

文章编号: 1001-1455(2010)04-0355-06

非线性侵彻动力过程的再生核质点法*

赵光明¹, 宋顺成²

(1. 安徽理工大学煤矿安全高效开采省部共建教育部重点实验室, 安徽 淮南 232001;

2. 西南交通大学力学与工程学院, 四川 成都 610031)

摘要: 通过在再生核质点法中引入 Johnson-Cook 本构方程及损伤模型, 并利用新型的滑移面算法及配点法解决再生核质点法中的接触面和质点滑移问题, 方便实现边界条件和计算过程中质点速度调整。通过侵彻过程再生核质点法研究, 实现了弹丸侵彻靶板过程的模拟分析, 避免了有限元法中单元严重变形和破坏过程的网格重构困难, 提高了分析精度和计算速度, 可方便模拟侵彻的大变形和高应变率现象。

关键词: 爆炸力学; 侵彻; 再生核质点法; 高速冲击; 非线性

中图分类号: O385

国标学科代码: 130 · 3530

文献标志码: A

1 引言

动力侵彻过程是力学研究中的一个重要课题, 它与军事、科技、国民经济的发展密切相关。因为侵彻实验速度有限、费用比较高, 数值模拟成为侵彻过程研究的有效方法。由于侵彻过程涉及高温、高压和高速度, 压力梯度、温度梯度、位移速度梯度很大, 侵彻过程中材料破坏涉及冲塞、侵彻、层裂、崩落、溅飞等各种不同复杂形式, 因此侵彻过程研究及其数值模拟是动力学中的难点^[1-2]。目前常用的方法有拉格朗日(Lagrange)、欧拉(Euler)、拉格朗日-欧拉耦合(ALE)以及光滑质点流体动力学(SPH)法等。欧拉法难以跟踪界面位置, 计算时间长, 强度(失效)状态和位移历程关系计算精度差等; 拉氏法当网格变形严重时需要网格重分, 导致计算精度下降, 甚至计算失败。而 SPH 法更适合超高速撞击等大变形、高应变率现象的数值模拟, 是一种无网格的拉格朗日法, 比其他方法具有更大的实用性^[3-5]。W. K. Liu 等^[6-7]的研究表明, SPH 法不能完全满足一致性条件, 而且采用此法偏微分方程时, 边界点的解不稳定, 他们通入修正函数, 对 SPH 方法进行改进, 提出了新型的再生核质点法(reproducing kernel particle method, RKPM)。

侵彻过程的数值模拟, 在很大程度上取决于材料的本构模型。本文中, 通过引入 Johnson-Cook 本构模型及损伤模型, 采用 RKPM 无网格法实现高速侵彻过程数值模拟, 同理论解的结果进行比较, 验证数值模拟方法的有效性。

2 RKPM 形函数

由于 SPH 对于边界点以及不规则离散点不能精确求解, W. K. Liu 等^[6-7]对 SPH 方法作了改进, 提出了再生核质点法。在 SPH 方法^[3]中, 任意函数可以近似为

$$u(x) \approx u_a(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x-s)u(s)ds \quad (1)$$

式中: x 是空间点, s 是领域内的点。在 Dirac Delta 条件下, 很难解决离散化问题, 为此, 进行修改^[6]

$$u(x) \approx u_a(x) = \int_{\Omega} \bar{\varphi}_a(x-s)u(s)ds \quad (2)$$

* 收稿日期: 2009-03-17; 修回日期: 2009-06-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(50804003); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目;

安徽省优秀青年科技基金项目(08040106831); 高校省级自然科学研究项目(KJ2008A125)

作者简介: 赵光明(1976—), 男, 副教授, 硕士生导师。

式中: $u_a(x)$ 称为 $u(x)$ 的再生函数, α 是膨胀系数, 修正核函数 $\bar{\varphi}_\alpha$ 可以表示为

$$\bar{\varphi}_\alpha(x-s) = C(x-s)\varphi_\alpha(x-s) \quad (3)$$

$$\varphi_\alpha(x-s) = \frac{1}{\alpha} \varphi\left(\frac{x-s}{\alpha}\right) \quad (4)$$

式中: $C(x-s)$ 是修正函数。通过修正, RKPM 方法可以避免 SPH 方法在区域的适用性

$$C(x-s) = \sum_{i=0}^N r_i(x)(x-s)^i = \mathbf{H}^T(x-s)\mathbf{r}(x) \quad (5)$$

式中

$$\mathbf{H}^T(x-s) = (1, x-s, (x-s)^2, \dots, (x-s)^N) \quad (6)$$

$$\mathbf{r}^T(x-s) = (r_0(x), r_1(x), r_2(x), \dots, r_N(x)) \quad (7)$$

根据 Taylor 级数展开式(2), 可以得到

$$u_a(s) = z_0(x)u(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} z_n(x) \frac{d^n u}{dx^n} \quad (8)$$

$$z_n(x) = \int_{\Omega} (x-s)^n C(x-s)\varphi_\alpha(x-s) ds = \sum_{k=0}^N r_k(x)m_{n+k}(x) \quad (9)$$

所以

$$\bar{\varphi}_\alpha(x-s) = C(x-s)\varphi_\alpha(x-s) = \varphi_\alpha(x-s)\mathbf{H}^T(x-s)\mathbf{M}^{-1}(x)\mathbf{H}(0) \quad (10)$$

式中

$$\mathbf{M}(x) = \begin{pmatrix} m_0(x) & m_1(x) & \cdots & m_N(x) \\ m_1(x) & m_2(x) & \cdots & m_{N+1}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ m_N(x) & m_{N+1}(x) & \cdots & m_{2N}(x) \end{pmatrix} \quad (11)$$

将再生方程离散为

$$u_a(x) \approx \sum_{i=1}^n \bar{\varphi}_\alpha(x-x_i)u(x_i)\Delta V_i = \sum_{i=1}^n \Psi_{a,i}(x)u_i \quad (12)$$

$$\Psi_i(x) = \mathbf{H}^T(0)\mathbf{M}^{-1}(x)\mathbf{H}(x-x_i)\Phi_\alpha(x-x_i)\Delta V_i \quad (13)$$

式中: x_i 表示质点, n 是计算域内质点数量, ΔV_i 表示质点 x_i 的体积, Ψ_i 称为再生核质点法的形函数。

3 侵彻材料的本构关系

根据 Johnson-Cook 本构方程^[8], 材料的 Mises 等效应力

$$\sigma = (A + B\epsilon^n)(1 + C \ln \dot{\epsilon}^*)(1 - T^{*m}) \quad (14)$$

式中: ϵ 为等效塑性应变, $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$, 为量纲一等效塑性应变, 通常取 $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$; $T^* = T/T_m$, 为量纲一温度, T_m 为材料熔化温度; A 、 B 、 C 、 n 和 m 为材料常数。

弹丸材料的状态方程一般可以通过 Grüneisen 状态方程表示

$$p = K_1\mu + K_2\mu^2 + K_3\mu^3 + \Gamma E(1 + \mu) \quad (15)$$

式中: K_1 、 K_2 和 K_3 是材料常数, $\mu = \rho/\rho_0 - 1$ 。

根据 Johnson-Cook 模型, 单元内材料的损伤演化定义为

$$D = \sum \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon_f} \quad (16)$$

式中: $D \leq 1$, 当 $D=1$ 时材料出现断裂; $\Delta\epsilon$ 为每个积分步长中等效塑性应变的增量, ϵ_f 为等效断裂应变, 该应变与应变率、温度及压力有关

$$\epsilon_f = (D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)) (1 + D_4 \ln \dot{\epsilon}^*) (1 + D_5 T^*) \quad (17)$$

式中: 量纲一压力 $\sigma^* = \sigma_m/\sigma$, $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, σ 是 Von Mises 等效应力, D_1 、 D_2 、 D_3 、 D_4 和 D_5 为材料常数。当 $\sigma^* \geq 1.5$ 时, 式(17)不再合适, 此时 $\epsilon_f = \epsilon_{f, \min}$, $\epsilon_{f, \min}$ 为材料常数。

4 滑移面算法

通常滑移面处理时,滑移面条件(不可侵入条件、法向接触力为压力的条件及切向摩擦力的条件)都是不等式约束,需要通过拉格朗日乘子法或罚参数法将约束条件引入变分原理。具体处理时,事先通过试探的方法将不等式约束改为等式约束引入方程并进行方程求解,计算后利用不等式条件对解的结果进行检查,这样反复迭代求解,直至满足条件。传统的滑移面处理过程异常复杂,计算量非常大,精度低,对于 RKPM 不适合,也不易实现,为此引入了新的滑移面处理法^[9]。

图 1 给出了二维问题滑移面处理方法。计算过程中,首先检查从滑移面质点 A 在下一时间步时处于主滑移面的哪两个质点之间,并检查从滑移面质点与主滑移面的关系。在图 2 中,ED 和 FN 是两条铅垂线,EF 与 DF、A₃'F 与 FH 相互垂直。

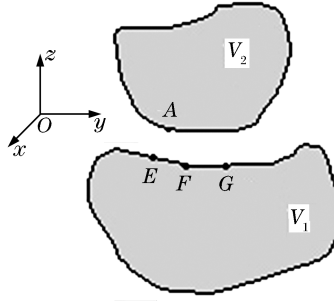


图 1 滑移面

Fig.1 Sliding surface

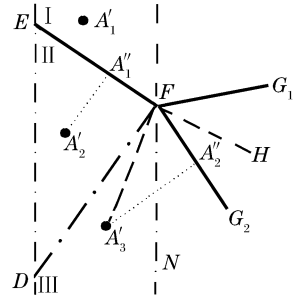


图 2 二维滑移面分析

Fig.2 Analysis on 2D sliding surface

从滑移面质点 A 移动后可能位于主滑移面的 3 种位置,即 A 可能在 I、II 或 III 区域内点 A₁'、A₂'或 A₃'。如果在 I 内 A₁'位置,说明从质点移动后在滑移面之外,不发生接触,此时质点间的各种物理量不需要发生交换;如果在 II、III 内,说明从质点已侵入主滑移面内,按不侵入条件,则立即将质点 A 垂直拉到滑移面上。对于区域 II 而言,A' (A₂')应垂直拉到 EF 面的 A₂''处,并且重新确定从质点 A(A₂')和主质点 E、F 的法向速度分量,并保持切向速度分量不变

$$\frac{v_A^+ - v_E^+}{v_F^+ - v_E^+} = \frac{l_{EA'}}{l_{EF}} \tag{18}$$

$$(v_E^+ - v_E^-)m_E l_{EF} = -(v_A^+ - v_A^-)m_A l_{A'F} \tag{19}$$

$$(v_F^+ - v_F^-)m_F l_{EF} = -(v_A^+ - v_A^-)m_A l_{A'E} \tag{20}$$

式中:m、l 分别表示质点质量和线段长度,v⁺、v⁻ 分别是拉动后、前的质点的法向速度。可以证明,式(18)~(20)既保证了滑移面质点的动量守恒,也保证了动量矩守恒。如果质点 A 位移后在区域 III 内 A₃'位置,此时还须检查相邻主滑移面质点线段 FG 的位置情况。如果 FG 在 FH 以下,如 FG 在 FG₂ 位置,则将 A₃'垂直拉到 FG₂ 上的 A₂'',速度可按上述原理发生交换;如果 FG 在 FH 以上(如 FG 在 FG₁ 位置)或与 FH 在同一位置,质点 A 只与质点 F 在垂向发生速度调整,即 A 和 F 调整后的垂向速度

$$v_{Ay}^+ = v_{Fy}^+ = (m_A v_{Ay}^- + m_F v_{Fy}^-) / (m_A + m_F) \tag{21}$$

切向方向速度不发生改变。

对于三维问题计算,首先以质点为顶点,将主滑移面划分成相连的三角形区域。当主、从滑移面发生接触时,判断从滑移面上的某一质点处于主滑移面哪一个三角形区域,并按照二维问题类似的标准判断,将该从接触质点与三角形顶点的 3 个质点发生速度调整。

5 速度配点法

对于给定的速度边界条件及滑移面质点速度的调整,本文中提出了速度配点法。在计算域 Ω 内的 N_P 个质点可以分为 N_B 个给定速度质点和 N_N 个非给定速度质点,N_P = N_B + N_N。RKPM 法中,质点速度可类似给出

$$\dot{u}(x) = \sum_{I=1}^{N_P} \Psi_I(x) \dot{u}_I = \sum_{i=1}^{N_B} \Psi_i(x) \dot{u}_i + \sum_{j=N_B+1}^{N_B+N_N} \Psi_j(x) \dot{u}_j \tag{22}$$

给定质点速度

$$(\dot{u}(x_1), \dot{u}(x_2), \dots, \dot{u}(x_{N_B}))^T = (g_1, g_2, \dots, g_{N_B})^T \tag{23}$$

将式(23)代入式(22),可以得到

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_{N_B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1(x_1) & \dots & \Psi_1(x_{N_B}) \\ \vdots & & \vdots \\ \Psi_1(x_{N_B}) & \dots & \Psi_{N_B}(x_{N_B}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \vdots \\ \dot{u}_{N_B} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Psi_{N_B+1}(x_1) & \dots & \Psi_{N_B+N_N}(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \Psi_{N_B+1}(x_{N_B}) & \dots & \Psi_{N_B+N_N}(x_{N_B}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_{N_B+1} \\ \vdots \\ \dot{u}_{N_B+N_N} \end{pmatrix} \tag{24}$$

简记为

$$g = J\dot{u}_{N_B} + G\dot{u}_{N_N} \tag{25}$$

则实现方法为

$$\dot{u}_{N_B} = J^{-1}(g - G\dot{u}_{N_N}) \tag{26}$$

本质边界条件及加速度边界条件也可采用与本配点法相同的方法实现。

6 弹丸侵彻靶板算例

根据理论编制了非线性侵彻动力过程数值分析的 RKPM 法,对具体算例进行计算,验证上述算法。

钢质圆柱型弹丸直径 15 mm,长度 50 mm,周边固定的钢板厚度 300 mm,弹丸以 1 km/s 速度、与钢板表面法线方向倾斜角 $\theta=10^\circ$ 入射钢板。状态方程参数分别为: $\rho_0=7.8 \text{ t/m}^3, K_1=149 \text{ GPa}, K_2=0, K_3=0$;本构和损伤参数分别为: $A=790 \text{ MPa}, B=510 \text{ MPa}, C=0.015, n=0.27, m=1.05, D_1=0.47 \times 10^{-5}, D_2=-9.0, D_3=3.0, D_4=0, D_5=0.78$,溶化温度 $T_m=1.8 \text{ kK}$,初始温度 $T_0=293 \text{ K}$ 。

由于具有对称性,取弹丸和靶板的一半作为分析模型,并划分成质点,作为计算基点。图 3 给出弹丸侵彻前后的质点动态变化图,可以看出靶板在弹丸侵彻过程中破碎和弯曲变形。

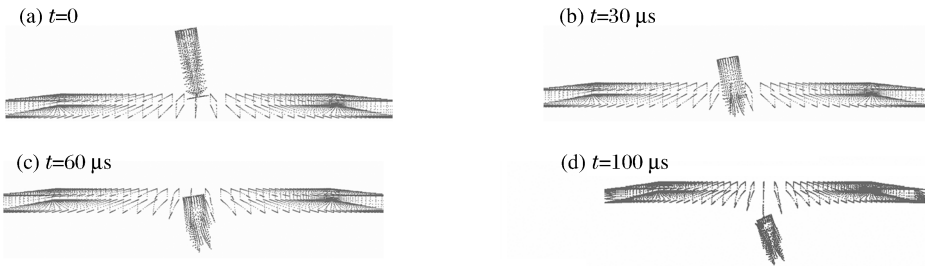


图 3 弹丸与靶板侵彻过程的质点动态图

Fig. 3 The dynamic particles' photo of pellet into steel plate

图 4~5 为计算给出的弹丸和靶板不同时刻应力分布云图。可以看出, $t=30 \mu\text{s}$ 时弹丸端头部出现明显的破坏断裂,局部应力达到 1.2 GPa 以上。靶板应力成近乎圆形的分布规律向四周扩散。

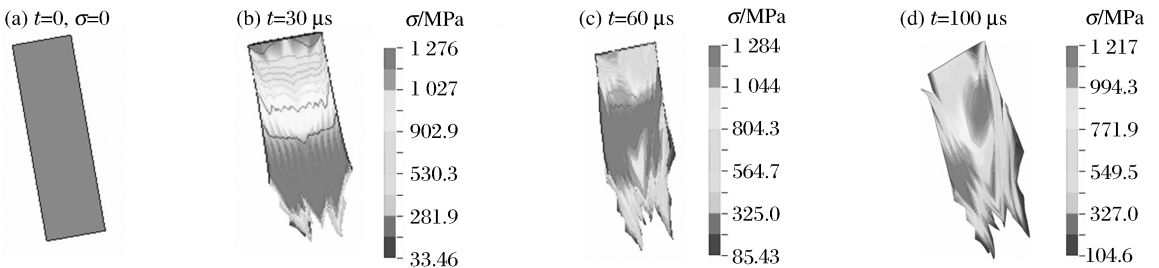


图 4 弹丸应力分布

Fig. 4 Nephogram of stress of pellet

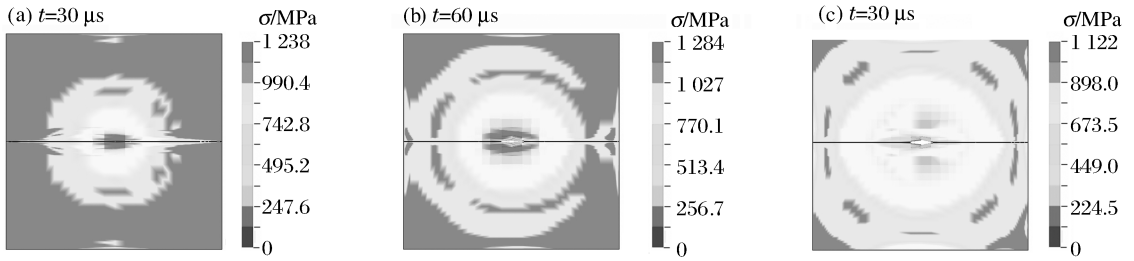


图 5 靶板应力分布

Fig. 5 Nephogram of stress of steel plate

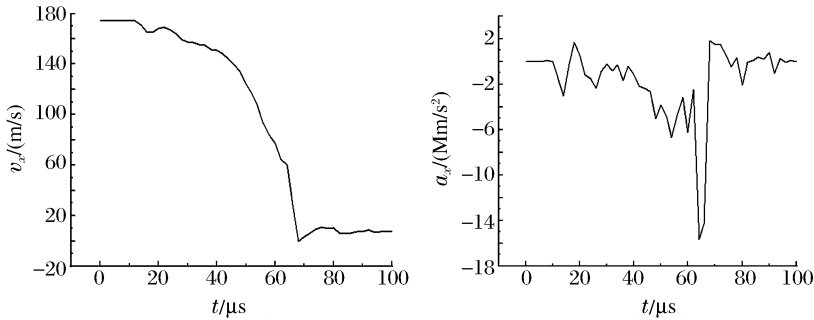


图 6 弹丸尾部中心点水平速度和加速度

Fig. 6 Velocity and acceleration at the center point of end part of pellet

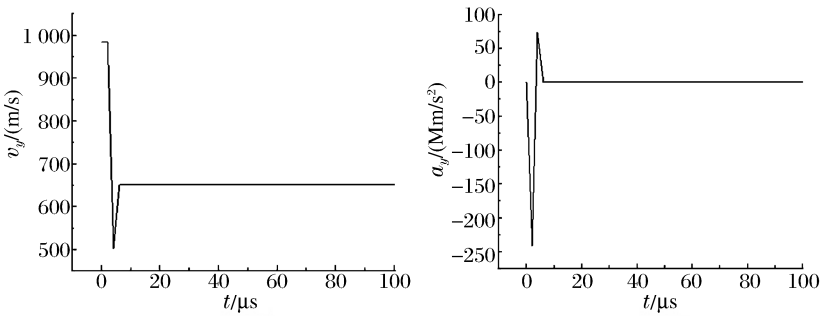


图 7 弹丸端头部中心点垂直速度和加速度

Fig. 7 Vertical velocity and acceleration at the center point of head part of pellet

图 6 分别给出了弹丸尾部中心点水平方向的速度和加速度变化图,弹丸经过侵彻后水平方向的速度基本减至 0。图 7 计算给出了弹丸端头部中心点的速度变化和加速度变化图。

选择初始速度分别为 0.6、1.0、1.2 和 1.5 km/s 进行计算,并将弹体入射后的剩余速度与理论解^[10]进行比较,结果如图 8,两者完全一致。

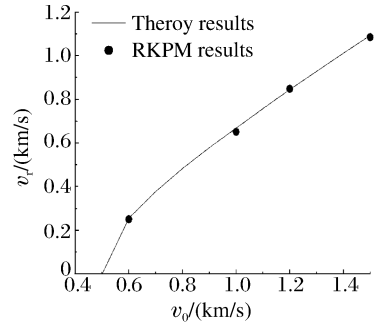


图 8 弹体剩余速度

Fig. 8 Residual velocity of pellet

7 结 论

利用再生核质点法计算模拟了侵彻过程。在侵彻阶段的计算中,将弹丸和靶板划分核质点,不需要划分成单元,利用 RKPM 方法对侵彻过程进行大应变、高应变率计算,避免了有限单元法网格重分问题,减少了计算的难度,提高了计算的精度和速度。此外,为了方便解决 RKPM 方法中的滑移面接触和边界条件问题,提出了新的滑移面算法和配点法。数值模拟结果表明,本方法易于编程,计算精度较高。

参考文献:

[1] 宋顺成,才鸿年. 弹丸侵彻混凝土的 SPH 算法[J]. 爆炸与冲击,2003,23(1):56-60.
 SONG Shun-cheng, CAI Hong-nian. SPH algorithm for projectile penetrating into concrete[J]. Explosion and Shock Waves, 2003,23(1):56-60.

[2] 宋顺成,李国斌,才鸿年,等. 战斗部对混凝土先侵彻后爆轰的数值模拟[J]. 兵工学报,2006,27(2):230-234.
 SONG Shun-cheng, LI Guo-bin, CAI Hong-nian, et al. Numerical simulation of penetration-then-detonation of concrete target with projectile[J]. Acta Armamentarii, 2006,27(2):230-234.

- [3] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. *The Astronomical Journal*, 1977,82: 1013-1024.
- [4] Hayhurst C J, Clegg R A. Cylindrically symmetric SPH simulations of hypervelocity impacts on thin plates[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1997,20:337-348.
- [5] Dancygier A N, Yankelevsky D Z. High strength concrete response to hard projectile impact[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1996,18(6):583-599.
- [6] Liu W K, Jun S, Zhang Y F. Reproducing kernel particle method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1995,20(8-9):1081-1106.
- [7] Liu W K, Jun S, Li S F, et al. Reproducing kernel particle methods for structural dynamics[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1995,38(10):1655-1679.
- [8] Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A computational constitutive model for concrete subjective to large strain, high strain rates, and high pressure[C]//14th International Symposium on Ballistics. USA: American Defense Preparedness Association, 1993:591-600.
- [9] 赵光明,宋顺成. 高速冲击过程数值分析的再生核质点法[J]. *力学学报*, 2007,39(1):63-69.
ZHAO Guang-ming, SONG Shun-cheng. The reproducing kernel particle method for numerical analysis of high-speed impact process[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007,39(1):63-69.
- [10] 马晓青. 冲击动力学[M]. 北京:北京理工大学出版社,1991.

An improved reproducing kernel particle method for nonlinear dynamical penetration process*

ZHAO Guang-ming¹, SONG Shun-cheng²

(1. *Key Laboratory on Safe and Effective Coal Mining Sponsored by Anhui Province and
Ministry of Education, Anhui University of Science and Technology,
Huainan 232001, Anhui, China;*
2. *School of Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University,
Chengdu 610031, Sichuan, China*)

Abstract: The Johnson-Cook constitutive relations and damage model were introduced into the reproducing kernel particle (RKP) method, and a new interface calculation method and a collocation method were proposed to solve the problems of interface and gliding particles, realize the boundary conditions and adjust the particle velocity in the computational process. The improved RKP method was applied to numerically analyze the oblique penetration process of a steel cylindrical pellet into a fixed steel plate. In the computation, the pellet and target plate were divided into kernel particles other than elements. Computational results show that the improved RKP method can avoid the finite element deformation in the finite element method and the element reconstruction in the damage process and enhance analysis accuracy and computational speed. And the improved RKP method can be used to conveniently analyze the large deformation and high strain rate phenomena in penetration process.

Key words: mechanics of explosion; penetration; RKPM; high speed impact; nonlinearity

* Received 17 March 2009; Revised 18 June 2009

Supported by the National Natural Science Foundation of China (50804003)

Corresponding author: ZHAO Guang-ming, zhaogm@aust.edu.cn