文章编号: 1001-1455(2009)06-0584-06

刚性弹侵彻深度和阻力的比较分析

陈小伟,李继承

(中国工程物理研究院总体工程研究所,四川 绵阳 621900)

摘要:根据刚性弹侵彻动力学的量纲一侵彻深度公式,分析了刚性弹侵彻过程中弹丸所受的靶板阻力, 并从冲量角度讨论了常阻力假设适用的撞击速度阈值 v_e,得出统一的表达式,求出了针对不同弹靶系统的相 应 v_e 值。根据相关数值模拟结果,进一步验证了所求 v_e 值的正确性,同时也检验了不同侵彻深度公式的适 用范围。

关键词:爆炸力学;速度阈值;侵彻深度公式;刚性弹;常侵彻阻力

中图分类号: O385 国标学科代码: 130 · 35 文献标志码: A

1 引 言

刚性弹深侵彻厚靶板(金属靶、混凝土靶等)的研究几十年来一直是穿甲力学的研究热点之一,其 中,关于侵彻阻力的分析是所有研究的基础。目前比较受到公认的是采用动态空腔膨胀模型来求解靶 体对弹丸的侵彻阻力。

通常,动态空腔膨胀模型给出的侵彻阻力为[1]

 $F_{\rm x} = (\pi d^2/4) (A\sigma_{\rm y} N_1 + B\rho v^2 N_2)$ (1)

式中:d为弹身直径, σ_y 为靶材屈服应力, ρ 为靶材密度,A、B为靶材的量纲一材料常数,v为侵彻过程中 弹丸瞬时速度, N_1 、 N_2 为与弹丸头部形状和摩擦因数 μ 有关的量纲一形状系数^[2]。显然,弹体所受阻 力由 2 部分组成:准静态阻力部分(材料动强度项) $A\sigma_y N_1$ 和动态阻力部分(惯性项) $B\rho v^2 N_2$ 。

关于材料动强度项和惯性项在侵彻阻力中的不同作用,一直也有不同的争论。其中较典型的是 R. C. Batra 等^[3]在一系列的数值模拟中,通过对无限长半球形弹头刚性弹侵彻刚塑性材料靶板时所受阻力的分析,发现式(1)中的材料常数 B 取值很小,仅为 0.073,远小于常规分析中的取值,从而认为靶板阻力对侵彻速度的依赖要比动态空腔膨胀理论分析所得的依赖关系弱得多。最近,Z. Rosenberg 等^[4]针对不同弹形(尖锥、尖卵和半球头)、不同靶材(铝靶和钢靶)和不同速度(<1.5 km/s),通过大量的数值模拟,发现在一定速度范围内,侵彻阻力为常数,与速度几乎无关;但当速度大于一定的阈值,包含材料动强度项和惯性项的动态空腔膨胀模型将适用,而该速度阈值与弹形和靶材紧密相关。另一方面, Z. Rosenberg 等^[4]也分析了常侵彻阻力与弹形、靶材强度的依赖关系。

X. W. Chen 等^[2] 拟通过定义 2 个量纲一数,即撞击函数 *I* 和形状函数 *N*,详细分析控制刚性弹侵彻 动力学的控制参数。事实上,通过对 *I* 和 *N* 的讨论,可以对动态空腔膨胀理论的材料动强度项和惯性 项在侵彻阻力中的不同作用进行分析,得到更深刻的认识。本文中即按此思路,展开刚性弹对靶板的深 侵彻阻力的再分析,试图得到与文献[4]一致的结论。

2 侵彻深度公式

根据式(1)研究^[2,5]表明,刚性弹撞击不同靶材的量纲一侵彻深度仅由撞击函数I和弹头形状函数

 ^{*} 收稿日期: 2008-07-22; 修回日期: 2009-03-09
 基金项目: 国家自然科学基金项目(10672152);中国工程物理研究院学科发展基金重点项目(2009A0201009)
 作者简介: 陈小伟(1967—),男,博士,研究员。

N 这 2 个量纲一数控制,不同弹头形状刚性弹侵彻不同靶材(包括金属靶和混凝土靶等)的量纲一侵彻 深度公式为

$$X/d = (2/\pi)N\ln(1 + I/N)$$
 (2)

式中:X为侵彻深度。撞击函数 I 和弹头形状函数 N 的表达式分别为

$$I = I^* / (AN_1), \qquad N = \lambda / (BN_2) \tag{3}$$

式中: $I^* = mv_0^2 / (d^3\sigma_y)$,称为量纲一撞击因子; $\lambda = m / (\rho d^3)$,称为量纲一质量比;*m*为弹丸质量, v_0 为初 始撞击速度;其他参数同前。对于混凝土靶,式(2)还应考虑前坑深度。

特别地,系数 I/N 为

$$I/N = \Phi_1(B/A)(N_2/N_1)$$
(4)

式中: $\Phi_{J} = \rho v_{0}^{2} / \sigma_{y}$ 是 Johnson 破坏数,由于不同靶材的系数 B 较固定, B ≈ 1,且摩擦较小时, 有 $N_{2} / N_{1} \approx N^{*}$ (N^{*} 定义为头形因子^[2])。因此可认为

$$I/N \propto (\Phi_{\rm J}/A)N^* \tag{5}$$

深侵彻一般对应于细长尖头弹体,其弹头形状函数 N 较大,常有 N>100,且在其撞击速度范围内 有 I<N,因此可对式(2)作泰勒展开,有

$$\frac{X}{d} = \frac{2I}{\pi} \left[1 - \frac{I}{2N} + \frac{1}{3} \left(\frac{I}{N} \right)^2 + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \left(\frac{I}{N} \right)^{n-1} + \dots \right]$$
(6)

图 1 给出了式(6)中(X/d)/I 与 I/N 的递减关 系。X. W. Chen 等^[2]进一步研究表明,X/d 更依赖 于撞击函数 I,当弹头形状函数 N 足够大时(对应于 细长尖头弹体的动能侵彻弹,如钻地弹等),X/d 对 N 不敏感。若 I≪N,由式(6)可知其上限表达为

$$X/d = (2/\pi)I \approx 0.637I$$
 (7)

此外,X.W.Chen 等^[2]根据大量的实验数据分析,经验给出在较大侵彻速度范围内($0 < I/N \approx 1$), 量纲一侵深 X/d 与撞击函数 I 存在更简单的线性 关系

$$X/d = I/2 \tag{8}$$



图 1 (X/d)/I 与 I/N 的递减关系

Fig. 1 Dependence of (X/d)/I on I/N based on eq. (6)

3 侵彻阻力分析

对于式(7)、(8),参考式(3)的定义,可知其侵彻 深度为常力作用下匀变速运动的位移积分,从而可推导得对应的加速度值分别为

$$a = (\pi/4) \left(A \sigma_y N_1 d^2 / m \right) \tag{9}$$

$$a = A\sigma_{\rm y} N_1 d^2 / m \tag{10}$$

因此常侵彻阻力正好等于式(1)中的材料动强度项或者其 4/π 倍的值。

可对比的是,Z. Rosenberg 等^[4]忽略动态阻力部分,得出最终侵彻深度 X 以及弹丸撞击常加速度 分别为

$$X = v_0^2 / (2a) \qquad a = A \sigma_{\rm y} / (\rho_{\rm p} L_{\rm eff}) \tag{11}$$

式中:弹体的等效长度 $L_{\text{eff}} = 4m/(\rho_{\text{p}}\pi d^2), \rho_{\text{p}}$ 为弹材密度。显然,式(9)与式(11)相比,除增加了弹头形状系数 N_1 外,其余参量关系表达完全相同。由于式(9)、(10)中加速度 *a* 的表达式考虑了弹头形状,因而有更广泛的适用性。此外,式(9)仅代表 $I \ll N$ 的情形,即撞击初速相对较小;而深侵彻撞击速度均比较大,参考文献[2]可知,式(10)适用于更广泛的实验情况。因此下述的分析按式(10)考虑侵彻加速度。

另一方面,式(1)中给出的理论侵彻阻力 F_x 随时间 t 的变化曲线为一条近似的抛物线,如图 2 所示^[6]。图中直线 *OB* 代表初始侵彻阶段的阻力上升过程,虚线幅值即为式(1)中的准静态阻力项 F_s =

 $\pi A \sigma_y N_1 d^2 / 4$ (对应的加速度为式(9)中 *a*),实线 *BC* 与虚线之 差则为动态阻力项 $F_d = \pi d^2 B \rho v^2 N_2 / 4$ 的变化曲线,而点划线 则表示为式(10)所对应的常侵彻阻力 $F_e = \pi A \sigma_y N_1 d^2$, t_e 为 侵彻过程经历的时间。

由图 2 可知,当撞击初速 v_0 较小时,在弹丸侵彻时间内, 理论侵彻阻力 F_x 所对应的总冲量(即 F_x 曲线内的面积)约 等于 F_c 所对应的冲量(点划线以下的面积),则在工程应用中 可将 F_x 近似简化为常侵彻阻力 F_c ;若 v_0 达到较高的值, F_x 所对应的冲量远大于 F_c 所对应的冲量,相应的近似简化则不 再适用。因此,按冲量等效计算,近似的常侵彻阻力 F_c 成立 的条件为 F_x 所对应的冲量小于或等于常阻力 F_c 的冲量值。 忽略初始侵彻阶段,常侵彻阻力假设成立的条件为



图 2 侵彻过程中弹丸所受轴向阻力曲线 Fig. 2 Curve of resistive force exerted on the projectile during penetration

$$\int_{0}^{t_{\rm e}} F_{\rm x} dt = \frac{\pi d^2}{4} \int_{0}^{t_{\rm e}} \left(A\sigma_{\rm y} N_1 + B\rho v^2 N_2 \right) dt \leqslant \int_{0}^{t_{\rm e}} F_{\rm c} dt = d^2 \int_{0}^{t_{\rm e}} A\sigma_{\rm y} N_1 dt$$
(12)

这时,F_x(实线 BC)是一条较平缓的曲线,按常加速度假设,可近似假设式(12)中弹丸的瞬时速度

$$v = v_0 - at \tag{13}$$

侵彻过程所经历的时间

$$t_{\rm e} = v_0/a \tag{14}$$

推导式(12)可得

$$A\sigma_{y}N_{1}(4/\pi - 1) \geqslant B\rho v_{0}^{2}N_{2}/3$$

$$\tag{15}$$

即

$$I/N \ge 3(4/\pi - 1) \approx 0.82$$
 (16)

式(16)给出了按常侵彻阻力 F。等效的刚性弹侵彻的参数取值范围。对应于图 1,则是在 0<I/N <0.82 的范围内,可利用式(8)计算侵彻深度;而在此范围外,不能采用常侵彻阻力近似,即动态空腔膨 胀模型中惯性项效应显著,需按式(2)计算侵彻深度。这也进一步明确了文献[2]中经验公式(式(8))的 具体适用范围。

此外,参考式(5),则式(16)给出速度阈值

$$v_{c} = \sqrt{0.82 \frac{N_{1}}{N_{2}} \frac{A}{B} \frac{\sigma_{y}}{\rho}} \approx \sqrt{0.82 \frac{A}{N^{*}} \frac{\sigma_{y}}{\rho}}$$
(17)

换言之,对应于 v₀≪v_c 的刚性弹侵彻,其侵彻阻力不必按式(1)同时考虑准静态阻力和动态阻力, 仅需用下式中修正的常侵彻阻力表示

$$F_{\rm x} = d^2 A \sigma_{\rm y} N_1 \tag{18}$$

显然,该速度阈值依赖于弹形、靶材及其强度。在速度阈值范围内,侵彻阻力是常数,与侵彻速度无关;但当速度大于阈值 v_e,则需要考虑包含材料动强度项和惯性项的动态空腔膨胀模型(式(1))。速度阈值 v_e紧密相关于弹形和靶材,这与文献[4]的结论一致。

4 速度阈值 v_{c} 的分析

Z. Rosenberg 等^[4]针对尖卵形、半球形、尖锥形和平头刚性弹分别侵彻铝靶、铁靶的情况作数值分析,发现当撞击速度 v₀处于某个范围内,使得侵彻孔洞直径保持与弹径相同时,常侵彻阻力假设成立。 但当速度达到某一阈值 v_e、侵彻孔洞直径大于弹径时,侵彻阻力必须计及惯性项部分。通过数值模拟, 分别得到 σ_y 均为 400 MPa 的铝靶、铁靶对应于不同头形刚性弹的 v_e 值所处的范围,如表 1 所示。另 外,Z. Rosenberg 等^[4]也对混凝土侵彻开展了分析,发现针对尖卵形弹的侵彻,在 v_e<1.2 km/s 范围 内,其加速度值也几乎等于常量。

表1 铝、铁靶对应于不同头形刚性弹的 v。值范围[4]

Table 1 Impact velocity thresholds for penetration of different shaped projectiles into targets^[4] km/s

靶材	尖卵形(ψ=3)	半球形	平头	尖锥形
铝(400 MPa)	2.1~2.2	1.2~1.35	0.75~0.85	1.7~1.8
铁(400 MPa)	1.3~1.4	0.8~0.85	0.45~0.55	1.0~1.2

分别针对不同的弹形和靶材,根据式(17),容易求得常侵彻阻力假设适用的相应速度阈值 v.。

这里结合 Forrestal 的侵彻实验数据来讨论速度阈值 v_e 。实验所涉及的弹头形状有半球形、尖卵形 (ϕ =2,3,4.25)以及尖锥形等,靶材有理想弹塑性金属、应变硬化金属、混凝土以及土壤等。为方便与文 献[4]的数值结果作比较,分析中也同时考虑平头弹;对于靶材则选择 σ_y =400 MPa 的 6061-T651 铝^[7]、 σ_y =400 MPa 的铁以及 f_e =36.2 MPa 的混凝土^[8]作为分析靶材。3 种靶材的相关参数以及根据文献 [5,9]计算所得的相应 A、B 值如表 2 所示。

		-			0	
靶材	$\sigma_{ m y}/{ m GPa}$	$ ho/(\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3)$	γ	E/GPa	А	В
铝	0.400	2 710	1/3	69	3.637	1.041
铁	0.400	7 850	1/3	200	4.348	1.133
混凝土	0.036	2 370			12	1

表 2 3 种靶材的相关参数

Table 2 Material parameters for three different targets

分析中对于混凝土靶取摩擦因数 $\mu=0$;对于金属靶,尖卵形弹取 $\mu=0.02$,半球形弹和尖锥形弹取 $\mu=0.1$,由此可根据公式计算得相应侵彻情况所对应的弹头量纲一形状系数 N_1 、 N_2 ^[2]。

结合表 2 中 3 种靶材的参数以及不同弹形的相应参数,由式(17)可计算得不同弹丸侵彻不同靶材 所对应的 v。值,如表 3 所示。

表 3 不同弹丸侵彻不同靶材的相应 vc 值

靶材	尖卵形(ψ=2)	尖卵形(ψ=3)	尖卵形(ψ=4.25)	半球形	平头	尖锥形
铝	1 669.0	2 027.8	2 405.4	952.5	650.3	2 065.0
铁	1 027.8	1 248.7	1 481.2	586.6	400.4	1 271.6
混凝土	979.4	1 186.4	1 403.2	547.5	387.1	1 229.4

可以看出,表 3 中与表 1 对应的弹靶系统的 v_c 值均接近表 1 中所列的相应 v_c 取值范围,其中尖卵 形弹(ϕ =3)、半球形弹以及平头弹对应的 v_c 值稍小于表 1 的相应范围,尖锥形弹对应的 v_c 值则稍大于 表 1 所示范围。特别地,弹形对该速度阈值的影响趋势,理论分析与文献[4]的数值结果完全一致。理 论分析结果与数值结果之间的偏差,是因为理论假设中引起的误差以及数值模拟过程中软硬件所引起 的各种误差之间的不同所导致,但两者之间的差异均在 20%允许误差范围内。由此,证实了上述理论 分析的合理性以及速度阈值表达式(17)的正确性,同时也可推知表 3 中其余弹形,即尖卵形弹(ϕ =2, 4.25)所对应的 v_c 值以及所有弹形对应于混凝土靶的相应 v_c 值的实用性。

另外,结合第3节的分析知,在 $v_0 \leq v_c$ 范围内,式(8)能够较准确地预测侵彻深度。而当 $v_0 > v_c$ 时,则常侵彻阻力近似不再成立,需按式(2)计算侵彻深度。由于实验条件限制,目前所发表的文献中,暂无撞击速度大于表3中所示 v_c 的相关实验,所以无法根据实验数据具体检验式(2)、(8)的适用范围。Z. Rosenberg 等^[4]同时开展了针对不同弹形在 $v_0 > v_c$ 情况下侵彻铝、铁靶的数值模拟,并得出相应侵彻深度。实验中弹丸长径比有L/d=20,10等2种情况,靶材与表2所列的铝、铁靶相同。鉴于数值模拟结

果一定程度上可反映实际实验情况,可通过其数值模拟中所采用的弹靶参数,分别根据式(2)、(8)计算 对应的理论侵彻深度。与数值计算结果作比较,则可检验式(2)、(8)的适用情况。比较结果如表 4 所 示,其中 X₁、X₂、X₃分别是 Z. Rosenberg 等^[4]中侵彻深度以及由式(2)、(8)计算所得侵彻深度, X₂/ X₁、X₃/X₁分别为式(2)、(8)计算所得侵彻深度除以数值模拟结果的比值。

观察表 4 可发现,对于任何弹形,与式(2)相关的比例值均接近于 1,且几乎全处于 20%误差范围 内,差别同样是由理论假设引起的误差以及数值模拟中软硬件所引起的误差之间的不同所致;而与式 (8)相关的比例值则绝大多数大于 1 并超出了允许误差范围。且对于所有弹形,与式(8)相关的比例值 都随着 v_0 的增大而增大,其中的最大值(对应于平头弹以 $v_0 = 1.5$ km/s 侵彻铁靶板)达到了 2.91。说 明 $v_0 > v_c$ 时,式(8)确实已不再适用,且 v_0 越大其引起的偏差越大;而式(2)可以较准确地预测侵彻深 度。同时,表 4 中对应于不同弹靶系统的最小 v_0 值,正好稍大于表 3 中相应 v_c 值,而对应于该 v_0 值式 (8)也恰好开始显示出其不准确性,这一点再一次证实了表 3 中相应 v_c 值的正确性和实用性。

与 Z. Rosenberg 等^[4]的工作相比较,该理论分析是从另一新颖的思路出发;另外,对比其将不同靶材、不同弹形分别作数值模拟的方法,本分析将不同弹头形状和不同靶材属性的影响归结到统一的表达式当中,得出较为简洁的 v。表达式,从而显得更为简便和普适。

弹头形状	靶材	L/d	$v_0/(m/s)$	X_1/mm	X_2/mm	X_3/mm	X_2/X_1	X_3/X_1
小面形		20	1 500	464	440	523	0.95	1.13
关卵形	铁	10	2 000	361	306	446	0.85	1.24
$(\psi=3)$			2 500	491	393	698	0.80	1.42
		20	1 500	445	409	589	0.92	1.32
	铝	10	2 000	350	271	502	0.77	1.44
木 玛 坎		10	2 500	464	335	786	0.72	1.69
十球形			1 000	170	143	219	0.84	1.29
	铁	20	1 500	310	217	493	0.70	1.59
			2 000	419	276	876	0.66	2.09
			875	140	181	232	1.29	1.66
	铝	20	1 000	175	215	303	1.22	1.73
जर अ			2 000	472	432	1 212	0.91	2.57
十天			750	82	86	143	1.04	1.74
	铁	20	1 000	123	114	253	0.93	2.06
			1 500	196	159	570	0.81	2.91
	<i>k</i> □	10	2 000	576	495	524	0.86	0.91
小雄形	70	10	2 200	673	571	634	0.85	0.94
天唯形	耕	10	2 000	391	305	438	0.78	1.12
	跃	10	2 500	502	393	685	0.78	1.36

夜 4 % /% 的 理论 灯 基 它彻本 尽 马 数 但 怪 似 结 未 的 0	比较	1的比?	以结果	模拟	約 值	与	深厚	侵役	+笡	时理论	$v_0 > v_c$	₹4	¥
---	----	------	-----	----	-----	---	----	----	----	-----	-------------	----	---

Table 4 Depth of penetration by theoretical formulae and simulations under the condition of $v_0 > v_c$

5 结 语

根据刚性弹侵彻动力学的量纲一侵彻深度公式,分析了刚性弹侵彻过程中弹丸所受的靶板阻力。 并从冲量等效角度出发,讨论常侵彻阻力假设适用的撞击速度阈值 v_e,并推导出其统一的表达式,得知 v_e 仅与靶材的屈服应力 σ_y、密度 ρ,量纲一材料常数 A、B 以及弹丸的量纲一形状系数 N₁、N₂ 有关,而 与弹丸的其余参数,如弹体尺寸、弹体材料等无关。同时根据文献[4]数值模拟结果,检验了不同侵彻深 度公式的适用范围,发现 v₀>v_e 时,建立在常侵彻阻力近似基础上的式(8)不再适用,式(2)可以较准确 地预测侵彻深度。 本文中理论分析所得不同弹靶系统的相应速度阈值 v_c,与文献[4]的结论一致,相关的数值结果也 证明所求 v_c 是正确的和实用的。同数值模拟相比较,此理论分析为另一新颖的思路和方法,也是其数 值模拟工作的一个补充。另外,本文的理论分析方法较其数值模拟工作显得更为简便和普适。

参考文献:

- [1] CHEN Xiao-wei. Dynamics of metallic and reinforced concrete targets subjected to projectile impact[D]. Singapore: Nanyang Technological University, 2003:107.
- [2] Chen X W, Li Q M. Deep penetration of a non-deformable projectile with different geometrical characteristics[J]. International Journal of Impact Engineering, 2002,27(6):619-637.
- [3] Batra R C, Wright T W. Steady state penetration of rigid perfectly plastic targets[J]. International Journal of Engineering Science, 1986,24(1):41-54.
- [4] Rosenberg Z, dekel E. The penetration of rigid long rods Revisited[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009,36(4):551-564.
- [5] Li Q M, Chen X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete target impacted by a non-deformable projectile[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003,28(1):93-116.
- [6] 陈小伟,金建明.动能侵彻弹结构的力学分析 II:弹靶相关力学分析和实例[J].爆炸与冲击,2006,26(1):71-78. CHEN Xiao-wei, JIN Jian-ming. Mechanics of structural design of EPW(II): Analyses on the design of EPW projectiles, concrete targets and examples[J]. Explosion and Shock Waves, 2006,26(1):71-78.
- [7] Forrestal M J, Okajima K, Luk V K. Penetration of 6061-T651 aluminum targets with rigid long rods[J]. Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 1988,55(8):755-760.
- [8] Forrestal M J, Frew D J, Hanchak S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles[J]. International Journal of Impact Engineering, 1996,18(5):465-476.
- [9] Forrestal M J, Luk V K. Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastic-plastic solid[J]. Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 1988,55(3):275-279.

Analysis of penetration depth and resistive force in the deep penetration of a rigid projectile

CHEN Xiao-wei*, LI Ji-cheng

(Institute of Structural Mechanics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China)

Abstract: According to the dimensionless depth-of-penetration formula for different targets penetrated by rigid projectiles, the present paper theoretically analyses the resistive force which the target exerts on the projectile during penetration. In particular, the impact velocity threshold, which is applicable for the assumption of constant resistive force, is formulated by impulse analysis. The impact velocity thresholds are calculated for different projectile/target combinations by the proposed formula and the calculated velocity thresholds are in good agreement with the relative numerical results.

Key words: mechanics of explosion; threshold of impact velocity; formula of DOP; rigid projectile; constant resistive force

Corresponding author: CHEN Xiao-wei Telephone: 86-816-2485413

E-mail address: chenxiaoweintu@yahoo.com