

文章编号: 1001-1455(2010)05-0499-06

# 基于节点分离 Lagrange 有限元方法的 超高速碰撞碎片云数值模拟\*

张晓天, 贾光辉, 黄 海

(北京航空航天大学宇航学院, 北京 100083)

**摘要:** 提出了一种基于节点分离概念的 Lagrange 有限元冲击破碎分析的算法, 采用节点分离技术实现了网格断裂, 并用畸变侵蚀技术处理严重畸变单元。利用 C++ 编程实现了节点分离计算模型的创建和畸变侵蚀, 结合 LS-dyna 的重启动分析功能, 编程调用 LS-dyna 求解器以及畸变侵蚀程序实现了破碎分析。分别用节点分离的 Lagrange 有限元算法、SPH 无网格算法对超高速碰撞问题进行了数值模拟, 并与文献中的实验结果和 Euler 有限元数值模拟结果进行了对比。结果表明, 节点分离算法具有计算速度快、数值稳定、边界明确等优点, 能准确有效模拟超高速碰撞问题。

**关键词:** 爆炸力学; 碎片云; 有限元; 超高速撞击

**中图分类号:** O385

**国标学科代码:** 130·3530

**文献标志码:** A

## 1 引言

超高速碰撞数值模拟技术是带有破碎环节的冲击动力学数值模拟方法的重要应用。超高速碰撞问题的特点是冲击速度快、材料变形大且破碎程度大, 碎片往往以云状出现, 具有高度非线性。

冲击动力学数值模拟方法主要包括 Lagrange 有限元方法、SPH 无网格方法和 Euler 有限元方法。传统 Lagrange 有限元方法在模拟大变形和破碎问题中会产生严重的网格畸变, 使得计算难以进行。断裂侵蚀机制用删除大变形单元的方法解决了网格畸变的问题。但是在超高速碰撞问题中, 由于变形区域较大, 会有大量的单元被删除。这妨碍了破碎数值模拟中碎片的形成, 难以模拟碎片云的演化。另外, 冲击动能以势能的形式存入大变形单元中并进一步传播, 删除大量单元的同时使得系统总能量大幅损失, 造成变形模拟的失真, 如图 1。SPH 方法利用离散的粒子群模拟连续的物质, 使用无网格技术解决了网格畸变问题, 在碎片云模拟方面有突出的优势<sup>[1-2]</sup>, 是目前使用最广泛的超高速碰撞数值模拟方法。但是 SPH 方法由于要进行粒子搜索, 计算效率低于有限元方法<sup>[3]</sup>。同时, 该算法的受拉不稳定性会影响结果的准确度<sup>[4]</sup>。由于使用无网格技术, 物质边界不明确是 SPH 方法的又一不足。Euler 有限元方法使用空间网格, 网格不随物质变形而变形, 因此不存在网格畸变问题, 冲击模拟计算可以有效进行, 但是同样难以刻画物质边界。鉴于现有方法仍存在不足, 不断改进现有方法和探索新的思路仍是冲击破碎模拟算法研究的热点。

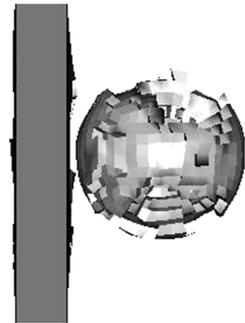


图 1 Lagrange 算法算例<sup>[1]</sup>

Fig. 1 A simulation example of the Lagrange method<sup>[1]</sup>

本文中, 对 Lagrange 有限元方法进行改进, 用节点分离方法和畸变侵蚀方法分别解决断裂机制问题和网格畸变问题, 以替代断裂侵蚀机制。

\* 收稿日期: 2009-07-13; 修回日期: 2009-11-24

作者简介: 张晓天(1984—), 男, 博士研究生。

## 2 节点分离方法原理

节点分离方法是对传统 Lagrange 单元的一种改进,它将节点按参与构成的单元的个数进行复制,为这些单元各分配一个空间位置上重叠的节点,然后用断裂准则对所有空间位置重叠的节点族分别“捆绑”(约束相对自由度),当某节点的力学状态满足断裂准则时,此节点所在节点族解离,两两节点间不再传力,以此方式来描述材料的断裂特性。

节点分离方法由有限元前处理中的模型节点复制、初始约束添加和计算中的约束解除等 3 个步骤组成。

图 2 给出了一个前处理阶段进行模型的节点复制的示意图。首先,建立一般的 Lagrange 有限元网格,然后将节点  $N$  复制为  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$ 、 $N_4$ ,分别分配给共用节点  $N$  的 4 个实体单元。然后,为新创建的 4 个节点添加约束,使之拥有一致的自由度。4 个节点真实的空间位置是重合的,图 2 中人为将 4 个节点分离开来,只为方便表达。

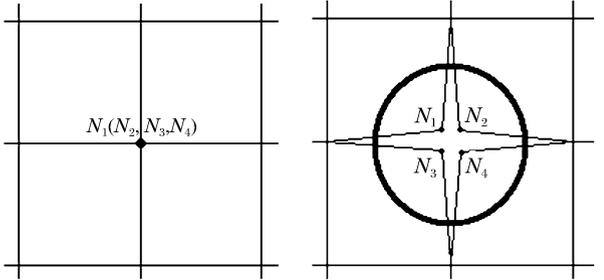


图 2 节点复制

Fig. 2 Replication of nodes

## 3 畸变侵蚀方法

节点分离概念解决了网格断裂的问题,这是断裂分析的基本——断裂机制,但是 Lagrange 有限元网格在大变形下发生畸变的弊端并未解决。传统的 Lagrange 有限元断裂算法使用断裂侵蚀机制,将满足断裂条件的所有单元删除。这种做法一方面实现了网格断裂,另一方面处理了畸变单元。节点分离概念将满足断裂条件的节点组分离,并不删除单元,但是网格畸变并没有解决。畸变侵蚀方法根据单元当前的几何形状判断是否发生畸变,并将满足畸变判别准则的单元删除。由于六面体单元的计算精度高于四面体,本文的讨论仅限于六面体单元。单元畸变分为 3 种模式:单向尺度异常增大(模式 A)、体积异常增大(模式 B)和自穿透(模式 C),见图 3。

### (1) 畸变模式 A 的判别

将一个六面体单元的 8 个节点分别向惯性坐标系投影,得到每个节点的坐标。畸变判别准则为

$$\max\left\{\left(\max_{1 \leq i \leq 8} x_i - \min_{1 \leq j \leq 8} x_j\right), \left(\max_{1 \leq i \leq 8} y_i - \min_{1 \leq j \leq 8} y_j\right), \left(\max_{1 \leq i \leq 8} z_i - \min_{1 \leq j \leq 8} z_j\right)\right\} > L_{\max} = r_1 L_{\text{ch}} \quad (1)$$

式中: $L_{\max}$  为单向尺度阈值, $L_{\text{ch}}$  是划分网格时给定的单元特征长度, $r_1$  是单向增大阈值系数。如果沿某个惯性系坐标轴方向投影尺度超过此阈值,则认为该单元发生畸变。

### (2) 畸变模式 B 的判别

求解某时刻某 1 个单元在惯性系 3 个坐标轴上的投影尺寸,进而将 3 个投影尺寸的乘积作为当前单元体积的简化度量。如果满足下式,则认为该单元发生畸变

$$\frac{\max_{1 \leq i \leq 8} x_i - \min_{1 \leq j \leq 8} x_j}{L_{\text{ch}}} \frac{\max_{1 \leq i \leq 8} y_i - \min_{1 \leq j \leq 8} y_j}{L_{\text{ch}}} \frac{\max_{1 \leq i \leq 8} z_i - \min_{1 \leq j \leq 8} z_j}{L_{\text{ch}}} > r_2 \quad (2)$$

式中: $r_2$  为体积扩大倍数阈值。

### (3) 畸变模式 C 的判别

对于网格自穿透问题,需要判断某 1 个单元在任意 1 个节点处是否发生自穿透,如果有 1 个节点处发生,则认为整个单元发生畸变。如图 4 所示(图中节点对应关系见图 3)。

对于节点  $B$  来说,初始时相连的 3 条边为  $BA$ 、 $BC$ 、 $BF$ 。令 3 个坐标轴与 3 条边固连,可以建立右手笛卡尔坐标系  $BACF$ ,3 个基矢量记为  $\{e_1, e_2, e_3\}$ 。在冲击过程中某时刻,该坐标系的 3 个基矢量在惯性系  $O-xyz$  中的坐标形式可以由节点坐标定量计算得出,记为  $\{e'_1, e'_2, e'_3\}$ 。该坐标系一般来说是笛卡尔斜角坐标系。由于惯性系是单位正交直角坐标系,因此这个斜角坐标系相对于惯性系的坐标变换

矩阵 Jacobian 就是由单位正交基到  $\{e'_1, e'_2, e'_3\}$  的变换矩阵。而 Jacobian 的行列式值则反映了斜角坐标系  $B'-ACF$  各基矢量之间耦合的程度。耦合程度越大,说明角变形越大。如果 Jacobian 的行列式值由正变负,则说明该坐标系由右手系变为左手系(图 4 中即是),这是由于节点  $F$  穿透了面  $ABCD$  造成的,即发生了自穿透。按此方法遍历该单元的所有节点,即可判断整个单元是否发生了自穿透。

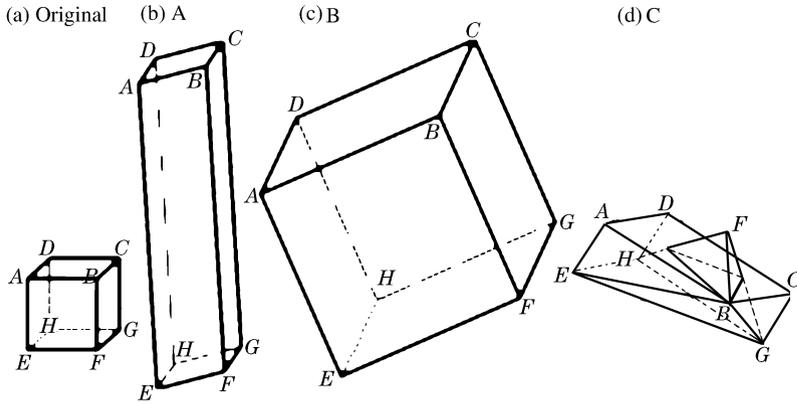


图 3 六面体单元的 3 种畸变模式

Fig. 3 Three distortion modes of hexahedron elements

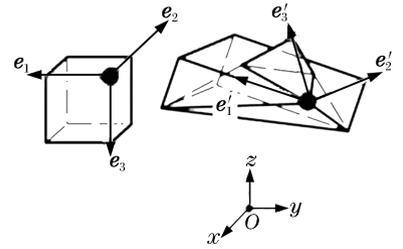


图 4 网格自穿透的判别

Fig. 4 Judgment of mesh self-piercing

将 3 种畸变模式综合,某单元只要发生了其中 1 种,即认为该单元发生畸变,予以删除。由于单元畸变的变形程度要大于单元断裂时的变形程度,所以使用节点分离方法加畸变侵蚀方法虽然与断裂侵蚀方法一样要删除单元,但是删除的数目要少很多,保留了那些大变形但未畸变的单元,保留了系统能量,在常规网格密度下可以提高计算结果的真实性。

节点分离只是一种有限元断裂数值模拟的概念,关于这种概念应用的文献较少,实现这个概念的具体技术途径也不尽相同,对应了不同的具体方法。有将节点分离概念用于模拟低速撞击、膨胀破裂和侵彻问题的<sup>[5-7]</sup>,但还没有将节点分离方法用于超高速碰撞数值模拟的。

### 4 节点分离方法基于 LS-dyna 的软件实现

本文中使用的 C++ 编程调用 LS-dyna 求解器的技术途径实现节点分离算法。首先,使用通用有限元软件建立原始有限元网格。然后,通过自编程对原始网格进行节点复制、节点集建立和约束添加,并通过添加材料、接触、时间步、输出等 LS-dyna 的 K 文件配置关键字生成节点分离方法的计算 K 文件。之后,流程控制由自编程序来完成。在 LS-dyna 中,节点集的创建使用 \* SET\_NODE\_LIST 关键字实现,而通过 \* CONSTRAINED\_TIED\_NODES\_FAILURE 关键字实现节点集的约束和断裂应变阈值达到时节点集的自动解离。

程序调用 LS-dyna 求解器,进行显式积分计算至  $T$  时刻终止,在求解结束后调用 LS-prepost 后处理软件读取 d3plot 计算结果,并将节点单元信息输出为文本文件。C++ 程序读取文本文件中的计算结果数据,针对数据进行畸变侵蚀分析,确定要删除的严重畸变单元。程序创建 LS-dyna 重新启动文件,将要删除的单元,按 \* DELETE\_ELEMENT\_SOLID 关键字的格式写入 LS-dyna 重新启动文件中,并将  $2T$  作为下一个计算终止时刻写入重新启动文件。之后再次调用 LS-dyna 求解器进行重新启动分析,求解至  $2T$  时刻终止,以此类推循环进行。流程如图 5 所示。

在这个流程中,节点分离模型的创建由通用前处理软件配合自编代码再辅助以人工完成,而使用自编程序调用 LS-dyna 频繁进行重新启动分析的目的在于每隔  $T$  时刻,停止计算并进行畸变侵蚀分析,删除严重畸变单元。而  $T$  即为畸变侵蚀分析步长,这个步长并不需要等于 LS-dyna 求解器的显式积分步长,只要保证适时删除畸变单元保证计算正常有效进行即可。

图 6 给出了节点分离加畸变侵蚀方法对球形铝弹丸超高速撞击铝板的数值模拟算例,可见本方法具有碎片云模拟能力。

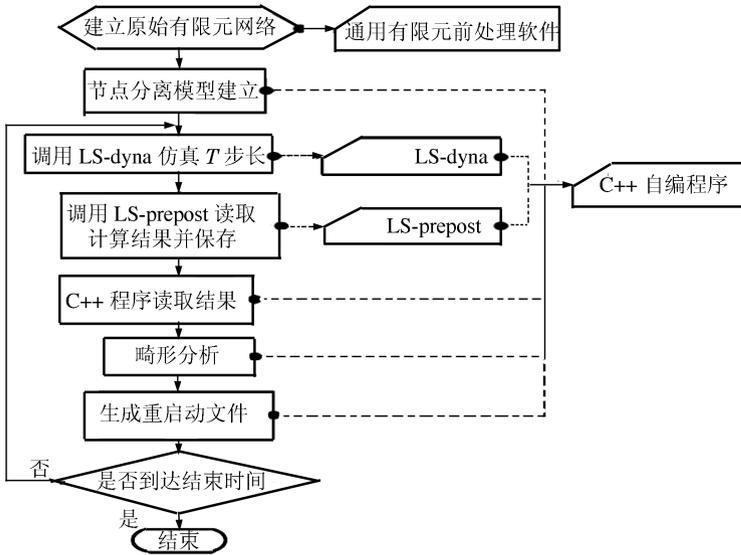
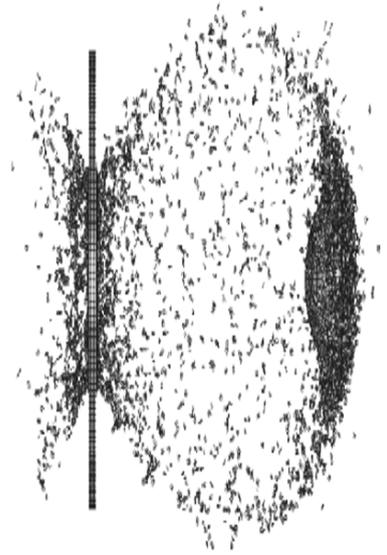


图5 计算流程图

Fig. 5 Computation flow chart

图6 节点分离方法碎片云  
Fig. 6 Debris simulated by  
the node-separation method

## 5 实验验证

图7为文献[8]中的3层板防护结构超高速撞击实验的示意图。弹丸为Al 2024,防护屏均为Al 6061。弹丸直径7.9 mm,撞击速度为5.5 km/s,结构布局参数如图7所示。

使用节点分离的Lagrange有限元算法和SPH无网格算法对此实验进行数值模拟,并与实验结果以及手册中提供Euler有限元算法结果[8]进行对比。材料模型均为Johnson-Cook材料模型,材料参数见表1;状态方程为Gruneison状态方程,材料参数分别为<sup>[11]</sup>: $\gamma=1.97, c_1=5.386 \text{ km/s}, s_1=1.339, T_0=300 \text{ K}, c=884 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ 。材料的断裂应变:Al 2024取0.8, Al 6061取1.0。

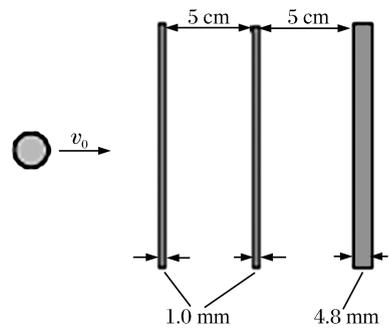


图7 实验工况

Fig. 7 Experiment configuration

表1 Johnson-Cook 材料参数

Table 1 Johnson-Cook material parameters

材料	G/GPa	Y/MPa	B/MPa	$n$	$C$	$m$	$T_m/\text{K}$
Al 2024 <sup>[9]</sup>	27.6	265	426	0.34	0.015	1	775
Al 6061 <sup>[10]</sup>	27.6	290	203	0.35	0.011	1.34	925

图8为撞击后 $25 \mu\text{s}$ 时3种算法计算结果对比。其中,图8(a)为文献[8]中提供的Ouranos软件计算的结果,该软件基于Euler 2D算法;图8(b)为本文中提出的节点分离加畸变侵蚀方法的计算结果;图8(c)~(d)为本文中使用LS-dyna的SPH 3D算法的计算结果。在后3个算例中,均使用双CPU并行计算。

表2给出了3层板穿孔情况、计算规模和计算时间。 $d_1, d_2$ 为前、中板穿孔直径, $\epsilon_1, \epsilon_2$ 为误差。由穿孔直径可知,本文算法具有较高精度,明显优于Ouranos方法结果,略优于SPH-2结果。在同等计算规模(节点数目)下,本文方法和SPH方法计算花费时间相当,但是本文方法结果明显优于SPH方法。

另外,SPH 方法的结果强依赖于粒子密度,SPH-2 算例结果明显优于 SPH-1 结果且与节点分离方法精度相当;然而,SPH-2 计算花费时间是节点分离方法的 10 倍以上。

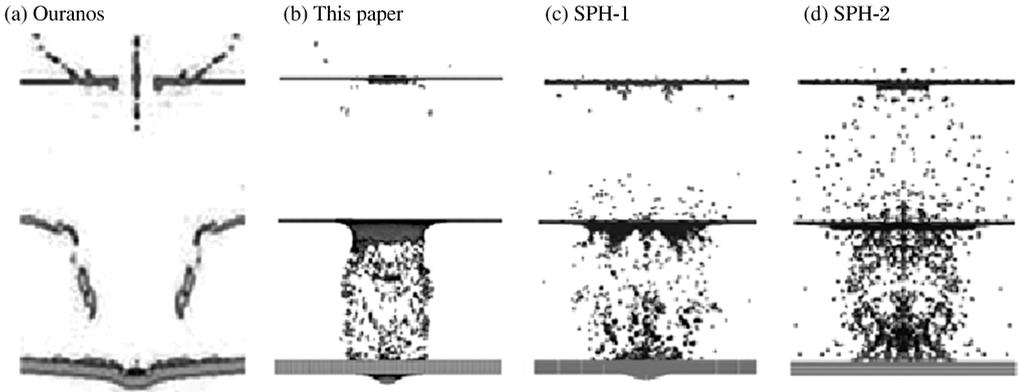


图 8 计算结果对比

Fig. 8 Comparison of results

表 2 穿孔直径对比

Table 2 Comparison of perforation diameters

方法	$d_1/mm$	$\epsilon_1/\%$	$d_2/mm$	$\epsilon_2/\%$	后板	节点数/万	计算时间/h
实验	12.6	0	37.0	0	未穿透	—	—
Ouranos	14.1	11.9	50.0	35.1	未穿透	未知	未知
节点分离方法	12.4	1.6	34.0	8.1	未穿透	10	3
SPH-1	18.0	43.0	26.0	29.7	未穿透	10	2.5
SPH-2	13.1	4.0	31.6	14.6	未穿透	120	40

## 6 结 论

提出了节点分离加畸变侵蚀的 Lagrange 有限元数值模拟方法,给出了基于 LS-dyna 软件的一种实现途径。使用该方法对超高速碰撞问题进行了数值模拟,与文献中的实验结果、数值模拟结果和 SPH 方法模拟结果做了对比,表明了该方法的可行性和有效性。

使用节点分离的 Lagrange 有限元方法模拟超高速碰撞问题,有效利用了 Lagrange 有限元方法的各种优势,如计算速度较快、稳定性好、物质边界明确等。因此,这种方法在超高速碰撞数值模拟方面,可以成为 SPH 无网格方法的有效补充和替代。

## 参考文献:

[1] 乐莉,闫军,钟秋海.超高速撞击仿真算法分析[J].系统仿真学报,2004,16(9):1941-1943.  
YUE Li, YAN Jun, ZHONG Qiu-hai. Simulations of debris impacts using three different algorithms[J]. Journal of System Simulation, 2004,16(9):1941-1943.

[2] 贾光辉,黄海,胡震东.超高速撞击数值仿真结果分析[J].爆炸与冲击,2005,25(1):47-53.  
JIA Guang-hui, HUANG Hai, HU Zhen-dong. Simulation analyse of hypervelocity impact perforation[J]. Explosion and Shock Waves, 2005,25(1):47-53.

[3] 王吉,王肖钧,卞梁.光滑粒子法与有限元的耦合算法及其在冲击动力学中的应用[J].爆炸与冲击,2007,27(6):522-528.  
WANG Ji, WANG Xiao-jun, BIAN Liang. Linking of smoothed particle hydrodynamics method to standard finite element method and its application in impact dynamics[J]. Explosion and Shock Waves, 2007,27(6):522-528.

[4] Liu G R, Liu M B. Smoothed particle hydrodynamics: A meshfree particle method[M]. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2003:30-32.

- [5] Norman F K Jr. Comparison of two modeling approaches for thin-plate penetration simulation[C]//6th International LS-DYNA Users Conference. Detroit, MI, USA, 2000.
- [6] Lee M, Kim E Y, Yoo Y H. Simulation of high speed impact into ceramic composite systems using cohesive-law fracture model[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008, 35(12):1636-1641.
- [7] 高重阳. 内部爆炸载荷下柱壳结构破裂问题的研究[D]. 北京:清华大学, 2000.
- [8] IADC WG3 members. Protection manual (AI 20, 1)[EB/OL]. Inter-Agency Space Debris Coordination Committee, 2010-07. [http://www.iadc-online.org/index.cgi?item=docs\\_pub](http://www.iadc-online.org/index.cgi?item=docs_pub).
- [9] Johnson G R, Cook W H. Selected Huguenots: EOS[C]//7th International Ballistics. The Hague, Netherlands, 1983.
- [10] Fish J. AL 6061-T6 - elastomer impact simulations[EB/OL]. The Scientific Computation Research Center. <http://www.scorec.rpi.edu/REPORT/2005-11.pdf>.
- [11] 张庆明, 黄风雷. 超高速碰撞动力学引论[M]. 北京:科学出版社, 2000.

## Simulation of hypervelocity-impact debris clouds using a Lagrange FEM with node separation\*

ZHANG Xiao-tian, JIA Guang-hui, HUANG Hai

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,  
Beijing 100083, China)

**Abstract:** An improved Lagrange finite element method was proposed for impact fracture analysis, in which the node separation technique was used to achieve mesh separation and the distortion erosion method was applied to deal with seriously distorted elements. By applying the LS-dyna solver, a C++ program was developed to establish the computational model for the node separation and implement the distortion erosion. The C++ program was combined with the LS-dyna restart analysis function to achieve fracture analysis. A hypervelocity impact problem was simulated by the node-separation Lagrange FEM and SPH mesh free method, respectively. And the simulated results were compared with the existing experimental results and the Euler EFM results. Comparison shows that the node-separation Lagrange FEM takes the advantages of fast calculation, good stability, and clear boundary, and it can be used to accurately and effectively simulate hypervelocity impact problems.

**Key words:** mechanics of explosion; debris cloud; FEM; hypervelocity impact

\* Received 13 July 2009; Revised 24 November 2009

Corresponding author: JIA Guang-hui, [jiaguanghui@buaa.edu.cn](mailto:jiaguanghui@buaa.edu.cn)