

文章编号: 1001-1455(2009)06-0573-06

# 压杆/试样表面接触变形对 SHPB 实验应变测量的影响<sup>\*</sup>

张祖根<sup>1,2</sup>, 李英雷<sup>2</sup>, 李英华<sup>2</sup>, 陈熙盟<sup>1</sup>

(1. 兰州大学核科学与技术学院, 甘肃 兰州 730000;

2. 中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理国防科技重点实验室, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** 采用 SHPB(split Hopkinson pressure bar)实验技术测量了 3 种不同尺寸纯铁试样的动态压缩应力应变关系, 根据实验结果提出一个经验模型, 定量分析了 SHPB 实验中压杆/试样表面接触变形对应变测量的影响。分析表明, 在轴向应力平衡条件下, 表面的接触变形对弹性段的应变测量影响显著; 对塑性段应变测量的影响与试样的强化模量和长度相关, 当试样强化模量较大而长度较小时, 这种影响将不可忽略, 可根据影响量的经验分析模型对应变进行修正。

**关键词:** 固体力学; 应变修正; SHPB; 接触变形; 应变测量

**中图分类号:** O347

**国标学科代码:** 130·15

**文献标志码:** A

## 1 引言

分离式霍普金森压杆(split Hopkinson pressure bar, SHPB)技术<sup>[1]</sup>是研究中高应变率( $10^2 \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$ )下材料力学行为及动态本构关系<sup>[2-3]</sup>的重要实验技术。由于试样应力平衡的要求和弥散效应的影响<sup>[4]</sup>, 一般认为实验结果的弹性部分是不可靠的, 因此通常只取塑性部分来研究材料的本构行为。但是胡时胜等<sup>[5]</sup>在利用 SHPB 实验对钛合金材料进行研究时发现, 实验数据处理得出的最大应变值比实际测量的试件残余应变值大 1 倍以上。这么大的差别不可能只是来源于弹性部分的测量结果, 也就是说塑性部分的应变测量也存在问题。

在 SHPB 实验中, 导致应变测量不准的因素主要有 2 个。第 1 个因素是实验中试样轴向应力平衡性不足。为改善 SHPB 实验中试样的应力平衡状况进行了大量的研究和讨论, 并提出了波形整形技术, 已经能够使试样的轴向应力达到较好的平衡状态<sup>[6-9]</sup>。第 2 个因素是压杆/试样的表面接触变形(在压杆上表现为凹陷变形, 在试样上则表现为突起变形)。在 SHPB 实验中, 试样的变形是通过试样两侧压杆端面的位移差得出的, 这里应用了压杆端面的平面假定, 因此, 实际发生的压杆的凹陷变形将对试样变形量的得出造成影响, 从而影响试样应变值的获得。B. Gama 等<sup>[10]</sup>利用 LS-DYNA 对 SHPB 实验进行了模拟, 发现试样与压杆之间面积不匹配造成的压杆端面凹陷变形对弹性段实验结果的影响很大; 肖大武等<sup>[11]</sup>结合量纲分析的模拟结果也得出了同样的结论, 并认为这一影响在塑性段仍然存在。

对上述应变测量不准的问题, 目前主要是从理论或数值模拟方面进行定性或半定量的研究。从为材料动态本构关系研究提供可靠数据的角度出发, 有必要对应变测量的不准确度进行定量分析, 掌握影响应变测量的因素及其影响规律, 进而评估 SHPB 实验数据的可靠性。

## 2 实验

### 2.1 实验设计

在采用波形整形技术以后, 试样的轴向应力平衡条件可以得到较好的满足, 因此可以不考虑应力平衡不足对应变测量的影响。此时压杆/试样表面接触变形是影响应变测量的主要因素。数值模拟结果表明, 对于压杆端面在试样作用下的凹陷, 其凹陷量与试样中的压力近似为成正比关系。

数值模拟采用 ANSYS 程序, 模拟类型为二维轴对称准静态模拟, 主要考察压杆端面凹陷变形量与试样应力的关系。模拟中试样的应力通过在试样与压杆接触端的另一端施加均布压力实现, 压力集度为  $0.1 \sim 1 \text{ GPa}$ 。试样和压杆的

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2008-07-10; 修回日期: 2008-10-16

作者简介: 张祖根(1978—), 男, 硕士研究生, 助理研究员。

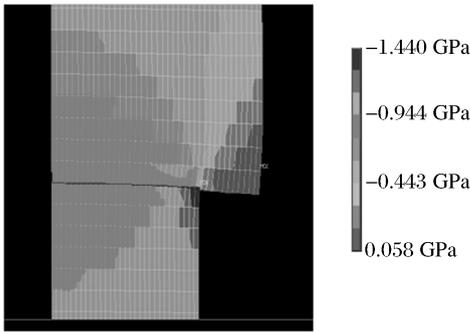
密度为 7.74 g/cm<sup>3</sup>,杨氏模量为 206 GPa,泊松比为 0.3,单元类型为 PLANE182,其余参数如表 1 所示,试样与压杆面接触。模拟结果图 1 所示。

表 1 数值模拟参数

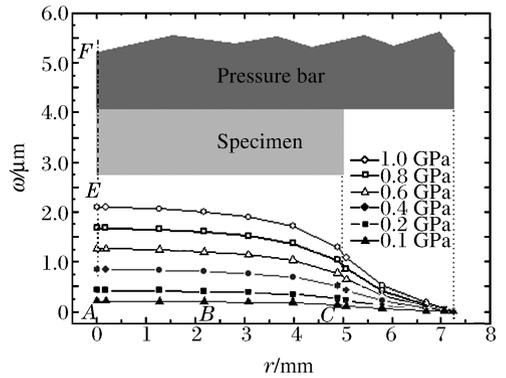
Table 1 The parameters of numerical simulation

构件	构件尺寸	网格数
试样	∅2 mm×10 mm	10×10
	∅5 mm×10 mm	15×10
	∅7 mm×10 mm	25×10
	∅10 mm×10 mm, ∅11 mm×10 mm	30×10
	∅12 mm×10 mm	40×10
压杆	∅14.5 mm×100 mm	40×100(对∅10 mm, ∅11 mm, ∅12 mm 试样) 80×100(对∅2 mm, ∅5 mm, ∅7 mm 试样)

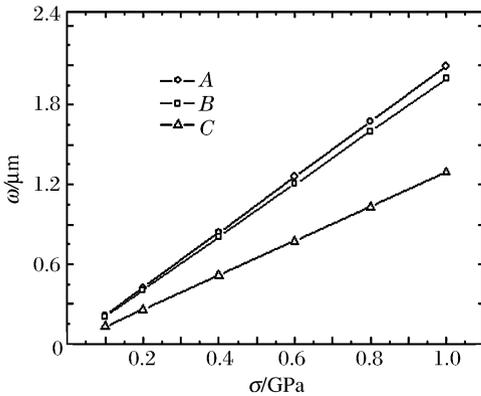
(a) Stress( $\sigma_r$ ) in the pressure bar/specimen interface



(b) Indentation on the bar along the radial with different specimen stresses ( $EF$  is the symmetry axis)



(c) Indentation of three points on the bar (indicated in Fig.1(b)) with different specimen stress, the specimen is 10 mm in diameter



(d) Indentation of the center points on the bar surface with different specimen stresses and different specimen diameters

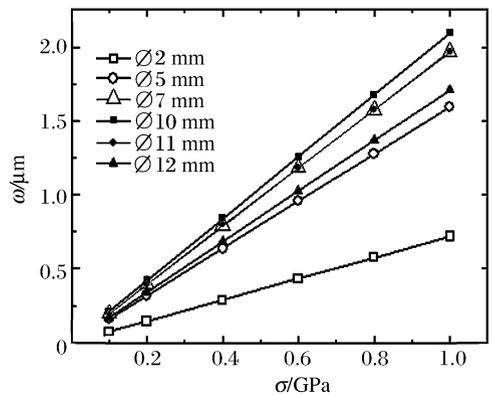


图 1 数值模拟结果

Fig.1 Results of numerical simulations

由图 1(c)、(d)可见,在试样作用下,压杆端面的凹陷量与试样中的应力近似为成正比关系,这种关系对不同直径的试样均成立,只是其比例系数不同。另外,由图 1(a)、(b)可见,压杆的凹陷量沿直径方向是变化的,因此,这种凹陷对试样应变测量的影响程度仍然需要由实验确定。

从数值模拟结果可以看出,试样中的应力和试样的直径是影响压杆端面凹陷量的 2 个主要因素。对固定的压杆而言,若试样直径和试样中的应力不变,则压杆的端面凹陷变形量也不变,从而对试样变形量的测量造成的影响也是一样

的。这为设计实验量度这一影响提供了思路，即设计相同直径、不同长度的试样进行相同强度的加载：同样的面积和加载产生一样的凹陷变形，从而对试样变形量测量的影响也一样；而不同长度的试样则可以把这一影响量通过不同的应变值反映出来。

按照这一思路，设计了 3 种不同长度的试样，尺寸分别为  $\varnothing 10 \text{ mm} \times 15.00 \text{ mm}$ 、 $\varnothing 10 \text{ mm} \times 10.00 \text{ mm}$  和  $\varnothing 10 \text{ mm} \times 4.33 \text{ mm}$ 。为降低材料分散性对实验结果的影响，并使压杆端面的凹陷变形更突出而便于分辨<sup>[11]</sup>，实验选用了纯度为 99.94%、模量与压杆材料相当的纯铁材料。实验在  $\varnothing 14.5 \text{ mm}$  压杆上进行，压杆材料为弹簧钢，弹性模量为 206 GPa。

为验证关于应变测量不准的来源及其控制因素的假设，需将试样的真实应变与不同长度试样实验获得的应变进行对比验证。试样的真实应变可采用试样应变直接测量技术<sup>[8]</sup>得到。在这一技术中，试样的应变用对称粘贴于试样两侧的应变片获得，应力由透射杆中的应变信号得出，应变和应力之间由应力波的传播时程关系进行关联。由于应变片测量范围的限制 ( $\epsilon < 2\%$ )，试样的应变直接测量技术主要是获得试样弹性段的应变数据，因此，在进行对比验证时，将采用弹性段的实验数据进行验证。至于对塑性部分应变测量的影响，由于影响机制不变，因此可以直接由弹性部分的分析结果得到。

为避免应力不平衡对实验结果的影响，实验中采用了波形整形技术。采用了波形整形技术和试样应变直接测量技术的 SHPB 实验装置示意图如图 2 所示。

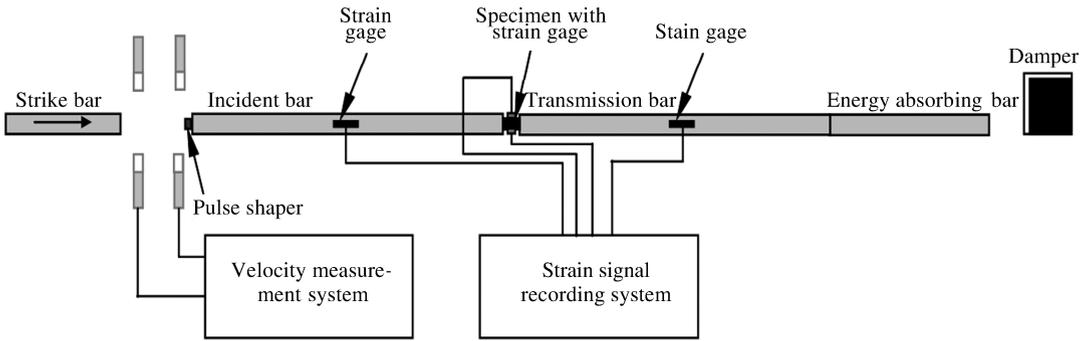


图 2 分离式 Hopkinson 压杆实验装置简图

Fig. 2 Schematic of the split Hopkinson pressure bar

### 2.2 实验结果

图 3 为典型的 SHPB 实验信号，其中图 3(a)为粘贴在压杆上的应变片记录到的信号，图 3(b)为对称粘贴于试样两侧的应变片记录到的信号。

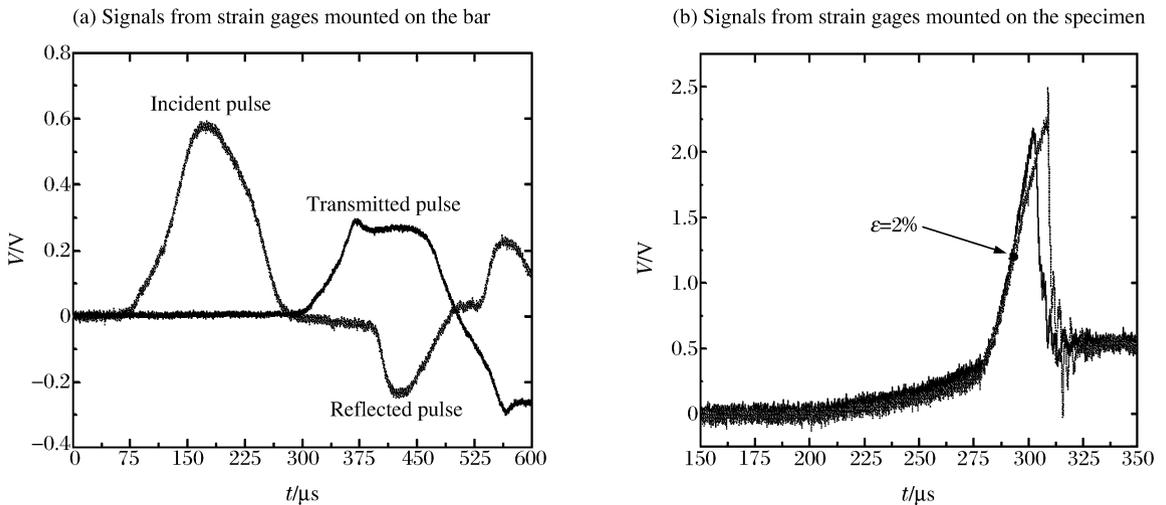


图 3 典型的 SHPB 实验信号

Fig. 3 Representative signals obtained from SHPB experiments

图 4 所示为不同长度试样采用不同的应变测试方法得到的动态压缩实验结果。从图中可以看出,对于不同长度的试样,采用应变直接测量技术可以得到相同的实验结果,说明通过应变测量技术可以得到试样发生的真实应变。而采用传统 SHPB 实验数据处理方法时,不同长度试样的结果差别很大,随着试样长度的增大其结果有接近真实实验结果的趋势。

利用应变直接测量技术获得的弹性段实验数据,可以得到材料的弹性模量。采用最小二乘拟合得到纯铁的弹性模量约为 204 GPa。

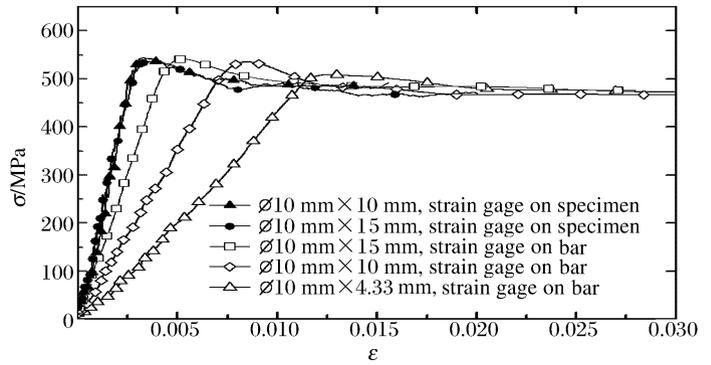


图 4 纯铁动态应力应变曲线

Fig. 4 Stress strain curves of pure iron

### 3 压杆/试样表面接触变形对应变测量的影响分析

#### 3.1 弹性段

在压杆端面凹陷变形的影响下,通过 SHPB 实验所得的试样变形量将比试样实际发生的变形量大,设这一差值为  $\delta_L(\sigma)$ ,它与压杆端面凹陷变形量有关。由前面的分析可知,对固定的试样/压杆组合而言,压杆的凹陷变形量与试样中的应力  $\sigma$  成正比,因此,  $\delta_L(\sigma)$  可以写成如下形式

$$\delta_L(\sigma) = k\sigma \quad (1)$$

式中:  $k$  为待定系数。得到变形测量的差值后, SHPB 实验所得的总应变  $\epsilon$  可写为

$$\epsilon = \epsilon_i + \delta_L(\sigma)/L \quad (2)$$

式中:  $\epsilon_i$  为试样的真实应变,  $L$  为试样长度。式(2)对整条应力应变曲线均成立。特别地,对屈服点以前的弹性部分,有

$$\sigma/E' = \sigma/E + \delta_L(\sigma)/L \quad (3)$$

式中:  $\sigma$  为屈服前的某一应力值,  $E'$  为根据实验曲线拟合得到的“模量”,  $E$  为被测材料的真实弹性模量。

将式(1)代入式(3)并约去  $\sigma$  后可得

$$1/E' = 1/E + k/L \quad (4)$$

把  $1/L$  看成自变量,  $1/E'$  看成因变量,通过对实验点的最小二乘拟合可以得到  $E$  和  $k$  的值。  $E'$  通过对实验结果的最小二乘法拟合得到。  $E$  和  $k$  的详细拟合参数见表 2。

表 2  $E$ 、 $k$  的最小二乘拟合参数

Table 2 Parameters of the least squares fitting of  $E$ ,  $k$

$E'/\text{GPa}$	$E'^{-1}/\text{GPa}^{-1}$	$L/\text{mm}$	$L^{-1}/\text{m}^{-1}$	$E/\text{GPa}$	$k/(\text{m}/\text{GPa})$
120	$8.33 \times 10^{-3}$	15.00	66.67	214	$7.76 \times 10^{-5}$
70	$1.43 \times 10^{-2}$	10.00	100.00		
45	$2.22 \times 10^{-2}$	4.33	230.95		

拟合所得的材料弹性模量  $E$  与前面测得的真实值(204 GPa)相当,即根据模型得出的试样的真实应变与用试样应变直接测试技术得到的试样应变是相当的。这说明  $\delta_L(\sigma) = k\sigma$  基本能反映压杆/试样表面接触变形对 SHPB 实验中试样变形测量的影响。

需要指出的是,这里拟合得到的  $k$  值是针对  $\varnothing 14.5$  mm 压杆(弹簧钢材质)、 $\varnothing 10$  mm 试样组合得到的,不同的压杆及压杆、试样组合,压杆的凹陷变形会有所不同,因此系数  $k$  也不同。例如,若把钢杆换成铝杆,则由于铝的弹性模量比钢的弹性模量小,在同样的试样应力下凹陷量将变大,即此时的  $k$  值将要变大。另外文献[10]的研究结果则表明,随着压杆/试样直径比的增大,端面凹陷的影响将增加,即  $k$  值将随压杆/试样直径比的增大而增大。

得到  $\delta_L(\sigma)$  后,可以得出压杆的凹陷变形所造成的应变测量的相对误差

$$\gamma = [\delta_L(\sigma)/L]/\epsilon_i = (k\sigma/L)/(\sigma/E) = kE/L \quad (5)$$

将  $E$ 、 $k$  值代入式(5),可以得到对 3 种不同长度的纯铁试样在弹性段的相对应变测量误差:  $L = 4.33, 10.00, 15.00$  mm 时,  $\gamma = 386\%, 167\%, 111\%$ 。

可以看出,在解决了应力平衡的问题后,压杆/试样表面接触变形对纯铁材料弹性段的应变测量影响很大。从公式(5)可以看到,弹性模量越大的材料受到的影响越大。考虑 $\varnothing 10\text{ mm}\times 15.00\text{ mm}$ 的试样,当材料的弹性模量为10 GPa时,相对应应变测量误差将下降到5%左右。这对低模量材料的测试有利,而高模量的脆性材料则不能按 SHPB 实验方法测量,需要结合试样应变直接测量技术进行测试。

### 3.2 塑性段

对于理想塑性材料,由于在塑性阶段应力为常数,按照公式(1), $\delta_L(\sigma)$ 也为常数,此时把弹性部分的结果去掉后塑性应变的测量是准确的;但是对于塑性强化材料,由于材料进入塑性后应力的不断增大会导致压杆的端面凹陷变形增加,此时将有新的变形测量差值 $\delta_L(\sigma)$ 产生,从而对所得应变造成影响。

设被测材料的屈服强度为 $\sigma_s$ ,则在塑性强化段压杆凹陷变形所带来的相对应应变测量误差可表示为

$$\gamma = [\delta_L(\sigma)/L - \delta_L(\sigma_s)/L]/\epsilon_p = [k(\sigma - \sigma_s)]/(L\epsilon_p) = k \int_{\epsilon_s}^{\epsilon'_p} E'_p d\epsilon'_p / (L\epsilon_p) \tag{6}$$

式中: $\epsilon_s$ 为屈服点应变, $\epsilon_p$ 为真实塑性应变, $\epsilon'_p$ 和 $E'_p$ 分别为实验所得强化曲线上的塑性应变和强化模量。

特别地,对于线性强化材料,有

$$\gamma = [k(\sigma - \sigma_s)]/(L\epsilon_p) = kE_p\epsilon_p/(L\epsilon_p) = kE_p/L \tag{7}$$

式中: $E_p$ 为材料的真实强化模量。此时,相对误差与被测材料的强化模量成正比,与所用试样的长度成反比。图5所示为直径10 mm、长度分别为4.33、10.00、15.00、20.00 mm的试样在不同强化模量下的相对应应变测量误差。

从图中可以看出,对于长度为4.33 mm的试样,当塑性强化模量 $E_p = 1\text{ GPa}$ 时,塑性应变的相对测量误差为2%,当 $E_p = 6\text{ GPa}$ 时,相对测量误差将在10%以上。对长度为10.00、15.00和20.00 mm的试样,当 $E_p < 6\text{ GPa}$ 时,则都可以将相对应应变测量误差控制在5%以内。

可见,在考虑压杆/试样表面接触变形对塑性段应变测量的影响时,应该综合考虑材料的强化模量和试样长度。当材料强化模量很大,且无法通过增大试样长度来降低这一影响时(试样的应力平衡要求决定了试样长度不能无限制增加),可考虑对应变进行修正。若实验所得塑性应力应变关系为 $\sigma - \epsilon'_p$ ,则真实的塑性应变 $\epsilon_p$ 可以通过以下公式修正得到

$$\epsilon_p = \epsilon'_p / (1 + \gamma) = \epsilon'_p / [1 + k \int_{\epsilon_s}^{\epsilon'_p} E'_p d\epsilon'_p / (L\epsilon)] \tag{8}$$

式中: $E'_p = d\sigma/d\epsilon'_p$ ,代入式(8)可解得

$$\epsilon_p = \epsilon'_p - \frac{k}{L} \int_{\epsilon_s}^{\epsilon'_p} d\sigma \tag{9}$$

### 4 结 论

在 SHPB 实验中,压杆/试样表面的接触变形对实验结果的弹性段影响显著,被测材料的弹性模量越大,试样长度越小,这种影响越明显;与此类似,在塑性阶段,这种影响与被测材料的强化模量和试样长度相关,被测材料的强化模量越大、试样越短,对应变测量的影响也越大。

需要指出的是,本文中的系数 $k$ 是根据 $\varnothing 14.5\text{ mm}$ 钢质压杆和 $\varnothing 10\text{ mm}$ 试样的实验拟合得出的,对于其他材质的压杆和其他直径的压杆/试样组合来说, $k$ 值一般是不一样的。更具普遍性的定量分析公式还需进一步的研究确定。

### 参考文献:

[1] Kolsky H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading[J]. Proceedings of the Physical Society of London: B, 1949,62:676-700.  
 [2] Zukas J A, Nicholas T, Swift H F, et al. Impact dynamics[M]. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 1992.  
 [3] Meyers M A. Dynamic behavior of materials[M]. New York: John Wiley & Sons, 1994:305-313.

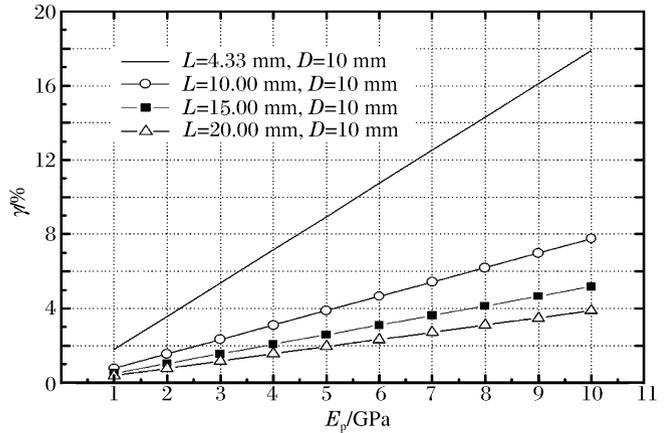


图5 不同试样长度下应变相对测量误差与塑性强化模量的关系

Fig. 5 Relative measurement errors of strain varied with hardening moduli of specimens with different lengths

- [4] Chree C. The equations on an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates: Their solution and application[J]. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1889,14:250-369.
- [5] 胡时胜, 霍普金森压杆技术[J]. 兵器材料科学与工程, 1991,11:40-47.  
HU Shi-sheng. Split Hopkinson pressure bar techniques[J]. Ordnance Material Science and Engineering, 1991,11:40-47.
- [6] Frew D J. Dynamic response of brittle materials from penetration and split Hopkinson pressure bar experiments [R]. US Army Corps of Engineers, ERDC/GSL TR-01-6, 2001.
- [7] 卢芳云, Chen W, Frew D J. 软材料的 SHPB 实验设计[J]. 爆炸与冲击, 2002,22(1):15-19.  
LU Fang-yun, Chen W, Frew D J. A design of SHPB experiments for soft materials[J]. Explosion and Shock Waves, 2002,22(1):15-19.
- [8] 李英雷, 胡时胜, 李英华.  $Al_2O_3$  陶瓷材料的动态压缩测试研究[J]. 爆炸与冲击, 2004,24(3):233-239.  
LI Ying-lei, HU Shi-sheng, LI Ying-hua. Research on dynamic behaviors of A95 ceramics under compression[J]. Explosion and Shock Waves, 2004,24(3):233-239.
- [9] Song B, Chen W. Loading and unloading split Hopkinson pressure bar pulse-shaping techniques for dynamic hysteretic loops[J]. Experimental Mechanics, 2004,44(6):622-627.
- [10] Gama B, Lopatnikov S, Gillespie J, et al. Hopkinson bar experiment: Analysis and simulation[R]. University of Delaware-Center for Composite Materials, Research Review, 2002.
- [11] 肖大武, 胡时胜. 对 SHPB 实验中由于试件横截面积不匹配引起的二维效应的探讨[J]. 爆炸与冲击, 2007,27(1):87-90.  
XIAO Da-wu, HU Shi-sheng. Study of two-dimensional effect on SHPB experiment[J]. Explosion and Shock Waves, 2007,27(1):87-90.

## Influences of bar/specimen contact surfaces' indentation on strain measurement in SHPB experiments

ZHANG Zu-gen<sup>1,2\*</sup>, LI Ying-lei<sup>2</sup>, LI Ying-hua<sup>2</sup>, CHEN Xi-meng<sup>1</sup>

(1. School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University,  
Lanzhou 730000, Gansu, China;

2. National Key Laboratory of Shock Wave and Detonation Physics, Institute of Fluid Physics,  
China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China)

**Abstract:** The dynamic compression stress-strain relations of iron specimens with three sizes were obtained with a split Hopkinson pressure bar apparatus. Based on these experimental results, an empirical model was presented to quantitatively describe the influence of bar/specimen contact surfaces' indentation on strain measurement in SHPB experiments. This research shows that the influence on elastic strain is obvious, even when the uneven stress states in specimens eliminated by using pulse shapers; while the influence on plastic strain is related to the hardening modulus and length of the specimen; the influence will be obvious when the hardening modulus is large and the size of the specimen is comparatively small, and the correction for plastic strain is needed.

**Key words:** solid mechanics; strain correction; SHPB; indentation on contact surface; strain measurement

\* Corresponding author; ZHANG Zu-gen  
Telephone: 86-816-2484100

E-mail address: zugenzhang@yahoo.com.cn