

文章编号: 1001-1455(2009)06-0607-06

高速碰撞数值计算中的 SPH 自适应粒子分布法*

卞 梁, 王肖钧, 章 杰

(中国科学技术大学近代力学系, 安徽 合肥 230027)

摘要: 针对传统光滑粒子法在计算高速碰撞问题时会出现近邻粒子逸出核函数影响域而产生数值破坏这一缺陷, 提出了一种根据粒子间距变化自动添加、合并粒子的 SPH 自适应粒子分布算法。采用该方法对 Taylor 碰撞和超高速碰撞问题进行了数值模拟, 结果表明, 该方法可以有效地消除计算中出现的数值破坏, 提高计算精度。

关键词: 固体力学; 自适应粒子分布法; 光滑粒子法; 高速碰撞

中图分类号: O347

国标学科代码: 130 · 1570

文献标志码: A

1 引 言

光滑粒子法(smoothed particle hydrodynamics, SPH)最早由 L. B. Lucy^[1]提出, 用于解决天体物理问题。这是一种典型的无网格 Lagrange 数值方法, 兼具 Lagrange 方法的优点和 Euler 方法的长处, 因此适宜计算大变形问题。L. D. Libersky 等^[2]率先将材料强度效应引入到该方法中来, 成功地开展了高速碰撞的数值模拟。SPH 方法的一个显著优点就是能很自然地处理材料的断裂和破坏, 但是在某些情况下, 也会出现算法本身所引起的数值破坏。例如, 当材料在某个方向的拉伸变形很大时, 相邻粒子间就会在这个方向失去相互作用, 从而形成数值破坏。G. R. Liu 等^[3]在 SPH 算法中引入了各向异性核函数求解高速碰撞问题, 改进了算法的空间求解能力, 但是这种算法计算效率比较低。K. Shintate 等^[4]在模拟复合材料高速碰撞问题时提出了一种自动添加、合并粒子的 SPH 算法, 有效地消除了计算中出现的数值破坏。

本文中, 在 K. Shintate 等^[4]的工作基础上, 提出一种 SPH 自适应粒子分布法, 详细讨论添加粒子和合并粒子的具体算法, 并采用该方法对 Taylor 碰撞和超高速碰撞问题进行数值模拟。

2 SPH 基本理论

J. K. Chen 等^[5]从 Taylor 展开式出发, 引入核函数的概念, 建立了光滑粒子法的基本算式。设函数 $f(\mathbf{x})$, 对粒子 i 所在位置 \mathbf{x}_i 进行 Taylor 展开, 并引入核函数 $W_{ij} = W(|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|, h)$, 其中 h 为光滑长度, 忽略 2 阶以上小量, 并在解域 Ω 中积分后便可得到函数 $f(\mathbf{x})$ 的 1 阶偏导数的核估计, 写成求和形式为

$$\sum_{j=1}^N m_j (f_j - f_i) W_{ij, \beta} / \rho_j = \frac{\partial f}{\partial x_{i\beta}} \sum_{j=1}^N m_j (x_{j\alpha} - x_{i\alpha}) W_{ij, \beta} / \rho_j \quad (1)$$

式中: N 表示粒子数, 由于核函数 W 具有局域性(只在其影响域内有值), 因此实际计算时只需考虑 W 影响域中的粒子, m_j 是粒子 \mathbf{x}_j 的质量, $W_{ij, \beta}$ 表示核函数 W_{ij} 对空间坐标 $x_{i\beta}$ 的偏导数。式(1)是以空间坐标 $x_{i\beta}$ 为方向的代数方程组, 求解该方程组, 便可获得函数 $f(\mathbf{x})$ 沿 3 个方向的 1 阶偏导数。采用式(1)对守恒方程中的空间导数项进行离散, 便得到光滑粒子法的基本算式。

* 收稿日期: 2008-09-08; 修回日期: 2009-01-15

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10632080); 国家自然科学基金项目(60776821)

作者简介: 卞 梁(1982—), 男, 博士研究生。

3 SPH 自适应粒子分布法

核函数具有局域性,影响域的大小完全由光滑长度 h 确定。在冲击力学数值计算里,为了提高计算效率并体现变形的局域性,影响域通常被设置成半径 $r=2h$ 的圆(2 维)或球(3 维)。因此,在 2 维计算中,开始决定计算点 i 物理量的有效粒子只是其周围的几个邻点。为了保证计算精度,影响域里的粒子数及其分布不宜发生剧变。可是在高速碰撞数值计算的实际问题里,材料往往发生大畸变,此时,代表物质运动的 Lagrange 粒子在计算过程中会呈现出明显的各向异性态势。例如,当某一方向受压粒子间距减小的同时,另一方向会因剪切畸变或受拉而变得稀疏,粒子间距过大有可能导致粒子逸出核函数的影响域而失去相互作用。一旦出现这种情况,由于计算域内的粒子数有限,突然失去 1 个粒子物理量的贡献所带来的计算误差往往十分可观,甚至会导致所谓的数值破坏现象的发生。这种破坏并不是材料达到强度极限后产生的,而是由 SPH 算法本身特点所引起的,因此必须予以控制并解决。

为了消除计算中出现的数值破坏,本文中提出了 SPH 自适应粒子分布法。它可以在计算过程中根据粒子实际分布情况自动添加或合并粒子,以保持核函数影响域内的粒子在分布形态上具有某种均匀性,从而避免数值破坏的发生,提高计算精度。

3.1 添加粒子算法

添加粒子的基本思想是定期检查相邻 2 个粒子间距,一旦发现计算点近邻粒子逸出核函数影响域,则在此 2 点中间增设 1 个新粒子,以便体现该粒子对计算点物理量演化所作的应有贡献,防止由于粒子的突然缺少而引起的数值破坏。为了规范计算并便于程序实施,具体做法如下。

(1) 初始时刻,将均匀分布的粒子以直线相连构成三角形单元,如图 1(a) 所示。

(2) 每隔 n 个时间步长,依次检查这些三角形边长。一旦发现某个边长达到或超过某个临界距离 L_{\max} 时(如图 1(b) 中的 ij 边),则在该边的中间设置 1 个新粒子 l ,原先以此边为公共边的 2 个三角形分成为 4 个三角形,如图 1(c) 所示。

(3) 与新增粒子 l 紧密相连的邻近粒子是与其相连三角形的 4 个顶点 i, j, k, m , 依质量、动量、能量守恒定律,通过某种加权方式由此 4 点给出 l 点的各物理量。

新粒子 l 的质量被设置成邻点 i, j, k, m 的质量加权和,即

$$m'_l = \frac{4}{5} \sum_n \alpha_n m_n \quad n = i, j, k, m \quad (2)$$

相应地,邻点粒子的质量调整为

$$m'_n = \left(1 - \frac{4}{5} \alpha_n\right) m_n \quad n = i, j, k, m \quad (3)$$

权因子 α_n 与新粒子和邻点粒子距离有关,通过下式确定

$$\alpha_n = \frac{1}{d_{nl}} \bigg/ \sum_n \frac{1}{d_{nl}} \quad (4)$$

式中: d_{nl} 表示新粒子 l 和 4 个邻点之间的距离。

设原粒子速度调整前后不变,则可根据动量守恒定律,求出新增粒子的速度

$$\mathbf{u}'_l = \sum_n (m_n - m'_n) \mathbf{u}_n / m'_l \quad (5)$$

假定原粒子调整前后比内能保持不变,则可由下式求得新粒子的比内能

$$e'_l = \sum_n (m_n - m'_n) e_n / m'_l \quad (6)$$

其他物理量全部采用质量加权法求得

$$\phi'_l = \left(\sum_n m_n \phi_n \right) / \sum_n m_n \quad (7)$$

需要指出的是, K. Shintate 等^[4] 在确定新粒子物理量时,仅考虑了新增粒子 l 所在的边上 2 个粒子 i 和 j 的影响,而且质量加权系数完全是人为确定的,这无疑会给计算带来一定的误差。而本文中综合

考虑了与新增粒子紧密相关的周围粒子的影响,使新粒子和原粒子的物理量尽可能保持连续,以减小因添加粒子而带来的计算误差。

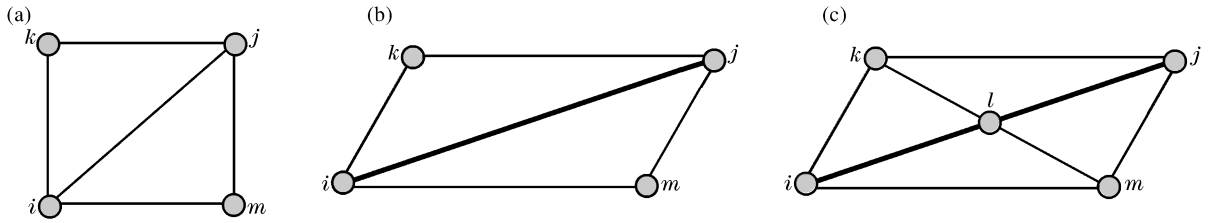


图 1 添加粒子示意图
Fig. 1 Scheme of adding particles

3.2 合并粒子算法

材料受压时粒子间距变小,严重时甚至会发生堆积并导致压缩不稳定现象^[6]的发生。由 SPH 的基本算式,算法的效率和精度不但与核函数影响域里的粒子数有关,还与粒子间距有关,过多的粒子和过小的粒子间距都不利于计算效率的提高和计算精度的改善。针对这个计算过程中可能出现的实际情况,当粒子间距过小时,本文中采用粒子合并的算法。基本思想是,当发现 2 个相邻粒子间距低于某个临界阈值 L_{min} 时,则将这 2 个粒子合并成 1 个新粒子,并以 2 个粒子连线的中点为新粒子的几何位置,如图 2 所示。合并粒子算法同样可以借助三角形单元来实现,通过计算三角形的边长来判断粒子是否合并。这种方法的好处是可以和添加粒子同时进行,程序编制较方便。但是当变形很大时粒子运动不是很有规则,采用三角形单元来搜索近邻粒子不是很有效,如果十分靠近的 2 点不在 1 个三角形中就无法被合并。在计算过程中,发现了一个简单而有效的方法,那就是在确定某个粒子的影响域时,直接判断它和近邻粒子是否满足合并条件,如果满足,就将他们合并为 1 个粒子。显然这种方法在搜索近邻粒子时更加有效,因为计算粒子间距是 SPH 算法的 1 个基本内容,因此不用增加额外的计算量。合并后粒子的质量、速度、比内能同样根据守恒定律求出,即新粒子的质量、动量和内能是 2 个被合并粒子的相应物理量之和

$$m'_i = m_i + m_j \tag{8}$$

$$\mathbf{u}'_i = (m_i \mathbf{u}_i + m_j \mathbf{u}_j) / m'_i \tag{9}$$

$$e'_i = (m_i e_i + m_j e_j) / m'_i \tag{10}$$

其他物理量全部采用质量加权法求得

$$\phi'_i = (m_i \phi_i + m_j \phi_j) / m'_i \tag{11}$$

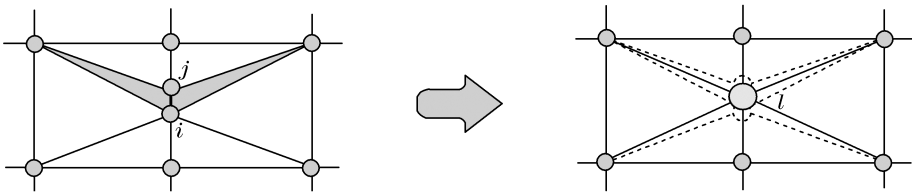


图 2 合并粒子示意图
Fig. 2 Scheme of merging particles

4 算例

4.1 Taylor 碰撞

设直径 $D_0 = 0.76$ cm、长度 $L_0 = 2.54$ cm 的铁柱,以速度 $v_0 = 221$ m/s 法向撞击刚性平板。设铁为理想弹塑性体,材料参数分别为:密度 $\rho = 7.890$ t/m³,剪切模量 $G = 80$ GPa,屈服极限 $Y_0 = 500$ MPa, Grüneisen 因数 $\Gamma = 1.81$,冲击压缩实验中 $D-u$ 线性关系中的常数 $c = 3.6$ km/s, $s = 1.80$ 。初始时刻将

柱体沿长度方向等间距离散成 67 个粒子,直径方向等间距离散成 20 个粒子,初始光滑长度为粒子间距的 1.1 倍。

图 3 给出了采用光滑粒子法计算得到的不同时刻柱体变形图。当 $t=10 \mu s$ 时,粒子分布比较规则,计算也比较稳定。随着计算的进行,柱体的变形越来越大,撞击端附近粒子之间的轴向距离越来越小,径向距离则越来越大,于是核函数影响域中轴向的粒子越来越多,径向的粒子越来越少。虽然在计算中采用了可变光滑长度,但由于在 2 维计算里影响域是半径为 $2h_i$ 的圆,因此光滑长度的变化无法反映粒子的这种各向异性分布形态。当相邻粒子之间的径向距离超过某临界值时,有些粒子便会逸出影响域,从而失去对计算点的贡献,引发数值破坏,计算至 $t=20 \mu s$ 时柱体撞击端中间出现了 1 个空洞。这种数值破坏会随着计算过程的推进而发展,当 $t=40 \mu s$ 时,随着计算的进行,空洞越来越大,并且附近的粒子分布很不规则。数值破坏的出现将带来计算误差和粒子运动的不稳定,严重时可以导致计算中断。

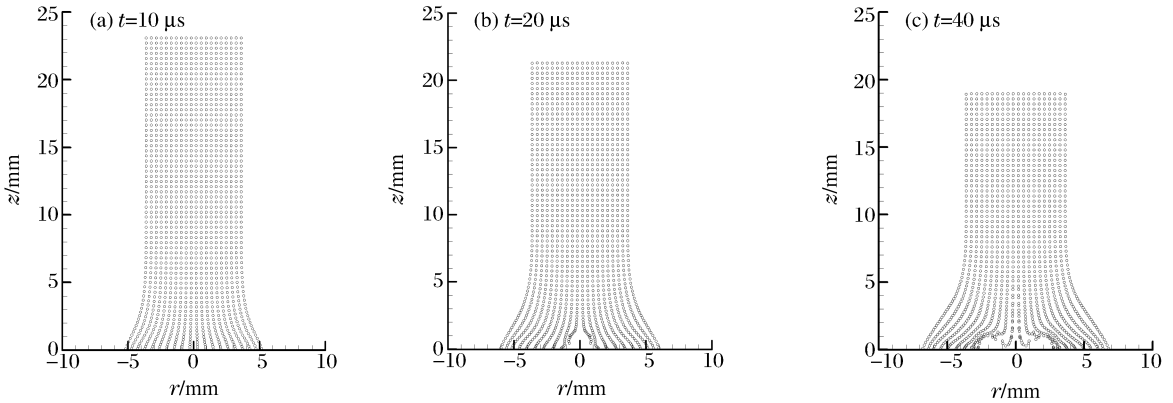


图 3 不同时刻的变形图(传统 SPH 法)

Fig. 3 Deformations at different times by the standard SPH method

为了解决这个问题,采用 SPH 自适应粒子分布法对该算例重新进行了计算。计算中取 $L_{max} = 1.8\Delta, L_{min} = 0.2\Delta, \Delta$ 为初始粒子间距。图 4 给出了 $t=40 \mu s$ 时的计算结果。由图可见,采用 SPH 自适应粒子分布法计算后,数值破坏现象消失了,计算结果十分稳定。图 5 是 3 种不同方法即传统的 SPH 方法、只添加粒子的 SPH 自适应法和既有粒子添加又有粒子合并的 SPH 自适应法,在计算过程中粒子数的对比。由图可见,倘若只添加粒子,则计算过程中粒子数增加了约 10%,而在加入了粒子合并算法后,粒子数只增加了约 5%,因此采用本文中所述方法,计算量增加不大。

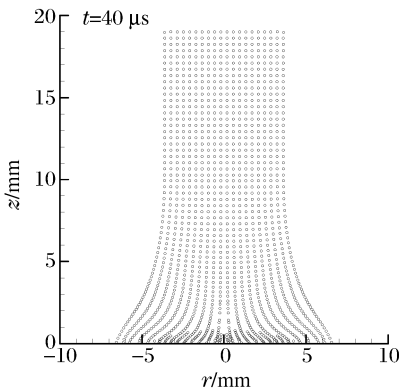


图 4 变形图(自适应粒子分布法)

Fig. 4 Deformation by the adaptive SPH method

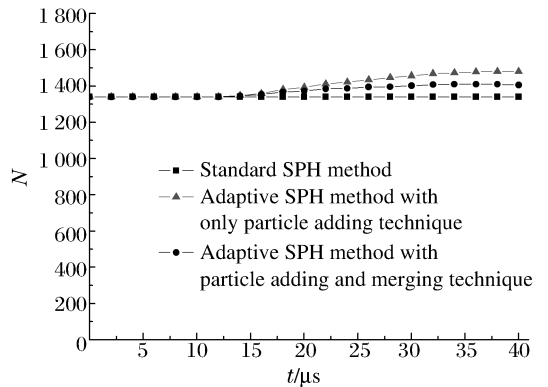


图 5 计算过程中粒子数的对比

Fig. 5 Comparison of number of particles

图 6 为采用本文方法和 K. Shintate 等^[4]方法得到的 $t=40 \mu s$ 时柱体撞击端附近的粒子分布图。由图可见,本文方法的结果中,轴线附近的粒子分布更规则,粒子的运动也更稳定。

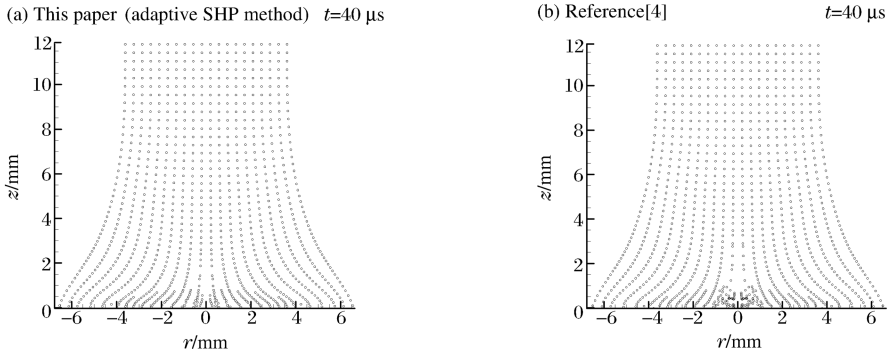


图 6 不同计算方法的变形图

Fig. 6 Deformation by different computational methods

4.2 超高速碰撞

设平头铝杆弹以初始速度 $v_0 = 6 \text{ km/s}$ 正撞击铝靶,弹长 10 mm、弹直径 10 mm,靶厚 4 mm、靶直径 40 mm。靶板和杆弹均为理想弹塑性体,材料参数分别为: $\rho = 2.785 \text{ t/m}^3, G = 27.6 \text{ GPa}, Y_0 = 265 \text{ MPa}, \Gamma = 2.0, c = 5.33 \text{ km/s}, s = 1.338$ 。初始时刻将杆弹沿直径方向和长度方向都等间距离散成 30 个粒子,将靶板沿厚度方向离散成 12 个粒子,直径方向离散成 120 个粒子,初始光滑长度取为粒子间距的 1.1 倍。

图 7 给出了弹靶碰撞后 $t = 2 \mu\text{s}$ 时刻不同计算方法的变形图。图中颜色较淡的粒子表示杆弹,颜色较深的表示靶板。从图上可以看出,杆弹侵入靶体后,由于受到靶板的阻力,弹头逐渐呈现出蘑菇头的形状。随着侵彻的进行,与靶板接触的蘑菇头越来越大,自由面附近的粒子由于受反射拉伸波的作用,粒子间距会越来越大,极易出现因间距过大而逸出影响域的情况,此时采用传统的 SPH 方法便会出现数值破坏现象,靶板表面和弹头外侧的一部分粒子便会因失去相互作用而产生空洞,这显然与实际情况不符。采用本文中所述方法进行计算,则不会出现空洞,粒子分布较匀称和规则。

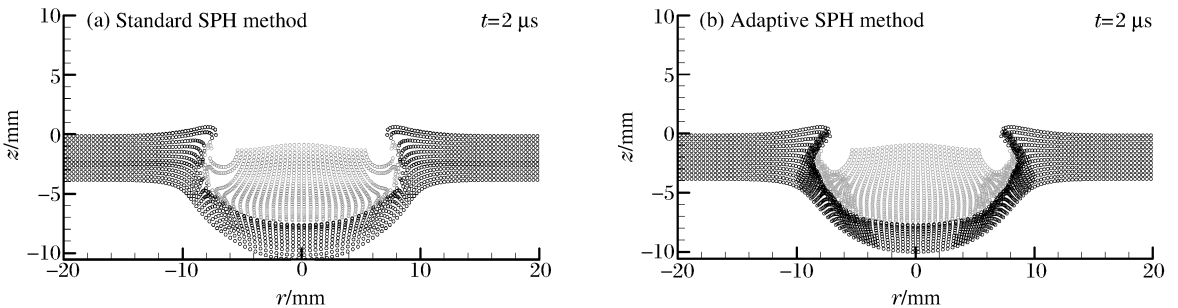


图 7 不同计算方法的变形图

Fig. 7 Deformation by different computational methods

5 结 论

针对 SPH 方法在模拟高速碰撞问题时核函数影响域中粒子出现异常分布所导致的计算问题,从分析粒子间距出发,提出了一种自动添加、合并粒子的算法,该方法可以在一定程度上缓解甚至克服 SPH 方法中存在的一些问题。Taylor 碰撞和超高速碰撞的计算实例说明,由于粒子间距过大逸出影响域而导致的数值破坏被有效地制止了,计算图像与物理实际更接近,粒子过多所带来的计算误差和计算效率降低也在一定程度上得到了缓解。与 K. Shintate 等^[4]所采用的方法相比,该方法得到的粒子分布更规则,计算结果也更稳定。

参考文献:

- [1] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. *Astronomical Journal*, 1977,82:1013-1024.
- [2] Libersky L D, Petschek A G. Smoothed particle hydrodynamics with strength of materials[C]// *Advances in the free Lagrange method*. Berlin: Springer, 1991:248-257.
- [3] Liu G R, Liu M B. Smoothed particle hydrodynamics: A mesh free particle method[M]. Singapore: World Scientific, 2003.
- [4] Shintate K, Sekine H. Numerical simulation of hypervelocity impacts of a projectile on laminated composite plate targets by means of improved SPH method[J]. *Composites; A*, 2004,35:683-692.
- [5] Chen J K, Beraun J E, Jih C J. An improvement for tensile instability in smoothed particle hydrodynamics[J]. *Computational Mechanics*, 1999,23(4):279-287.
- [6] Swegle J W, Attaway S W, Heinstein M W, et al. An analysis of smoothed particle hydrodynamics[R]. SAND93-2513. Albuquerque NM; Sandia National Laboratories, 1994.

A new adaptive SPH method for hypervelocity impact simulation

BIAN Liang* , WANG Xiao-jun, ZHANG Jie

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China)

Abstract: Numerical fracture induced by neighbor particles moving out of the influencing domain of the kernel function may occur in the numerical simulation of hypervelocity impact problems by the standard SPH method. A new adaptive SPH method by adding and merging particles according to the distance between particles was developed to eliminate the numerical fracture. Numerical simulations were carried out on the Taylor and hypervelocity impact samples. Simulated results display that the new adaptive SPH method can effectively eliminate the numerical fracture in the computation and remarkably improve the computational precision.

Key words: solid mechanics; adaptive particle distribution; SPH; hypervelocity impact

* Corresponding author: BIAN Liang

E-mail address: liangb@mail.ustc.edu.cn

(责任编辑 丁 峰)