

文章编号: 1001-1455(2010)01-0080-05

# 针对瞬态位移干涉仪的非线性回归数据分析方法\*

李雪梅, 张林, 李英华, 俞宇颖, 王翔, 马云

(中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理国防科技重点实验室, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** 针对最近发展起来的剖面测量技术——瞬态位移干涉仪, 提出了一种连续的、基于对原始测量信号进行完整重现的非线性回归数据分析方法, 给出了具体的处理过程。与常规的基于离散处理思想的峰值搜寻法相比, 该方法充分利用了原始测量数据信息, 可获得更高的剖面精度, 并对剖面细节具有更强的分辨能力, 当处理材料的低压弹塑性响应时, 优势更明显。以 Sn 和 45 钢在低压冲击加载下的自由面粒子速度剖面测量为例, 对该方法的特点进行了具体分析。

**关键词:** 固体力学; 非线性回归分析; 瞬态位移干涉仪; 速度剖面

**中图分类号:** O348.11

**国标学科代码:** 130 · 1575

**文献标志码:** A

## 1 引言

近年来, 冲击波物理研究领域出现了一种新的剖面测量技术——瞬态位移干涉仪, 主要有 DPS (displacement pin system)<sup>[1]</sup> 和 PDV (photon Doppler velocimeter)<sup>[2-5]</sup>。两者的基本原理完全相同, 都是将参考光和携带多普勒频移的反射光进行频率混合, 通过测量两者的差拍信号来获取运动表面的位移和速度信息, 本质上是一种快速迈克逊干涉仪<sup>[6]</sup>。与传统 VISAR (velocity interferometer system for any reflector) 相比, DPS (或 PDV) 系统具有装配和操作简单、抗震性强、可采用针式探头进行面阵测量等优点<sup>[1-2]</sup>, 目前已广泛应用于材料状态方程、动态断裂等研究领域, 并在诊断材料相变、微喷等现象中具有较好的应用前景<sup>[1,4-5]</sup>。

当瞬态位移干涉仪用于测量运动表面的速度剖面时, 最常用的数据处理方法是峰值搜寻法<sup>[1,3]</sup>, 即在干涉条纹信号中搜索相邻周期的峰值点, 并由相邻峰值点之间的平均条纹频率来获得待测表面的运动速度-时间关系。这种方法形式上是离散的, 本质上则是用平均速度近似即时速度, 优点是数据处理直接简单, 计算效率高。不过它舍弃了 2 个相邻条纹峰值点之间的采样数据, 处理的剖面存在丢失细节以及精度降低等问题。剖面速度越低, 这些问题越突出。

本文中, 针对瞬态位移干涉仪的速度剖面数据处理, 提出一种连续的、基于对测量信号进行重现的非线性回归分析方法。利用该方法对 Sn 和 45 钢在低压冲击加载下的自由面速度测量信号进行处理, 并对该方法的特性进行具体分析。

## 2 瞬态位移干涉仪简介

图 1 给出了瞬态位移干涉仪的工作原理。激光器发出的单频激光被分为 2 路, 其中 1 路作为参考光, 另外 1 路则入射到待测运动表面后发生反射。携带多普勒频移信息的反射光与参考光在干涉腔进行频率混合, 输出差拍信号。设输出端获得的光强信号为  $I(t)$ , 则

$$I(t) = A(t) + B(t) \sin[\phi(t) + \phi_0] \quad (1)$$

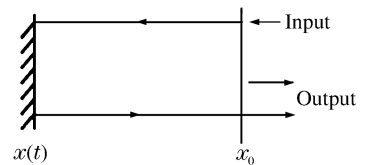


图 1 瞬态位移干涉仪原理  
Fig. 1 Schematic for instantaneous displacement interferometer

\* 收稿日期: 2008-10-07; 修回日期: 2008-11-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(10802080);

冲击波物理与爆轰物理国防科技重点实验室基金项目(9140C6701010901)

作者简介: 李雪梅(1975—), 女, 硕士, 助理研究员。

式中:  $A(t)$  为背景光强,  $B(t)$  为振幅,  $\phi(t)$  为反射光和参考光源的角相位差,  $\phi_0$  为初始角相位差。  $\phi(t)$  直接与待测表面的位移关联

$$\phi(t) = \frac{4\pi}{\lambda}(x(t) - x_0) \quad (2)$$

式中:  $\lambda$  为激光波长, 目前  $DPS$  和  $PDV$  均采用波长  $1\ 550\ nm$  的激光;  $x(t)$  和  $x_0$  为运动表面在  $t$  时刻和零时的空间位置。将式(2)代入式(1), 有

$$I(t) = A(t) + B(t) \sin\left[\frac{4\pi}{\lambda}(x(t) - x_0) + \phi_0\right] \quad (3)$$

### 3 速度剖面处理的峰值搜寻法

峰值搜寻法简单、快速, 是目前常用的速度剖面处理方法。基本思路是通过搜寻干涉条纹各峰值点在时间轴上的位置, 计算每移动 1 个条纹所需要的时间, 从而获得该时间内运动表面的平均速度, 并以该平均速度作为对该时间段中间时刻即时速度的近似<sup>[1]</sup>。

设相邻峰值点在时间轴上的位置分别为  $t$  和  $t + \tau$ , 可以近似计算  $t + \tau/2$  时刻的即时速度

$$u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \approx \frac{\lambda}{2\tau} \quad (4)$$

利用峰值搜寻法处理速度剖面精度相对较低, 特别是运动表面的速度较低时。首先, 式(4)本身就是 1 个近似式, 而且速度越低, 干涉条纹的周期越长, 可能的偏差就越大。其次, 在记录干涉信号时, 由于离散采样的关系, 采样得到的峰值点位置与实际位置不可避免地存在偏差, 这进一步降低了式(4)的精度。

峰值搜寻法处理速度剖面还容易丢失剖面细节。其原因在于, 该方法舍弃了峰值点之间的采样数据, 而只利用了很少的峰值信号。速度越低, 干涉条纹的周期越长, 峰值点就越少, 问题也就越突出。

### 4 速度剖面处理的非线性回归分析

利用位移和速度之间的关系, 可将式(3)改写为

$$I(t) = A(t) + B(t) \sin\left[\int_{t_0}^t \frac{4\pi}{\lambda} u(t) dt + \phi_0\right] \quad (5)$$

式中:  $u(t)$  为运动表面在  $t$  时刻的即时速度。式(5)表示了实验测量信号的期望函数, 利用非线性回归分析可以直接确定  $A(t)$ 、 $B(t)$ 、 $u(t)$  的最佳拟合值。

将  $A(t)$ 、 $B(t)$  分别用 Taylor 级数展开,  $u(t)$  用罗朗级数展开

$$A(t) = \sum_{i=0}^m A_i t^i \quad (6)$$

$$B(t) = \sum_{i=0}^n B_i t^i \quad (7)$$

$$u(t) = \sum_{i=l}^p C_i t^i \quad (8)$$

为了便于拟合, 这里限定  $A(t)$ 、 $B(t)$  采用相等的级数项数, 即  $m = n$ 。将式(6)~(8)代入式(5), 有

$$I(t) = \sum_{i=0}^m A_i t^i + \sum_{i=0}^n B_i t^i \sin\left[\frac{4\pi}{\lambda} \sum_{i=l, i \neq -1}^p \frac{1}{i+1} C_i (t^{i+1} - t_0^{i+1}) + C_i \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \delta_{-1, i} + \phi_0\right] \quad (9)$$

式中:  $\delta$  为克诺狄克符号。

式(9)中需要拟合的参数为  $A_i$ 、 $B_i$ 、 $C_i$  和  $\phi_0$ , 具体拟合过程如下。

(1) 估算  $A_i$  和  $B_i$  的初值: (a) 搜索  $I(t)$  的所有峰值点和谷值点, 他们分别形成  $I(t)$  的上包络线和下包络线; (b) 对峰值点形成的上包络线进行线性多项式拟合, 多项式的项数和形式与  $A(t)$  和  $B(t)$  相同, 拟合系数用  $k_i$  ( $i=0, 1, \dots, m$ ) 表示; (c) 对谷值点形成的下包络线进行线性多项式拟合, 多项式的项数

和形式也与  $A(t)$  和  $B(t)$  相同,拟合系数用  $l_i (i=0, 1, \dots, n)$  表示;(d) 获得  $A_i$  和  $B_i$  的初值近似,  $A_i \approx (k_i + l_i)/2, B_i \approx (k_i - l_i)/2$ 。

(2) 估算  $C_i$  和  $\phi_0$  的初值:(a) 利用峰值搜寻法获得粗略的  $u(t)$  曲线;(b) 按照式(8)对该  $u(t)$  曲线进行线性多项式拟合,得出拟合系数  $C_i (i=l, l+1, \dots, p)$  的初值,  $\phi_0$  的初值直接设为 0。

(3) 按式(9)进行非线性回归分析,获得最终的拟合参数。

非线性回归分析的迭代计算有许多种,本文中采用高斯-牛顿迭代法<sup>[7]</sup>。基本思路是利用期望函数(即式(9))的线性近似,通过迭代不断改善拟合参数向量的值,直到迭代无变化或变化很弱为止。

设  $\boldsymbol{\theta} = (A_0, A_1, \dots, A_m, B_0, B_1, \dots, B_n, C_l, C_{l+1}, \dots, C_p, \phi_0)^T = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T$  为待求参数向量,  $P$  为参数总数,  $\boldsymbol{\theta}_0$  为给定初值向量。这样式(9)可表示为  $\mathbf{I} = \mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$ , 其中  $\mathbf{I} = (I_{t_1}, I_{t_2}, \dots, I_{t_N})^T, N$  为采样数。

首先,将期望函数  $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$  在  $\boldsymbol{\theta}_0$  处做 1 阶泰勒展开,有

$$\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{I}(\boldsymbol{\theta}_0) + \mathbf{v}_{k1}(\theta_1 - \theta_{10}) + \mathbf{v}_{k2}(\theta_2 - \theta_{20}) + \dots + \mathbf{v}_{kP}(\theta_P - \theta_{P0}) \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{v}_{kq} = \left. \frac{\partial \mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_q} \right|_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0, t=t_k}$  为  $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$  关于第  $q$  个拟合参数  $\theta_q$  的偏导数在  $t_k$  时刻和参数初值  $\boldsymbol{\theta}_0$  处的取值。

记  $\mathbf{v}_0 = (\mathbf{v}_{k1}, \mathbf{v}_{k2}, \dots, \mathbf{v}_{kq})$ ,  $\mathbf{v}_0$  为  $N \times P$  阶矩阵,  $\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0$ 。这时,式(10)可写为

$$\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}) \approx \boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}_0) + \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\delta} \quad (11)$$

这等价于将  $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$  的拟合残差  $\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta})$  ( $\mathbf{y}$  为  $\mathbf{I}$  的测量真值)近似表示为

$$\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}_0) \approx \mathbf{y} - [\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}_0) + \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\delta}] = \mathbf{Z}_0 - \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\delta} \quad (12)$$

然后,利用式(12)计算高斯增量  $\boldsymbol{\delta}_0$ ,使近似残差平方和  $\|\mathbf{Z}_0 - \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\delta}\|^2$  达到最小。引入可调参数  $\lambda (0 < \lambda < 1)$ ,使拟合值  $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}_1) = \boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}_0 + \lambda \boldsymbol{\delta}_0)$  比  $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}_0)$  更靠近测量真值  $\mathbf{y}$ 。这时,重新将期望函数  $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$  在新的参数向量  $\boldsymbol{\theta}_1 = \boldsymbol{\theta}_0 + \lambda \boldsymbol{\delta}_0$  处进行 1 阶泰勒展开,开始另 1 次迭代过程,继续计算新的残差  $\mathbf{Z}_1 = \mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}_1)$  和新的增量  $\boldsymbol{\delta}_1$ 。重复上述过程,直到达到收敛,这时便获得了参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  的最佳拟合值。

实际应用时,由于在测试时间内信号幅值往往会发生较大变化,这时可以将数据分段,再分段进行非线性回归分析。

非线性回归方法有多种,除采用牛顿迭代法外,也可采用诸如共轭梯度法等其他方法。采用不同的非线性数据处理方法得到的结果会略有差异,但主要差别还在于迭代次数和逼近速度。限于篇幅,不进行具体比较。

## 5 计算实例

### 5.1 Sn 的低压弹塑性响应

以锡的低压冲击响应为例,采用非线性回归分析方法对 DPS 系统测量信号进行处理,获得自由面速度剖面,与峰值搜寻法结果比较,分析该方法在低速冲击下的应用优势。

实验采用厚 3.2 mm 的无氧铜飞片以弹速 632 m/s 撞击厚 4 mm 的 Sn 样品,这时 Sn 内冲击压力为约 9.1 GPa。用 DPS 系统测量 Sn 的自由面速度剖面。

图 2 给出了 Sn 在弹塑性加载段的光强信号和分别采用非线性拟合和峰值搜寻法获得的自由面速度剖面。可以看出,在弹性起跳段以及弹性-塑性转变阶段,由于粒子速度较低,实测光强信号对应的条纹周期较长,最长达 30 ns,是后继塑性波条纹周期的数十倍。这时采用峰值搜寻法获得的离散数据点明显偏少(图 2(b)中的■点),对 Sn 中发生的弹性加载-塑性加载等特征信息的分辨能力显得有些不足。在弹性响应段,第 1 个非零数据点出现在  $t=124$  ns 左右,对  $t=100 \sim 124$  ns 时间段内的弹性响应则没有相应的数据点;对  $t=124 \sim 180$  ns 时间段内的弹性-塑性转变,也只有为数不多的几个点(平均速度),无法较好地反映细节。而采用非线性拟合方法较好地对测量信号进行了重现和还原(见图 2(a),为了比较,在 A 轴作了平移),同时,由于该方法充分利用了测量信号的全部数据点,所获得的速度剖面为连续曲线(见图 2(b)),对 Sn 在低压冲击加载下发生的弹性-塑性转变能较好地分辨。另外,采用峰值搜寻法时,由于离散采样,查找到的峰值点往往有一定的偏离,导致计算出来的速度即使在匀速运动时也

有一定的振荡(见图 2(b)中的平台段),一般需要经过光滑处理;而非线性回归分析方法则是基于对整个测量信号进行完整重现来获取速度,由此得到的剖面光滑得多。

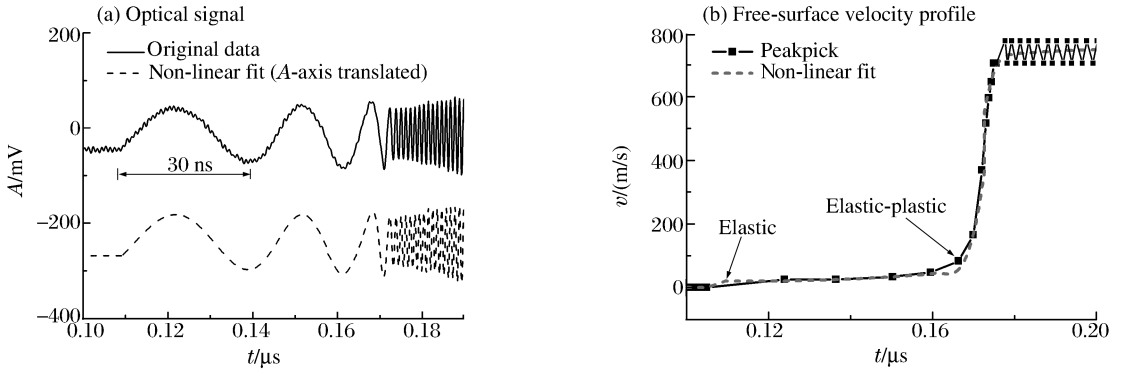


图 2 Sn 在低压冲击加载下的自由面速度剖面测量

Fig. 2 Free-surface velocity profile for Sn under low pressure shock

### 5.2 45 钢的低压弹塑性响应和层裂

非线性回归分析方法是一种针对瞬态位移干涉仪的通用速度剖面数据处理方法。除了在处理低压响应时的优势外,对于常规测量信号,利用该方法也可获得高精度的速度剖面。以 45 钢的低压弹塑性响应和动态拉伸断裂为例,利用该方法获得其自由面粒子速度剖面,以此验证适用性。

实验采用厚 2 mm 的 45 钢飞片以弹速 660 m/s 撞击厚 10 mm 的 45 钢样品,这时样品内的冲击压力约为 14 GPa。用 DPS 系统测量自由面速度剖面。

图 3(a)给出了测量信号以及相应的非线性回归分析结果,无论是在弹塑性阶段还是在后面的动态拉伸段,拟合信号与原始测量信号均符合较好(受空间限制,图中只给出了弹塑性段的对比曲线)。图 3 (b)为非线性回归分析方法得出的自由面粒子速度剖面,剖面上能明显观察到 45 钢在冲击压缩阶段的弹性-塑性响应的特征信息,以及在冲击拉伸阶段发生的层裂震荡。可见,对于常规的速度剖面,非线性回归方法仍然不失为一种有效的数据处理方法;并且,它采用传统峰值搜寻法得到的速度剖面结果给出拟合参数的参考初值,并进行最优化拟合,因此,该方法具有更高的精度。

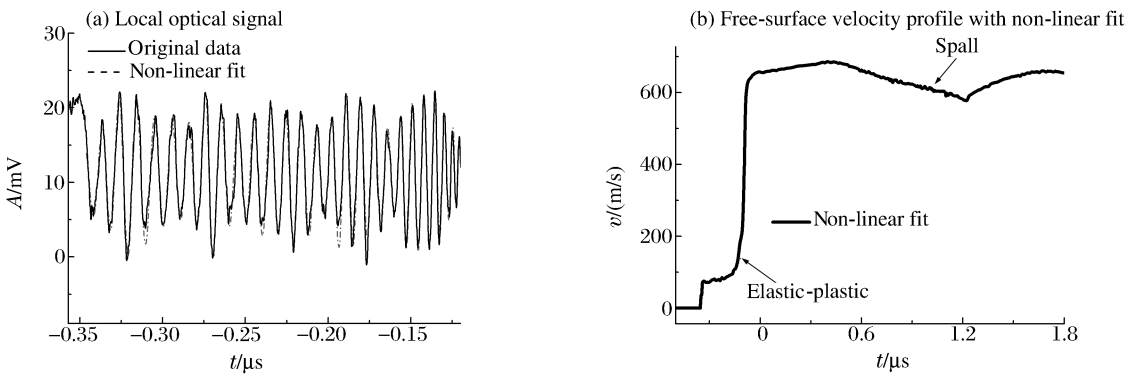


图 3 45 钢在冲击加载下的自由面速度剖面测量

Fig. 3 Free-surface velocity profile for 45 steel under low pressure shock

## 6 总 结

对于 DPS(或 PDV)系统,非线性回归分析方法是一种连续的速度剖面处理方法,它利用非线性回归分析,在对连续测量信号进行完整拟合的基础上,获得速度剖面。

(1)与传统峰值搜寻法只采用测量信号中的少量采样点相比,该方法充分利用了全部原始测量数据,可以较好地原始测量数据进行重现,对于速度剖面的细节具有更强的分辨能力。当处理材料在低

压下的弹塑性冲击响应时,在测量信号条纹周期较长的低速段,非线性回归分析方法的优势更突出。

(2)该方法能有效地处理常规的瞬态位移干涉仪测量信号。并且,由于它先采用传统峰值搜寻法得到的速度剖面结果给出速度拟合参数的参考初值,然后在对测量信号进行完整重现的基础上获取参数的最大优化值,因此,该方法具有更高的剖面精度。

### 参考文献:

- [1] 王翔. 激光多普勒效应绝对测量技术研究总结[R]. 绵阳:中国工程物理研究院流体物理研究所,2007:1-31.
- [2] Strand O T, Berzins L V, Goosman D R, et al. Velocimetry using heterodyne techniques[C]//Paisley D L, Snyder D R, Thompson B J. Proceedings of SPIE. Bellingham, WA, 2005:593-599.
- [3] Strand O T, Goosman D R, Martinez C, et al. Compact system for high-speed velocimetry using heterodyne techniques[J]. Review of Scientific Instruments, 2006,77(8):083108.
- [4] Routley N R, Price E, Keightley P T, et al. An investigation of surface velocimetry of shocked polyethylene using hetv[C]//Elert M, Furnish M D, Chau R, et al. Shock Compression of Condensed Matter—2007. American Institute of Physics, 2007:1131-1134.
- [5] Jensen B J, Holtkamp D B, Rigg P A. Accuracy limits and window corrections for photon Doppler velocimetry[J]. Journal of Applied Physics, 2007,101:013523.
- [6] Barker L M, Hollenbach R E. Interferometer technique for measuring the dynamic mechanical properties of materials[J]. Review of Scientific Instruments, 1965,36:1617-1620.
- [7] Bates D M, Watts D G. 非线性回归分析及其应用[M]. 北京:中国统计出版社,1997:36-73.

## Non-linear regression analysis method for velocity profile processing of instantaneous displacement interferometer\*

LI Xue-mei, ZHANG Lin, LI Ying-hua, YU Yu-ying, WANG Xiang, MA Yun  
(National Key Laboratory of Shock Wave and Detonation Physics, Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China)

**Abstract:** A new method for velocity profile data processing of updated instantaneous displacement interferometer is developed in this paper, which mainly aims at the DPS (displacement pin system) in China and PDV (photon Doppler velocimeter) in America. This method is based on the idea of revivifying measured signal by non-linear regression analysis(NLRA), and the main analyzing process is presented. Comparing with the traditional Pick-Peaks method which is based on discrete data processing idea, it can obtain higher accuracy for velocity profile and has a stronger ability to distinguish its details, especially when it is used to deal with elastic-plastic low pressure impact response of materials. At last, the characteristics of this method are discussed in detail by calculating the free-surface velocity profiles of Sn and 45 steel undergoing a low pressure planar impact and measured with DPS.

**Key words:** solid mechanics; non-linear regression analysis; instantaneous displacement interferometer; velocity profile

\* Received 7 October 2008; Revised 12 November 2008

Supported by the National Natural Science Foundation of China (10802080)

Corresponding author: LI Xue-mei, lxm023@yahoo.com.cn