

文章编号: 1001-1455(2009)05-0503-06

一种改进的可阻止 SPH 数值断裂的方法^{*}

赵 燕, 徐 绯, 李玉龙, 陈刘定

(西北工业大学航空学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 首先通过人为设定数值断裂, 从数值上分析数值断裂对计算精度的影响。然后引进一种可适用于大变形的并保证系统质量守恒、动量守恒和能量基本守恒的简单加点技术, 用以阻止数值断裂。并用改进的 smoothed particle hydrodynamics (SPH) 方法对钢弹撞击飞机蒙皮进行数值模拟以验证其阻止数值断裂的有效性。在 130~250 m/s 的碰撞速度下, 用改进的 SPH 方法得到的变形区直径、剩余速度以及弹坑深度与试验结果吻合较好。

关键词: 固体力学; 改进的 SPH 方法; 增加颗粒; 数值断裂

中图分类号: O347 **国标学科代码:** 130·15 **文献标志码:** A

1 引 言

1977 年 R. A. Gingold 等^[1]和 L. B. Lucy^[2]提出了 smoothed particle hydrodynamics (SPH) 方法, 用来求解天体物理学问题。由于该方法概念简单, 方便在不同维数空间内应用, 一经出现便具有极大的吸引力。已被广泛应用到超高速碰撞^[3]等具有大变形的碰撞领域。但该方法只有 3 个守恒方程, 不便于捕捉精确的物理信息, 容易出现不稳定、精确度低等问题。尤其是不稳定问题, 通常可导致数值断裂, 即由于不稳定, 颗粒之间过早地失去连接, 发生所谓的“断裂”现象。数值断裂严重时, 可导致程序中止。提高稳定性的方法一定程度上都能够阻止数值断裂。P. W. Randles 等^[4]使用守恒光滑的方法提高稳定性。光滑守恒的本质即滤波, 一定程度上它可过滤掉一些高频波, 消除不稳定引起的震荡, 但也模糊掉了物理细节信息使计算精度降低。C. T. Dyka 等^[5]通过增加应力点来提高稳定性, 但在高维大变形的计算中, 应力点位置的确定非常困难。徐绯等^[6]指出采用常数一致性的核函数也可提高计算精度和稳定性。K. Shintatea 等^[7]基于平面通过三角化网格阻止值断裂, 但是当遇到非凸结构时, 颗粒经常被加到不正确的地方。XU Fei 等^[8]提出了用基于 Delaunay 剖分的三角化方法进行加颗粒, 使加点位置更均匀, 但该方法同样面临文献^[7]中的问题。

为了对任意结构都能够进行加颗粒, 本文中基于二维问题提出一种不用三角化的简单加点策略来阻止数值断裂, 并用该方法对钢弹撞击飞机蒙皮进行数值模拟, 验证本文方法的有效性。

2 基本的理论介绍

2.1 基本的 SPH 方程

SPH 方法中使用的质量、动量、能量守恒方程分别为

$$\frac{d\rho_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j (v_i^\beta - v_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} \quad (1)$$

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} - \pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} \quad (2)$$

* 收稿日期: 2008-04-25; 修回日期: 2008-07-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(10577016); 国防基础预研项目(A2720060277)

作者简介: 赵 燕(1979—), 女, 博士研究生。

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_{ij}^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_{ji}^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} - \pi_{ij} \right) (v_i^\alpha - v_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} \quad (3)$$

式中: ρ_i 、 m_j 、 v_i^α 、 $\sigma_{ij}^{\alpha\beta}$ 、 e_i 分别为密度、质量、速度、应力和比内能。 W_{ij} 为核函数,通常取为三次 B 样条函数, π_{ij} 为人工粘性力,具体计算见文献[9]。

2.2 本构方程

总应力 $\sigma^{\alpha\beta}$ 、压力 p 和偏应力 $S^{\alpha\beta}$ 有如下关系

$$\sigma^{\alpha\beta} = -p\delta^{\alpha\beta} + S^{\alpha\beta} \quad (4)$$

式中: 压力 p 由 Mie-Grüneisen 状态方程获得, 偏应力率采用 Jaumann 应力率确定。用 Von Mises 屈服准则判断粒子是否屈服。如果等效应力 σ_e 大于屈服强度 σ_y , 偏应力分量修正为

$$S_u^{\alpha\beta} = S^{\alpha\beta} \sigma_y / \sigma_e \quad (5)$$

采用 Johnson-Cook 屈服模型计算屈服应力, 上述各式中的详细信息可参考文献[9]。

2.3 破坏准则及程序处理

在模拟钢弹撞击飞机蒙皮时, 主要考虑铝合金蒙皮的破坏。程序中采用铝合金的等效应变判断是否发生破坏。破坏后的处理为: 颗粒可承受压缩应力, 但不能承受拉伸应力。由于在此物理过程中钢弹接近刚性, 故对弹体没有使用断裂准则。

3 数值断裂对计算精度的影响

在高速碰撞模拟中, 粗略的接触处理、数值断裂等很多因素都可造成计算精度下降。为了清晰度量数值断裂对计算精度的影响, 对一维弹性应力波传播问题进行研究。给 100 mm 长的铝杆一端输入 78 MPa 的应力, 并始终保持该值。当应力波传到距离杆子该端 33 mm 处时, 在该处通过移动颗粒位置设置数值断裂。正常情况下, 2 倍光滑长度 h 范围内设置 2 个颗粒。现分别设置 2 种不同程度的数值断裂: 一为缺少 1 个颗粒, 二为缺少 2 个颗粒。图 1 给出了同一时刻上述 3 种情况下的应力比较。可看出缺少 2 个颗粒的数值断裂比缺少 1 个颗粒的数值断裂引起的误差大, 缺少 2 个颗粒的数值断裂造成的误差达到 25%。由此, 要提高计算精度, 必须阻止数值断裂。

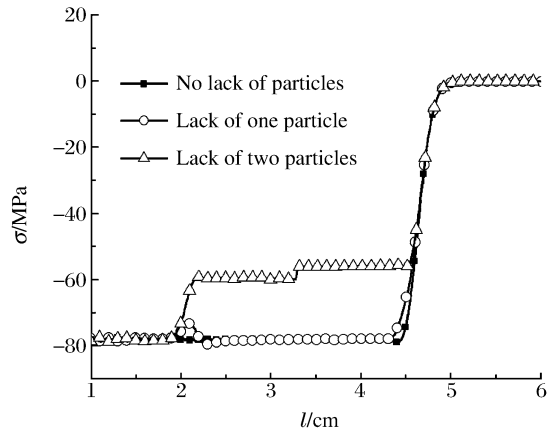


图 1 数值断裂对应力波的影响

Fig. 1 Effects of numerical fractures on stress

4 简单的加颗粒策略

4.1 确定颗粒之间的连接关系

在计算开始, 通常采用 3 种方式获得颗粒模型: (1) 平均划分得到规则分布颗粒模型, 如图 2(a) 所示; (2) 通过有限元软件划分网格, 置颗粒于网格顶点得到不规则分布颗粒模型, 如图 2(b) 所示; (3) 通过有限元软件划分网格, 置颗粒于网格中心得到如图 2(c) 所示的不规则分布颗粒模型。

当颗粒位置规则时(见图 2(a)), 总可按从左到右和从上到下的顺序对颗粒进行排序。当颗粒不规则时, 对于图 2(b) 中的颗粒 P, 可认为与它相连的网格顶点处的颗粒为其相邻颗粒, 如图 2(b) 中用粗线连接的颗粒; 对于图 2(c) 中的颗粒 P, 可认为与颗粒 P 所在三角形相邻的所有三角形内的颗粒为其相邻颗粒, 如图被粗线连接的颗粒。

这样对于可能发生大变形区域内的所有颗粒, 总可通过上述方法给每个颗粒找到相邻颗粒, 并记录下这种连接关系。记被排序的颗粒集合为 A , 颗粒的连接关系集合记为 B 。

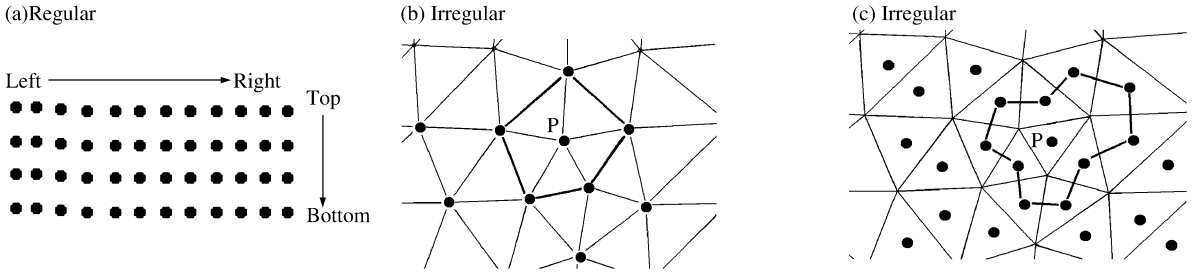


图 2 颗粒的 3 种初始分布

Fig. 2 Three types of initial distribution for particles

4.2 加颗粒的规则

几何准则: 设 B 中任意 2 个相邻颗粒的距离为 d , 给出临界值 L , 当 $d > L$ 时, 数值断裂可能发生。

物理准则: 当每个颗粒的等效应变 $\epsilon_e < M$ 时, 颗粒没有发生破坏, 此处 M 为临界值。

每隔一定的计算步骤, 对 B 中任意 2 个相邻的颗粒 P1 和 P2 按照上述几何准则和物理准则进行检测, 当 2 个准则同时满足时, 数值断裂发生, 在颗粒 P1 和 P2 间加颗粒 P3。

P3 携带的物理量通过下面的方式获得:

(1) 设 P1、P2 和 P3 的坐标分别为 x_1 、 x_2 和 x_3 , 则

$$x_3 = (x_1 + x_2) / 2 \tag{6}$$

(2) 设 P1、P2 和 P3 的初始质量分别为 m_1 、 m_2 和 $m_3 (=0)$, 速度分别为 v_1 、 v_2 和 v_3 , 若让 P3 分别分得 P1、P2 质量的 1/3, 则同时也分得了 P1、P2 动量的 1/3, 那么 P3 的质量、速度分别为

$$m_{3u} = \frac{m_1 + m_2}{3}, \quad v_3 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{7}$$

P1、P2 的质量分别更新为

$$m_{1u} = 2m_1 / 3, \quad m_{2u} = 2m_2 / 3 \tag{8}$$

P3 所携带的其他物理量(密度、应变等)均可根据速度的获得方式得到。

4.3 颗粒连接关系的更新

把颗粒 P3 加入到集合 A , 并更新集合 B 中 P1、P2 的连接关系, P3 代替 P2 作为 P1 的相邻颗粒, P3 代替 P1 作为 P2 的相邻颗粒, P3 的相邻颗粒为 P1 和 P2。然后程序计算继续。

从上述的加颗粒过程可以看出: 质量和动量均保持守恒, 动能有微小的变化, 变化量为

$$\Delta E = m_1 m_2 \frac{(v_1 - v_2)^2}{6m_1 + 6m_2} \tag{9}$$

从上述过程也可看出, 加颗粒的物理意义为对数值断裂区颗粒进行重新剖分。

5 算例与讨论

5.1 计算模型

所用模型与文献[10]中提供的实验模型相同, 弹丸直径为 12.7 mm, 长度为 51 mm, 靶板长和宽均为 300 mm, 厚 3 mm, 在二维情形下进行数值模拟。整个模型共有 4 234 个粒子, 其中钢弹有 2 634 个粒子, 铝靶板有 1 600 个粒子, 粒子间距为 0.75 mm, 时间步长 $\Delta t = 50$ ns, 材料的 Mie-Grüneisen 状态方程参数和 Johnson-Cook 模型参数均来自文献[11], 断裂参数 L 取 1.125 mm, M 取 0.12。

5.2 核函数中光滑长度以及人工粘性因数的选取

用 SPH 方法模拟弹体高速碰撞靶板时, 本文中规定弹体在碰撞方向的平均速度刚达到平衡时为碰撞过程的结束, 所有物理量的度量均在此时刻进行。用 SPH 方法模拟接触问题的简单性在于成功地忽略了接触算法, 但是没有接触算法的 SPH 方法在接触界面处容易引起颗粒的相互渗透。光滑长度越大, 渗透的现象越明显, 因此建议在具有接触的计算中, 最好使用较小的光滑长度。但当光滑长度较小

时,由于稳定性下降,有较明显的数值断裂现象。

基于上面的分析,本文数值模拟中取 $2h=1.6\text{ mm}$,对于可能发生的数值断裂,采取加点策略控制。对于人工粘性因数,至今仍没有什么规律可寻。此处人工粘性因数 α 取 0.6 , β 取 0.6 。

5.3 数值模拟的讨论

用初始的 SPH 方法和改进的 SPH 方法分别进行了 $130\sim 250\text{ m/s}$ 不同速度的碰撞模拟,模拟结果如图 3 所示。图 3(a)中有明显的数值断裂,图 3(b)中显示出数值断裂得到了较好的阻止。图 4 给出了不同碰撞速度时所加的颗粒数,速度较小时,所加颗粒数较多,说明数值断裂较严重;碰撞速度较大时,所加颗粒数较少,说明数值断裂不易发生。图 5 中给出了使用初始 SPH 方法和改进 SPH 方法得到的量纲一化的总动能、内能以及总能量的变化。由图中可看出改进的 SPH 方法没有造成系统能量有较大的变化,可较好地保证系统能量守恒。比较用初始 SPH 方法和改进的 SPH 方法得到的弹坑直径(如图 6 所示)和变形区深度(如图 7 所示),发现用改进的 SPH 方法得到的结果与实验值更接近,可见改进的 SPH 数值方法达到了阻止数值断裂和提高计算精度的目的。图 8 为子弹剩余速度的比较,由图可看出用初始的 SPH 方法和改进的 SPH 方法得到的剩余速度没有太大的差别。在速度较低时,误差较大。为了更加准确地模拟碰撞问题,考虑具有应变率效应影响的断裂准则以及使用增量形式(速度较低)的本构关系应是进一步研究的问题。

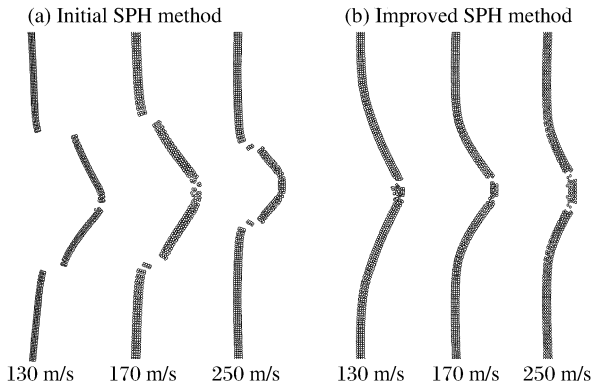


图 3 初始和改进的 SPH 方法的模拟结果

Fig. 3 Simulations by initial and improved SPH methods for different impact velocities

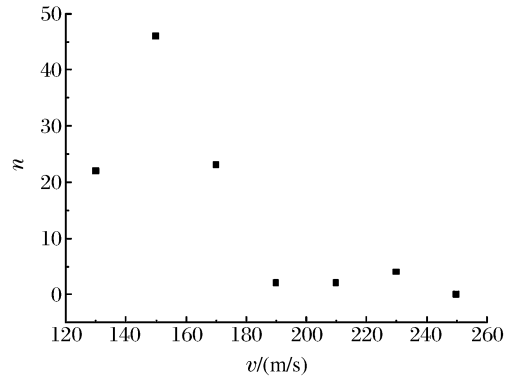


图 4 不同碰撞速度时所加颗粒数

Fig. 4 Numbers of inserted particles for different impact velocities

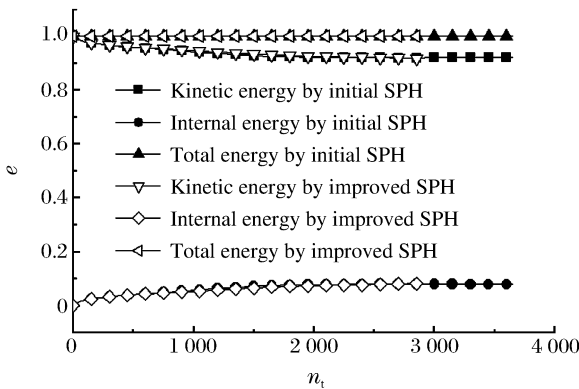


图 5 子弹撞击速度为 170 m/s 时系统能量随时间步的变化

Fig. 5 Normalized energy vs time step for the system subjected to the impact velocity of 170 m/s

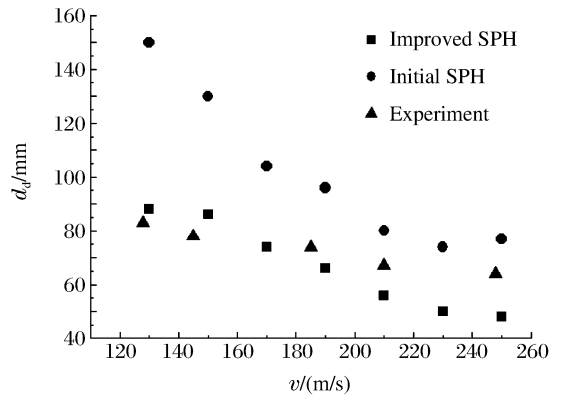


图 6 在不同的撞击速度下弹坑直径的模拟值与实验结果的比较

Fig. 6 Simulated deformation-region diameters compared with experiments for different impact velocities

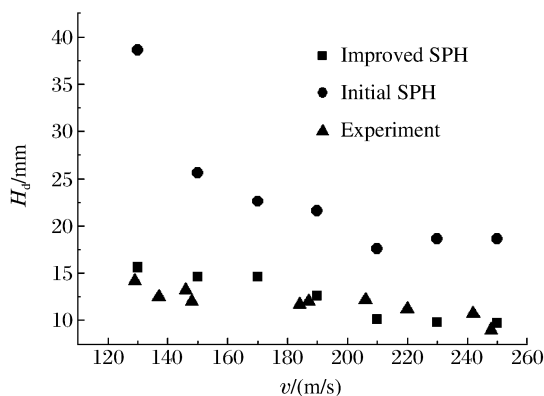


图 7 在不同的撞击速度下弹坑深度的模拟值与实验结果的比较

Fig. 7 Simulated deformation-region depths compared with experiments for different impact velocities

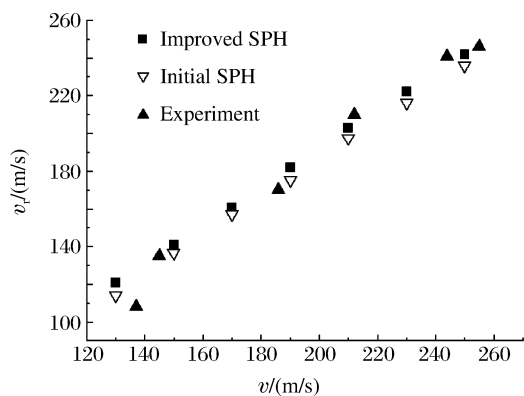


图 8 在不同的撞击速度下剩余速度的模拟值与实验结果的比较

Fig. 8 Simulated residual velocities compared with experiments for different impact velocities

5.4 本文加颗粒策略与文献[7]中的加颗粒方法的比较

与文献[7]的加颗粒策略相比,本文方法的优点在于:

(1)没有三角化可节省计算时间,并便于程序的执行以及二维到三维的扩展;

(2)本文加点策略可适用于任意几何形状的结构,文献[7]的方法遇到非凸结构时就不再适用。采用文献[7]的加颗粒点策略时,会增加多余的颗粒在结构的外面。这是因为对于非凸的几何模型,三角化之后的网格可能是凸的。而文献[7]是根据三角化之后的三角网格加点的,因此点加到了结构外面,本文方法则避免了该问题。

6 结 论

(1)通过人为设定数值断裂,考察了数值断裂对一维应力波传播时的影响,数值断裂可造成较大的数值误差。

(2)提出了一种简单的阻止数值断裂的方法。理论上加点策略可保持系统的质量守恒、动量守恒,能量有较小的变化,数值计算中显示该方法引起的能量变化可忽略不计。该方法简单、省时,可以运用于任意几何形状的结构。便于在实际的大变形工程中应用。

(3)碰撞速度高,不易发生数值断裂,碰撞速度低,较易发生数值断裂。

(4)在模拟钢弹撞击飞机蒙皮中,改进的 SPH 方法较好地阻止了数值断裂,明显减小了用初始的 SPH 方法得到的变形区直径以及剩余速度的误差。用改进的 SPH 方法得到的变形区直径、变形区深度和子弹剩余速度均与实验值吻合较好。

参考文献:

- [1] Gingold R A, Monaghan J. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars[J]. Monthly Notices Royal Astronomical Society, 1977,181:375-389.
- [2] Lucy L B. A numerical approach to the testing of fusion process[J]. Astronomical Journal, 1977,88:1013-1024.
- [3] Mehra V, Chaturvedi S. High velocity impact of metal sphere on thin metallic plates: A comparative smooth particle hydrodynamics study[J]. Journal of Computational Physics, 2006,212:318-337.
- [4] Randles P W, Libersky L D. Smoothed particle hydrodynamics: Some recent improvements and applications[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1996,139:375-408.
- [5] Dyka C T, Ingel R P. An approach for tension instability in smoothed particle hydrodynamics[J]. Computers and Structures, 1995,57(4):573-580.

- [6] 徐绯, 郑茂军, 菊池正纪. SPH 方法中常数一致性核公式的建立及公式化[J]. 计算力学学报, 2008, 25(1): 48-53.
XU Fei, ZHENG Mao-jun, KIKUCHI Masanori. Constant consistency kernel function and its formulation[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, 25(1): 48-53.
- [7] Shintate K, Sekine H. Numerical simulation of hypervelocity impacts of a projectile on laminated composite plate targets by means of improved SPH method[J]. Composites: A, 2004, 35(6): 683-692.
- [8] XU Fei, CHEN Jian-she, HUANG Qi-qing. The study of numerical stability in the SPH method[J]. Advanced Materials Research, 2008, 33-37: 839-844.
- [9] 韩旭, 杨刚, 强洪夫. 光滑粒子流体动力学——一种无网格粒子法[M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2005: 119-121.
- [10] 展全伟, 郭伟国, 李玉龙, 等. 飞机加强蒙皮在 2.7 mm 弹丸撞击下的变形与破坏[J]. 爆炸与冲击, 2006, 26(3): 229-233.
ZHAN Quan-wei, GUO Wei-guo, LI Yu-long, et al. Study on damage of a reinforced aircraft skin subjected to 12.7 mm projectile impact[J]. Explosion and Shock Waves, 2006, 26(3): 229-233.
- [11] Katayama M, Toda S, Kibe S. Numerical simulation of space debris impacts on the whipple shield[J]. Acta Astronautica, 1997, 40(12): 859-869.

An improved SPH method for preventing numerical fractures

ZHAO Yan, XU Fei, LI Yu-long*, CHEN Liu-ding

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University,
Xi'an 710072, Shaanxi, China)

Abstract: Effect of numerical fractures on the computational accuracy is analyzed by introducing artificial numerical fractures. A simple adding-particle technique, which can be easily applied in large deformations, is introduced to prevent numerical fractures. During the adding-particle process, the mass conservation and momentum conservation of the system are kept except that the energy has a little change. The experiments of steel projectile impacting on the airplane skin are simulated by the initial and improved SPH methods. The results show that numerical fractures can lead to very large computational errors. Compared with the initial SPH method, the improved SPH method can prevent numerical fractures effectively. The deformation diameter, the deformation depth and the residual velocity of the projectile obtained by the improved SPH method agree well with the experimental results.

Key words: solid mechanics; improved SPH method; adding particle; numerical fracture

* Corresponding author: LI Yu-long

E-mail address: liyulong@nwpu.edu.cn

(责任编辑 张凌云)