} \left\{ (\tau^*)^2 \ln\left(1 + \frac{l}{l^*}\right) + \frac{\sigma_2^2}{8} \left(\frac{\pi l}{c}\right)^2 - \pi \tau^* \sigma_2 \cos\theta \left(\frac{l^*}{c}\right) \left[ \sqrt{\frac{l}{l^*} \left(1 + \frac{l}{l^*}\right)} - \ln\left(\sqrt{\frac{l}{l^*}} + \sqrt{1 + \frac{l}{l^*}}\right) \right] \right\} \tag{12}$$

在剪切应力的作用下,假设微裂纹沿裂纹面滑移距离为  $\delta$ ,则由于摩擦滑移而消耗的能量

$$W_f = 2c\tau_f\delta \tag{13}$$

假设不考虑微裂纹的间距,则微裂纹沿裂纹面方向滑移的距离  $\delta$  可以表示为<sup>[16]</sup>

$$\delta = \frac{4c}{\sqrt{2}E} \left[ 2\tau^* \sqrt{\frac{l+l^{**}}{l+l^*}} - \frac{(\sqrt{2}-1)\sigma_2}{\sqrt{2}\cos\theta} \frac{\pi l^{**}}{c} \sqrt{\frac{l}{l^{**}} \left(1 + \frac{l}{l^{**}}\right)} \right] \tag{14}$$

式中:  $l^{**} = 0.083c$ 。将式(4)、(14)代入式(13)得

$$W_f = \frac{4\sqrt{2}c^2\gamma}{E} \left[ 2\tau^* (\sigma_1 \cos^2\theta + \sigma_2 \sin^2\theta) \sqrt{\frac{l+l^{**}}{l+l^*}} - \frac{(\sqrt{2}-1)(\sigma_1\sigma_2 \cos\theta + \sigma_2 \tan\theta \sin\theta)}{\sqrt{2}} \frac{\pi l^{**}}{c} \sqrt{\frac{l}{l^{**}} \left(1 + \frac{l}{l^{**}}\right)} \right] \tag{15}$$

联立式(5)、(11)、(15),通过对比系数可得到单个裂纹引起的柔度张量分量

$$S_{11} = \frac{A_1 B_1 + A_2 B_2}{E}, \quad S_{22} = \frac{A_3 B_1 + C_1 + A_4 B_3 - A_5 B_2 - A_6 B_4}{E}, \quad S_{12} = \frac{A_7 B_1 + A_8 B_3 + A_9 B_2 + A_{10} B_4}{E} \tag{16}$$

式中:  $A_1 = \frac{4c^2}{\pi bh} (\sin\theta - \gamma \cos\theta)^2 \cos^2\theta, A_2 = \frac{2\sqrt{2}c^2\gamma}{bh} (\sin\theta - \gamma \cos\theta) \cos^3\theta, A_3 = \frac{4c^2}{\pi bh} (\cos\theta + \gamma \sin\theta)^2 \sin^2\theta, A_4 = \frac{2c^2}{bh} (\cos\theta + \gamma \sin\theta) \sin 2\theta \left(\frac{l^*}{c}\right), A_5 = \frac{2\sqrt{2}c^2\gamma}{bh} \gamma (\cos\theta + \gamma \sin\theta) \sin^3\theta, A_6 = \frac{c^2}{bh} (\sqrt{2}-1) \gamma \sin\theta \tan\theta \left(\frac{\pi l^{**}}{c}\right), A_7 = -\frac{c^2}{\pi bh} [(1-\gamma^2) \sin 2\theta - 2\gamma \cos 2\theta] \sin 2\theta, A_8 = -\frac{2c^2}{bh} (\sin\theta - \gamma \cos\theta) \cos^2\theta \left(\frac{l^*}{c}\right), A_9 = -\frac{c^2\gamma}{\sqrt{2}bh} \gamma (\cos 2\theta + \gamma \sin 2\theta) \sin 2\theta, A_{10} = -\frac{c^2}{2bh} (\sqrt{2}-1) \gamma \cos\theta \left(\frac{\pi l^{**}}{c}\right); B_i$  为与拉伸翼型裂纹  $l$  有关的参量,  $B_1 = \ln\left(1 + \frac{l}{l^*}\right), B_2 = \sqrt{\frac{l+l^{**}}{l+l^*}}, B_3 = \sqrt{\frac{l}{l^*} \left(1 + \frac{l}{l^*}\right)} - \ln\left(\sqrt{\frac{l}{l^*}} + \sqrt{1 + \frac{l}{l^*}}\right), B_4 = \sqrt{\frac{l}{l^{**}} \left(1 + \frac{l}{l^{**}}\right)}; C_1 = \frac{c^2}{2\pi bh} \left(\frac{\pi l}{c}\right)^2$ , 是仅与初始裂纹尺寸  $2c$  和裂纹取向  $\theta$  相关的参量。

基于对各种多轴应力状态下混凝土材料典型破坏形态的分析,从其加载破坏机理和本质出发,考虑了引起破坏的主要应力成分、破坏的过程和特点,变形发展规律,以及裂缝的物理特征等因素,过镇海等<sup>[21]</sup>认为在主压缩应力作用下,在大致平行于主压缩应力方向上形成平行裂纹,引起轴向劈裂裂缝和破坏。

混凝土内部存在大量的微裂纹,为了简化计算,假设微裂纹尺寸大小相等,均匀分布,且互相平行,设单位面积内的微裂纹数即裂纹密度为  $N$ ,忽略微裂纹间的相互作用,则由于微裂纹扩展引起的非线性应变

$$\boldsymbol{\varepsilon}^d = N \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varepsilon_2 \end{bmatrix} \tag{17}$$

在小应变的前提下,总的应变分解为弹性应变  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  (裂纹未扩展前)和由于微裂纹扩展引起的应变  $\boldsymbol{\varepsilon}^d$ ,即

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^d \tag{18}$$

根据胡克定律,应力  $\boldsymbol{\sigma}$ 、弹性应变  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  满足

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{D} : \boldsymbol{\sigma} \tag{19}$$

式中:  $\mathbf{D}$  为柔度张量,对于平面应力问题,  $\mathbf{D} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix}$ 。利用(17)~(19)式,则总应变为

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^e + \varepsilon_1^d \\ \varepsilon_2^e + \varepsilon_2^d \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} + N \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} \tag{20}$$

上述公式均是针对平面应力问题,对平面应变问题,只需将上述公式中的  $E$  换成  $E/(1-\nu^2)$ ,  $\nu$  换成  $\nu/(1-\nu)$  即可。

在一维应力( $\sigma_2 = 0$ )下,由式(20)可以得到单轴压缩加载下的应力应变关系

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \sigma_1/E + NS_{11}\sigma_1 \\ \varepsilon_2 = -\nu\sigma_1/E + NS_{12}\sigma_1 \end{cases} \tag{21}$$

考虑主轴 1 方向的压缩特性,则可令  $\epsilon_1 = \epsilon, \sigma_1 = \sigma$ ,由(21)式第 1 式得

$$\sigma = \frac{E}{\left[1 + NA_1 \ln\left(1 + \frac{l}{l_*}\right) + NA_2 \sqrt{\frac{l+l_{**}}{l+l_*}}\right]} \epsilon \quad (22)$$

将(22)式写成简化形式,  $\sigma = \bar{E} \epsilon$ , 式中  $\bar{E}$  为有效弹性模量, 则

$$\frac{\bar{E}}{E} = \left[1 + NA_1 \ln\left(1 + \frac{l}{l_*}\right) + NA_2 \sqrt{\frac{l+l_{**}}{l+l_*}}\right]^{-1} \quad (23)$$

引入参数  $D$  描述裂纹数密度的增加和微裂纹的扩展对弹性模量的弱化作用, 可以表示如下

$$\bar{E} = (1 - D)E \quad (24)$$

式中

$$D(N, l) = \left[NA_1 \ln\left(1 + \frac{l}{l_*}\right) + NA_2 \sqrt{\frac{l+l_{**}}{l+l_*}}\right] / \left[1 + NA_1 \ln\left(1 + \frac{l}{l_*}\right) + NA_2 \sqrt{\frac{l+l_{**}}{l+l_*}}\right] \quad (25)$$

## 5 微裂纹损伤变量的描述

### 5.1 微裂纹扩展判据

混凝土材料具有明显的率相关性, 在冲击荷载作用下, 微裂纹扩展判据可以用下式表示

$$K_I \geq K_{Id}^C \quad (26)$$

通过大量实验研究可知, 混凝土材料的破坏主要是由微裂纹的扩展引起的。冲击荷载作用下的断裂韧性  $K_{Id}^C$  与静态断裂韧性  $K_{Ic}$  满足如下关系<sup>[22]</sup>

$$K_{Id}^C = k(v) K_{Ic} \quad (27)$$

式中:  $k(v) = (1 - v/c_R)(1 - v/2c_R)^{-1}$ ,  $c_R$  为瑞利波速。  $v = dl/dt$  为微裂纹扩展的速度。

### 5.2 微裂纹的成核

D. E. Grady 等<sup>[23]</sup> 在研究页岩的爆破问题时提出了一个微裂纹损伤演化模型。在该模型中, 假定微裂纹数密度  $N$  与应变  $\epsilon$  之间的关系满足双参量 ( $k_2$  和  $m$ ) Weibull 分布, 即

$$N = k_2 \epsilon^m \quad (28)$$

式中:  $N$  为在给定应变  $\epsilon$  下单位体积内所激活的裂纹数;  $k_2$  和  $m$  是描述材料破坏特性的参数。

## 6 冲击荷载作用下一维动态本构模型

由于混凝土内部存在大量随机分布的微裂纹, 其大小、尺寸各不相同, 在动态、冲击荷载作用下, 这些微裂纹被激活, 形成应力释放区, 并产生累积损伤, 当损伤累计达到某一域值时, 导致材料强度和刚度的劣化, 并最终开裂破坏。

冲击荷载作用下一维动态本构模型描述如下

$$\sigma = E(1 - D)\epsilon \quad (29)$$

率形式为  $\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - E(\dot{D}\epsilon + D\dot{\epsilon})$ 。

损伤  $D$  由式(25)定义, 则损伤变量的演化方程为

$$\dot{D} = \frac{k_2 m \epsilon^{m-1} \dot{\epsilon} \left[ A_1 \ln\left(1 + \frac{l}{l_*}\right) + A_2 \sqrt{\frac{l+l_{**}}{l+l_*}} \right] + k_2 \epsilon^m \dot{v} \left[ \frac{A_1}{l+l_*} + \frac{A_2}{2} \left(\frac{l+l_{**}}{l+l_*}\right)^{-1/2} \frac{(l_* - l_{**})}{(l+l_*)^2} \right]}{\left[ 1 + k_2 \epsilon^m A_1 \ln\left(1 + \frac{l}{l_*}\right) + k_2 A_2 \epsilon^m \sqrt{\frac{l+l_{**}}{l+l_*}} \right]^2} \quad (30)$$

## 7 模型参数的确定

### 7.1 实验研究

混凝土材料的动态压缩实验在太原理工大学材料强度与结构冲击重点实验室的直锥变截面式  $\varnothing 74$  mm SHPB 实验装置上进行, 实验装置示意图如图 3 所示。假设混凝土材料是均匀的, 根据一维条件, 混凝土试件设计为圆柱形, 直径为 74 mm, 长度为 70 mm, 其中水泥采用 425# 普通硅酸盐水泥, 砂子选用标准的精细白色石英砂, 直径约 1 mm; 碎石由石灰岩粉碎后, 用 4.75 mm 和 9.5 mm 方孔筛过滤得到, 其连续粒径级配约 5.0~10.0 mm; 水为一般的饮用自来水; 为了改善混凝土的工作性和提高强度, 选用的添加剂为粉煤灰、硅灰和氨基磺酸系列的高效减水剂(HSG 和 AE)。物理参数为: 水泥砂浆的弹性模量 41 GPa, 泊松比 0.2; 碎石的弹性模量 52 GPa, 泊松比 0.16; 混凝土密度 2.35 g/cm<sup>3</sup>。

由弹性力学知, 材料的弹性模量、泊松比、体积模量、剪切模量满足下列关系

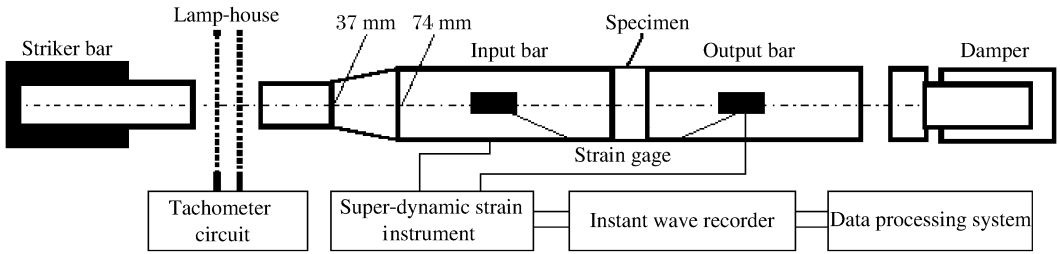


图3 直锥变截面式 $\varnothing 74$  mm SHPB 实验装置示意图

Fig. 3 Schematic diagram of SHPB

$$K_i = E_i / [3(1 - 2\nu_i)], \quad G_i = E_i / [2(1 + \nu_i)] \quad i = 0, 1 \quad (31)$$

式中： $i=0$  代表水泥砂浆基体； $i=1$  代表粗骨料颗粒。由式(31)求出水泥砂浆基体和粗骨料颗粒的剪切模量和体积模量后，利用式(1)、(2)就可以求出混凝土材料的弹性模量、剪切模量、体积模量、泊松比。

### 7.2 结果分析

实验共3组，每组的应变率不同。图4为各组实验平均后的动态应力应变曲线(图中虚线所示)，并与本文中提出的本构模型数值模拟结果(图中实线所示)进行了比较，模型参数为：断裂韧性  $K_{IC} = 0.9 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ ，成核参数  $k_2 = 3 \times 10^{20}$ 、 $m=6$ ，微裂纹尺寸  $2c=60 \mu\text{m}$ ，摩擦因数  $\gamma=0.7$ ，微裂纹取向  $\theta=45^\circ$ 。

断裂韧性  $K_{IC}$  的取值来自材料的断裂力学手册；成核参数  $k_2$  和  $m$  的值为通过将实验测试曲线与模型预测曲线相逼近得到的优化参数值；当  $\theta=\pi/4$  时，原始裂纹最易发生滑移而产生拉伸裂纹；由于没有相应的测试手段，参数  $c$ 、 $\gamma$  的取值参考其他脆性材料得到<sup>[24]</sup>。

从图4可以看出，不同应变率下混凝土材料的初始弹性阶段应力应变曲线基本重合，这说明在此范围内材料弹性模量是率无关的。随着应变率的提高，混凝土材料峰值应力相应提高，因此混凝土材料是率相关材料。对于在冲击荷载作用下，材料的峰值应力随着应变率的提高而增加，H. Shraadhakar 等<sup>[25]</sup>认为混凝土材料内部存在大量微裂纹，原有微裂纹和萌生的微裂纹首先稳态生长，在其生长过程中，与其不同方向的裂纹发生相互作用，裂纹生长发生偏折，因此增加了其贯通试件的路程。在低应变率下，给裂纹的扩展、合并提供了足够的生长时间，发生扩展的裂纹数较少，裂纹之间的相互作用较少，因此应力水平较低，峰值应力较小；在高应变率下，没有足够时间供稳态裂纹的扩展、合并，导致众多的微裂纹几乎同时扩展并且相互作用，因而表现出材料能够承受较高的应力，因此峰值应力相应较大。

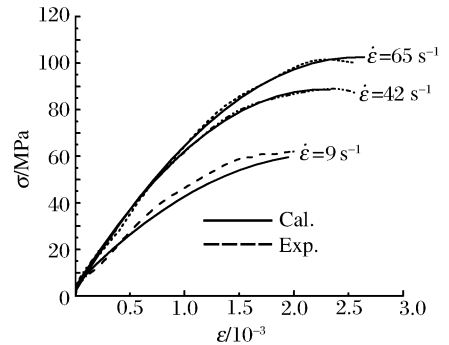


图4 混凝土材料动态应力应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curves of the concrete

实验结果同模型模拟结果的比较发现，模型预示结果无论在变形趋势上，还是数值精度上都与实验结果符合很好。

图5为混凝土试件在不同冲击速度下的典型破坏照片，从图中可以得到如下结论：

(1)在应变率为  $9 \text{ s}^{-1}$  时，混凝土试件没有发生明显破坏。这是因为微裂纹的成核和扩展必须满足一定的条件，只有

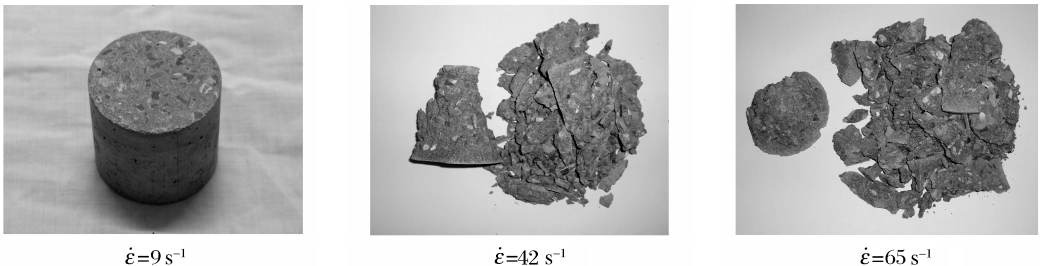


图5 混凝土试件破坏的典型照片

Fig. 5 Typical fragment photos of the concrete at different strain rates

当混凝土内部引起微裂纹损伤演化的拉伸应力大于微裂纹成核的阈值应力时，原有的微裂纹才开始扩展，新的微裂纹才会形成<sup>[11]</sup>。在应变率为  $9 \text{ s}^{-1}$  时，混凝土内部引起微裂纹损伤演化的拉伸应力小于微裂纹成核的阈值应力，而且冲击荷

载持续的时间非常短,没有提供足够的能量供微裂纹继续生长,形成宏观裂纹,最终导致试件的破坏。

(2)在较低的冲击速度下,应变率响应较低,混凝土破碎成较大的块,随着冲击速度的提高,应变率响应较大,碎片的块数增多,碎块变小,这主要是由于裂纹在高应变率下和低应变率下的不同扩展方式所致,在低应变率下,少数微裂纹稳态生长、失稳生长、合并,最后失效,导致试件碎成数块,碎块较大;在高应变率下,由于应力幅值增加很大,在较高的应力幅值下,众多的微裂纹几乎同时扩展、合并,最后失效,导致试件碎成许多小块。

## 8 结 论

混凝土材料在冲击荷载作用下的响应是一个非常复杂的过程,不仅涉及了材料内部微结构损伤缺陷的演化发展,而且还涉及了材料应变率敏感效应影响。进行混凝土材料特性研究的时候,不可能将所有的因素都考虑进去,必须根据混凝土材料在冲击荷载作用下的宏观现象作一些假设,以此简化计算。利用本文中建立的混凝土材料在冲击荷载作用下的一维动态本构模型,对混凝土材料在冲击荷载作用下的冲击特性进行数值模拟,模拟结果与实验结果进行的比较表明:模型预示结果无论在变形趋势上,还是数值精度上都与实验结果符合得很好。

## 参考文献:

- [1] Bischoff P H, Perry S H. Compressive behavior of concrete at high strain rates[J]. *Material and Structures*, 1991, 24:425-450.
- [2] CEB. Concrete structures under impact and impulsive loading[R]. Synthesis Report, Bulletin d'Information No. 187. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, 1988.
- [3] Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures[C]//14th International Symposium on Ballistics. Quebec, Canada, 1993,26-29:591-600.
- [4] 商霖,宁建国.强冲击载荷下混凝土动态本构关系[J]. *工程力学*,2005,22(2):116-119.  
SHANG Lin, NING Jian-guo. Dynamic constitutive relationship of concrete subjected to shock loading[J]. *Engineering Mechanics*, 2005,22(2):116-119.
- [5] 商霖,宁建国,孙远翔.强冲击载荷作用下钢筋混凝土本构关系的研究[J]. *固体力学学报*,2005,26(2):175-181.  
SHANG Lin, NING Jian-guo, SUN Yuan-xiang. The constitutive relationship of reinforced concrete subjected to shock loading[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2005,26(2):175-181.
- [6] Liu M C M, Krempf E. A uniaxial viscoplastic model based on total strain and overstress[J]. *Journal of Mechanics and Physical of Solids*, 1979,27(5-6):377-391.
- [7] Georgin J F, Reynouard J M. Modeling of structures subjected to impact: Concrete behavior under high strain rate [J]. *Cement & Concrete Composites*, 2001,13:1-13.
- [8] 李庆斌,张楚汉,王光纶.单压状态下混凝土的动力损伤本构模型[J]. *水利学报*,1994,3:85-89.  
LI Qing-bin, ZHANG Chu-han, WANG Guang-lun. Dynamic damage constitutive model for concrete under uniaxial compression[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1994,3:85-89.
- [9] CHEN Da-nian, Al-Hassani S T S, YIN Zhi-hua, et al. Modeling shock loading behavior of concrete[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001,38(48-49):8787-8803.
- [10] Eibl S J, Wunderlich W. Behavior of reinforced concrete during shock wave loading[C]//Mang H, et al. Computational Modeling of Concrete Structures, EURO-C 1994. Swansea, Wales, UK: Pineridge Press,1994:639-648.
- [11] 宁建国,商霖,孙远翔.混凝土材料冲击特性的研究[J]. *力学学报*,2006,38(2):199-208.  
NING Jian-guo, SHANG Lin, SUN Yuan-xiang. Investigation on impact behavior of concrete[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006,38(2):199-208.
- [12] Morit T, Tanaka K. Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions[J]. *Acta Metallurgica Materialia*, 1973,21:571-574.
- [13] Eshelby J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems[J]. *Proceeding of the Royal Society of London, Series A*, 1957,24:367-396.
- [14] Brace W F, Martin R J. A test of the law of effective stress for crystalline rock of low porosity[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1968,5:415-426.

- [15] Horii H, Nemat-Nasser S. Compression-induced micro crack growth in brittle solid: Axial splitting and shear failure[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1985,42(B4):1013-1024.
- [16] Nemat-Nasser S, Obata N A. Microcrack model of dilatancy in brittle materials[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1988,55(1):24-35.
- [17] Nemat-Nasser S, Deng H. Compression induced non-planar crack extension with application to splitting, exfoliation and rockburst[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1982,87(B8):6805-6821.
- [18] Horii H, Nemat-Nasser S. Brittle failure in compression: Splitting, faulting and ductile-brittle transition[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, 1986,319:337-374.
- [19] Ashby M F, Hallam S D. The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states[J]. *Acta Metallurgica*, 1986,34(3):497-510.
- [20] Ravichandran G, Subhash G. A micromechanical model for high strain rate behavior of ceramics[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1995,32(17-18):2627-2646.
- [21] 过镇海. 混凝土的强度和变形——试验基础和本构关系[M]. 北京:清华大学出版社,1997.
- [22] Freund L B. *Dynamic fracture mechanics*[M]. UK: Cambridge University Press, 1990.
- [23] Grady D E, Kipp M E. Continuum modeling of explosive fracture in oil shale[J]. *International Journal of Solids and Structure*, 1976(12):81-97.
- [24] 任会兰, 宁建国. 陶瓷材料动态压缩损伤本构模型[J]. *固体力学学报*, 2006,27(3):303-305.  
REN Hui-lan, NING Jian-guo. A dynamic compressive damage model for ceramics[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2006,27(3):303-305.
- [25] Shraddhakar H, Shen Z J. Strain-rate sensitive behaviour of cement paste and mortar compression[J]. *ACI Materials Journal*, 1990,87(5):508-516.

## A meso-mechanical constitutive model of concrete subjected to impact loading

LIU Hai-feng<sup>1,2</sup>, NING Jian-guo<sup>1</sup>

(1. *State Key Laboratory of Explosive Science and Technology,  
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*  
2. *School of Civil and Hydraulic Engineering, Ningxia University,  
Yinchuan 750021, Ningxia, China*)

**Abstract:** Concrete is regarded as a two-phase composite containing coarse aggregate particles and mortar matrix. The mortar matrix and coarse aggregate particles are assumed to be elastic, homogeneous and isotropic. Coarse aggregate particles are spherical. Based on the Mori-Tanaka concept of average stress and Eshelby equivalent inclusion theory, the elastic modulus of concrete is formulated. Using Horii and Nemat-Nasser sliding crack model of brittle materials subjected to biaxial compressive stress, the influences of micro-crack on elastic modulus and damage evolution are found out by the meso-mechanical method. A one-dimensional dynamic constitutive model of concrete subjected to impacting loading is established. It agrees well with the experimental results. So it can be used to simulate the dynamic mechanical behaviors of concrete under impact loading.

**Key words:** solid mechanics; dynamic constitutive model; meso-mechanics; concrete; impact loading

\* Corresponding author; LIU Hai-feng  
Telephone: 86-10-68914048

E-mail address: liuhaifeng1557@163.com